

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Комплексный анализ**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1	

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1	

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c	

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)
2. Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
3. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)
4. Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

4 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	4	8	12	15	15
Функции комплексной переменной						
Функции комплексной переменной		+	+		+	
Интегрирование функций комплексной переменной						
Интегрирование функций комплексной переменной				+		
Ряды в комплексной области. Вычеты						
Ряды в комплексной области. Вычеты					+	+

Операционное исчисление					
Операционное исчисление					+
Вес КМ:	20	30	20	1	29

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной определения и свойства функций комплексной переменной и отображений Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной	Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях производить действия с функциями комплексной	Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа) Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа) Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)

		переменной и анализировать их свойства разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Действия над комплексными числами и функциями

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 20 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений производить действия над комплексными числами и функциями.

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Найти модуль и аргумент комплексного числа <math>z=1+i</math></li><li>2. Записать комплексное число <math>z=1+i</math> в тригонометрической и экспоненциальной форме</li><li>3. Вычислить <math>(1 + i\sqrt{3})^{40}</math></li><li>4. Найти все значения корня <math>\sqrt[4]{-i}</math></li><li>5. Изобразить множество на комплексной плоскости <math>\{ z  &lt; 2, \operatorname{Re}z + \operatorname{Im}z \geq 0\}</math></li><li>6. Найти действительную и мнимую часть функции <math>w = (z - 1)z</math></li></ol>
--	--

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

### КМ-2. Функции комплексной переменной. Конформные отображения

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания определений и свойств функций комплексной переменной и отображений и умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: определения и свойства функций комплексной переменной и отображений	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Привести определение аналитической функции комплексной переменной</li> <li>2.Привести определения элементарных функций комплексной переменной</li> <li>3.Сформулировать свойства дробно-линейного отображения</li> </ol>
Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Решить уравнение <math>chz=i</math></li> <li>2.Является ли функция <math>w=Rez</math> аналитической хотя бы в одной точке</li> <li>3.Найти аналитическую в окрестности заданной точки <math>z = i</math> функцию <math>f(z) = u(x, y) + v(x, y)</math> по известной действительной части <math>u(x, y) = x - y + 2x</math> и значению <math>f(i) = 2i - 1</math></li> <li>4.Найти общий вид линейного отображения, переводящего верхнюю полуплоскость на нижнюю полуплоскость</li> <li>5.Найти дробно-линейную функцию, отображающую область <math>D = \{Imz &gt; 1\}</math> на область <math>G = \{ z  &lt; 2\}</math> так, что <math>w(i) = 2, w(2i) = 0</math></li> <li>6.Найти образ области <math>1 &lt;  z  &lt; 2</math> при отображении <math>w = 2iz + 1</math>.</li> <li>7.Найти образ круга <math> z  &lt; 1</math> при дробно-линейном отображении, переводящем точки <math>1, i, \infty</math> соответственно в точки <math>0, \infty, 1</math></li> </ol>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-3. Интегрирование функций комплексной переменной**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 30 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания методов интегрирования функций комплексной переменной и умения вычислять интегралы от функций комплексной переменной

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной	1.Привести формулу сведения интеграла от функции комплексной переменной к криволинейным интегралам 2.Привести интегральную формулу Коши 3.Привести обобщенную интегральную формулу Коши
Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной	1.Вычислить интеграл $\int_L z \operatorname{Im} z^2 dz$ по кривой $L = \{ z  = 2, \operatorname{Re} z \geq 0\}$ 2.Вычислить интеграл $\int_L (\cos z / z^3) dz$ по кривой $L = \{ z  = 1\}$ 3.Вычислить интеграл $\int_L (1/\sqrt{z}) dz$ по кривой $L = \{ z  = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$ ; выбрать ветвь функции $\sqrt{z}$ , для которой $\sqrt{1} = -1$

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Описание характеристики выполнения знания:***КМ-4. Комплексный анализ****Формы реализации:** Проверка задания**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	1.Найти действительную и мнимую часть функции комплексной переменной 2.Найти образ области при дробно-линейном отображении 3.Найти дробно-линейную функцию, отображающую заданную область на заданную область
Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	1.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Тейлора 2.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Лорана

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "зачтено" (отлично) выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" (неудовлетворительно) выставляется, если не выполнены условия для оценки "зачтено"

### КМ-5. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 29

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания разложений элементарных функций комплексной переменной в степенные ряды, классификацию изолированных особых точек и их приложений для вычисления интегралов

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Привести разложения элементарных функций в ряд Тейлора</li> <li>2.Привести формулу Коши-Адамара</li> <li>3.Привести формулу для вычисления интегралов с помощью вычетов</li> <li>4.Привести формулу для вычисления несобственных интегралов с помощью вычетов</li> <li>5.Сформулировать определения типов особых точек и их связь с разложениями в ряд Лорана</li> </ol>
Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Разложить функцию <math>\sin(2z + 1)</math> в ряд Тейлора</li> <li>2.Разложить функцию <math>\frac{1}{z+z}</math> в ряд Лорана в кольце <math>(z) &gt; 1</math></li> </ol>
Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Найти область сходимости ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} n 0_{n0} n 0_{n0} \left(\frac{z-1}{2}\right)</math></li> <li>2.Найти особые точки функции <math>\frac{(z-\pi)}{\sin z}</math> и определить их характер</li> <li>3.Вычислить интеграл <math>\int_L (z^2/\sin^3 z) dz</math> по кривой <math> z  = 2</math></li> </ol>

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка:* 5

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

*Оценка:* 4

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, но с ошибками, которые исправлены

*Оценка:* 3

*Описание характеристики выполнения знания:*



# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 4 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Интеграл от функции комплексной переменной и его связь с криволинейными интегралами.
2. Теорема Коши о вычетах.
3. Найти образ области  $1 < |z| < 2$  при отображении  $w = 2iz + 1$ .

### Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

1. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
2. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной
3. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Аналитичность функции комплексной переменной
4. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства
5. Дробно-линейное преобразование и его свойства
6. Интеграл от функции комплексной переменной, свойства и вычисление
7. Интегральная теорема Коши, ее обобщения и следствия
8. Интегральная формула Коши. Высшие производные аналитической функции
9. Первообразная функции комплексной переменной, ее свойства. Аналитичность интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница
10. Теорема Морера, Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры
11. Комплексные числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Теорема Вейерштрасса
12. Преобразование Лапласа, область определения и аналитичности, свойства
13. Применение преобразования Лапласа к решению обыкновенных дифференциальных уравнений
14. Вычислить интеграл  $\int_L z \operatorname{Im} z dz$  по параболе  $y = x^2$  от точки  $z = 0$  до точки  $z = 1 + i$
15. Вычислить интеграл  $\int_L (z^3 - z) dz$  по кривой  $|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$
16. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{\cos z}{z^2 + 2z} dz$  по кривой  $|z| = 1$

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции комплексной переменной является выполнение условий Коши-Римана

Ответы:

1. да 2. нет  
Верный ответ: 2
2. Какие из следующих функций являются многозначными: 1)  $e^z$ , 2)  $\operatorname{Ln} z$ ; 3)  $2^z$ ; 4)  $\operatorname{Arcsin} z$ ; 5)  $\operatorname{tg} z$   
Верный ответ: 2, 3, 4
3. Сколько корней имеет уравнение  $e^z + 1 + i = 0$   
Ответы:  
1. не имеет корней 2. один корень 3. конечное число корней 4. бесконечно много корней  
Верный ответ: 4
4. Геометрический смысл аргумента производной функции в точке - это  
Ответы:  
1. угловой коэффициент касательной к кривой в этой точке 2. угол поворота в этой точке при данном отображении 3. коэффициент растяжения в этой точке при данном отображении  
Верный ответ: 2
5. Отображение  $w = 3i - 2iz$  переводит верхнюю полуплоскость на  
Ответы:  
1. верхнюю полуплоскость. 2. правую полуплоскость. 3. нижнюю полуплоскость. 4. левую полуплоскость.  
Верный ответ: 2
6. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{\cos z}{z(z^2+1)} dz$  по кривой  $|z - 1| = 1/2$   
Ответы:  
1.  $2\pi$  2.  $-\pi$  3. 0  
Верный ответ: 1
7. Вычислить интеграл  $\int_L (z + 3z^2) \cdot e^{1/z} dz$  по кривой  $|z| = 1/2$   
Ответы:  
1.  $\pi$  2.  $2\pi$  3. 0 4.  $-\pi$   
Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

1. Степенной ряд. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара
2. Разложение функции в ряды Тейлора и Лорана. Разложения элементарных функций
3. Изолированные особые точки, их классификация. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки
4. Вычет функции. Формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций с помощью вычетов
5. Записать алгебраическую формулу числа  $\operatorname{Arctg}(i/3)$
6. Является ли функция  $w = \operatorname{Re} z$  аналитической хотя бы в одной точке
7. Решить уравнение  $\operatorname{ch} z = i$
8. Найти аналитическую в окрестности точки  $z = i$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u = x^2 - y^2 + 2x$  и значению  $f(i) = 2i - 1$
9. Найти образ области  $|z| > 1$  при отображении  $w = \frac{(z+i)}{(z-i)}$

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Исследовать функцию  $w = \bar{z} \operatorname{Re} z$  на аналитичность  
Ответы:

1. нигде не аналитична 2. аналитична только в точке  $z=0$  3. аналитична на всей комплексной плоскости кроме точки  $z=0$  4. аналитична на всей комплексной плоскости

Верный ответ: 1

2. Найти радиус сходимости ряда Тейлора для функции  $\ln(4 + z^2)$

Ответы:

1.  $1/2$  2. 2 3. 4 4.  $1/4$

Верный ответ: 2

3. Определить тип особой точки  $z=0$  для функции  $w = z\cos(1/z)$

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 3

4. Определить порядок полюса  $z=0$  для функции  $\frac{shz}{e^z-1-z}$

Ответы:

1. 1 2. 2 3. 3

Верный ответ: 1

5. В окрестности какой особой точки разложение функции в ряд Лорана не содержит главной части

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 1

## ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня.*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 65*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня.*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня.*

## ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих