

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Математическое моделирование в естествознании**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Гриценко С.А.
	Идентификатор	R377574cf-GritsenkoSA-232ed480

(подпись)

С.А.

Гриценко

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

- ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей
- ИД-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов
- ИД-4 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты
- ИД-5 Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Модели механики сплошной среды (Коллоквиум)

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Численная реализация моделей газовой динамики (Программирование (код))

Форма реализации: Письменная работа

1. Разностные схемы (Контрольная работа)
2. Тензоры (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

8 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	11	13
Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры					
Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры		+	+		
Математическое моделирование механики сплошной среды					
Математическое моделирование механики сплошной среды		+	+		
Математические модели газовой динамики					
Математические модели газовой динамики				+	

Численная реализация математических моделей газовой динамики				
Численная реализация математических моделей газовой динамики			+	+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-2	ИД-2 <sub>ПК-2</sub> Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов	Знать: основные понятия, общие свойства и законы движения сплошной среды Уметь: выводить уравнения математических моделей на основе законов сохранения	Тензоры (Контрольная работа) Модели механики сплошной среды (Коллоквиум)
ПК-2	ИД-4 <sub>ПК-2</sub> Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	Знать: теорию построения и исследования сходимости разностных схем Уметь: исследовать сходимость разностных схем	Разностные схемы (Контрольная работа)
ПК-2	ИД-5 <sub>ПК-2</sub> Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей	Уметь: выполнять программную реализацию математической модели	Численная реализация моделей газовой динамики (Программирование (код))

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Тензоры

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа по вариантам. Содержит три задачи и один теоретический вопрос на 2 часа

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания основных понятий, общих свойств и законов движения сплошной среды

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные понятия, общие свойства и законы движения сплошной среды	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Какие физические законы положены в основу построения математических моделей движения сплошной среды</li><li>2. Что можно выбрать в качестве переменных Лагранжа?</li><li>3. Что можно выбрать в качестве переменных Эйлера?</li><li>4. Как перейти от переменных Эйлера к переменным Лагранжа?</li><li>5. Как связаны между собой ковариантный и контравариантный базисы?</li></ol>
--	--

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### КМ-2. Модели механики сплошной среды

**Формы реализации:** Билеты (письменный опрос)

**Тип контрольного мероприятия:** Коллоквиум

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Письменная работа по вариантам на 2 часа. Содержит два теоретических вопроса и одну задачу

#### Краткое содержание задания:

Работа направлена на проверку умения выводить уравнения математических моделей на основе законов сохранения

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: выводить уравнения математических моделей на основе законов сохранения	1.1. Вывести уравнение неразрывности в переменных Эйлера.  2.2. Построить уравнения движения сплошной среды. 3.3. Привести тензор к главным осям  4.4. Построить замкнутые системы уравнений движения идеальной жидкости. 5. Дано описание движения среды в переменных Эйлера. Перейти к переменным Лагранжа.
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-3. Разностные схемы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работа по вариантам на 1 час, содержит один теоретический вопрос и одну задачу

**Краткое содержание задания:**

Работа на проверку знания теории построения и исследования сходимости разностных схем и умения исследовать сходимость разностных схем

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: теорию построения и исследования сходимости разностных схем	1. Сформулировать понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем. 2. Исследовать на устойчивость две схемы для уравнения переноса 3. Метод дифференциального приближения для исследования качества разностных схем 4. В чем состоит метод гармоник исследования
--	--

	устойчивости разностных схем? 5.Опишите энергетический метод исследования устойчивости
Уметь: исследовать сходимость разностных схем	1.Вывести априорную оценку решения разностной схемы исходя из принципа максимума 2.Вывести априорную оценку разностного решения пользуясь теоремой сравнения 3.Построить разностную схему для краевой задачи и найти порядок аппроксимации 4.Вычислить порядок аппроксимации заданной приближенной формулы численного дифференцирования 5.Проверить, выполняются ли законы сохранения в разностной схеме

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Численная реализация моделей газовой динамики**

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Программирование (код)

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Проведение расчетов по разностной схеме

**Краткое содержание задания:**

Работа направлена на проверку умения выполнять программную реализацию математической модели

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: выполнять программную реализацию математической модели	1.Сформировать разностную схему по данной дифференциальной задаче с начальными и граничными условиями 2.Написать программный код 3.Провести анализ полученных в виде графиков результатов 4.Провести расчеты с различными значениями шагов по времени и пространству. 5.Ввести в задачу искусственную вязкость для
---	--

	расчета разрывов. Выбрать оптимальный коэффициент вязкости
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Уравнение Навье-Стокса. Полные системы уравнений движения вязкой жидкости
2. Движение частицы описывается в переменных Эйлера

следующими уравнениями:

$$\frac{dx}{dt} = 2x + y$$
$$\frac{dy}{dt} = 3x + 4y$$
$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0$$

Перейти к описанию движения в переменных Лагранжа

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

## *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2ПК-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов

## Вопросы, задания

1. Построение математической модели. Основные гипотезы.  
Подход Лагранжа и подход Эйлера к изучению движения сплошной среды.  
Уравнение неразрывности в переменных Эйлера. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа  
Уравнения движения сплошной среды.  
. Закон сохранения моментов импульса  
. Идеальная жидкость. Идеальный газ. Уравнения движения идеальной жидкости.  
. Упругое тело. Вязкая жидкость. Закон Гука. Закон Навье-Стокса.  
. Уравнение Навье-Стокса. Полные системы уравнений движения вязкой жидкости  
. Уравнение Ламе. Замкнутая система уравнений движения упругого тела.  
Уравнения газовой динамики в интегральной форме в переменных Эйлера  
. Уравнения газовой динамики в интегральной форме в переменных Лагранжа  
. Дифференциальные уравнения газовой динамики в переменных Эйлера  
. Дифференциальные уравнения газовой динамики в переменных Лагранжа

## Материалы для проверки остаточных знаний

### 1. Основные этапы построения математической модели

Ответы:

описать этапы

Верный ответ: построение уравнений на основе физических законов; разработка алгоритма решения; численная реализация алгоритма

### 2. Что можно выбрать в качестве переменной Лагранжа?

Ответы:

описать переменные

Верный ответ: порядковый номер частицы или начальные координаты частицы

### 3. Какие гипотезы положены в основу моделей механики сплошной среды

Ответы:

сформулировать гипотезы

Верный ответ: Гипотеза сплошности среды, гипотеза евклидовости пространства, гипотеза абсолютности времени

### 4. Что можно выбрать в качестве переменных Эйлера?

Ответы:

описать переменные

Верный ответ: Геометрические координаты точки физического пространства

### 5. Является ли тензором линейное преобразование пространства? Какой валентности?

Ответы:

да или нет, если да, указать валентность

Верный ответ: Да. Валентность (2,0) или (0,2) или (1,1)

### 6. Какие тензоры используются в уравнениях механики сплошной среды?

Ответы:

перечислить

Верный ответ: Метрический тензор, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций, тензор внутренних напряжений и др.

### 7. Какой физический закон выражает уравнение неразрывности?

Ответы:

сформулировать

Верный ответ: Закон сохранения массы

### 8. Какой физический закон выражает уравнение движения?

Ответы:

сформулировать

Верный ответ: закон сохранения импульса

### 9. Какой физический закон выражает уравнение энергии?

Ответы:

сформулировать

Верный ответ: Закон сохранения энергии

### 10. Какие виды разрывных течений в газовой динамике вы знаете?

Ответы:

перечислить

Верный ответ: Контактные разрывы и ударные волны.

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-4<sub>ПК-2</sub> Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

### Вопросы, задания

1. Построение автомодельного решения задачи о поршне.  
Решение задачи о поршне, выдвигаемом из газа.  
Решение задачи о поршне, вдвигаемом в газ с постоянной скоростью.1. Два варианта задачи Коши для квазилинейного уравнения переноса.  
Градиентная катастрофа. Правила постановки разрыва решения.  
Метод дифференциального приближения для исследования разностных схем.

### Материалы для проверки остаточных знаний

- 1.Разностное схема начально-краевой задачи – это  
Ответы:  
1. Система разностных алгебраических уравнений в совокупности с разностной аппроксимацией граничных и начальных условий  
2. Система дифференциальных уравнений в совокупности с разностной аппроксимацией граничных и начальных условий  
Верный ответ: 1
- 2.Решение разностной задачи сходится к решению дифференциальной задачи, если  
Ответы:  
1. в некоторой сеточной норме для любого фиксированного момента времени норма разности точного и приближенного решения стремится к 0 при стремлении к нулю шагов по пространству и по времени  
2. разность точного и приближенного решения стремится к 0 при стремлении к нулю шагов по пространству и по времени  
Верный ответ: 1
- 3.Выберите верное утверждение  
Ответы:  
1. Из устойчивости схемы следует её аппроксимация и сходимост  
2. Из устойчивости и аппроксимации схемы следует её сходимост  
Верный ответ: 2
- 4.Устойчивость разностной схемы – это  
Ответы:  
1. непрерывная зависимость решения разностной задачи от входных данных  
2. непрерывная зависимость решения разностной задачи от шага сетки  
Верный ответ: 1

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-5<sub>ПК-2</sub> Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей

### Вопросы, задания

1. Лагранжевы массовые переменные для задач с цилиндрической и сферической симметрией  
Закон изменения объема. Различные виды уравнения энергии.  
Акустическое приближение.  
Разрывные решения. Соотношения Гюгонио.  
Контактные разрывы и ударные волны. Ударные волны в идеальном газе.  
Структура фронта ударной волны

## **Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Чтобы решить явную разностную схему, нужно

Ответы:

1. решить систему линейных алгебраических уравнений
2. решить систему нелинейных алгебраических уравнений
3. вычислить неизвестные функции с помощью последовательных рекуррентных соотношений

Верный ответ: 3

2. Система нелинейных алгебраических уравнений решается с помощью

Ответы:

1. метода Гаусса
2. итерационного метода
3. правила Крамера

Верный ответ: 2

3. Шаг по времени выбирается

Ответы:

1. равным пространственному шагу
2. всегда меньшим, чем шаг по пространству
3. из условия устойчивости разностной схемы

Верный ответ: 3

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета, и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины.

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих