

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Случайные процессы и теория массового обслуживания**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Горицкий Ю.А.
	Идентификатор	Rb6324da3-GoritskyYA-69420db9

(подпись)

Ю.А.  
Горицкий

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф.  
Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

- ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей
- ИД-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов
- ИД-3 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей
- ИД-4 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Анализ СМО (Расчетно-графическая работа)
2. Основы корреляционной теории (Контрольная работа)
3. Простые цепи Маркова (Контрольная работа)
4. Цепи Маркова с непрерывным временем (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

8 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	14
Корреляционная теория					
Корреляционная теория		+			
Марковские процессы. Простые цепи					
Марковские процессы. Простые цепи			+		
Цепи Маркова с непрерывным временем					
Цепи Маркова с непрерывным временем				+	
Основы теории массового обслуживания					
Основы теории массового обслуживания				+	
Вес КМ:		20	30	30	20

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-2	ИД-2ПК-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов	Знать: основные модели СМО и методы их анализа основные уравнения для цепей Маркова с непрерывным временем основные уравнения для цепей Маркова с дискретным временем основные понятия теории случайных процессов	Основы корреляционной теории (Контрольная работа) Простые цепи Маркова (Контрольная работа) Цепи Маркова с непрерывным временем (Контрольная работа) Анализ СМО (Расчетно-графическая работа)
ПК-2	ИД-3ПК-2 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей	Уметь: применять знания при описании конкретных процессов, в том числе, анализировать СМО, построить модель СМО и проанализировать ее	Анализ СМО (Расчетно-графическая работа)
ПК-2	ИД-4ПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	Уметь: определять характеристики случайных процессов определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с	Основы корреляционной теории (Контрольная работа) Простые цепи Маркова (Контрольная работа) Цепи Маркова с непрерывным временем (Контрольная работа)

		дискретным временем определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с непрерывным временем	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Основы корреляционной теории

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работа на 90 минут выполняется по вариантам. В каждом варианте содержится 4 задачи

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа предназначена для проверки знания основных понятий теории случайных процессов и умения определять характеристики случайных процессов

#### Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: основные понятия теории случайных процессов</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Как определить мат. ожидание, дисперсию и автокорреляционную функцию линейно преобразованного случайного процесса по характеристикам заданного случайного процесса?</li><li>2. Что такое каноническое разложение случайного процесса и каковы его свойства?</li><li>3. Что такое спектральное разложение стационарного процесса? Что такое спектр и спектральная плотность?</li><li>4. Какой процесс называется процессом белого шума? Как получить белый шум предельным переходом из телеграфного сигнала?</li><li>5. Чем определяется линейное стационарное преобразование? Как найти спектральную плотность случайного процесса на выходе линейного стационарного преобразования?</li><li>6. Что такое линейная стационарная динамическая система? Какова спектральная плотность процесса на выходе линейной стационарной динамической системы при белом шуме на входе?</li></ol>
<p>Уметь: определять характеристики случайных процессов</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Определить математическое ожидание, дисперсию и автокорреляционную функцию линейно преобразованного случайного процесса по характеристикам заданного случайного процесса</li><li>2. Привести к каноническому виду заданный случайный процесс</li><li>3. Определить спектральную плотность линейно преобразованного случайного процесса по заданной автокорреляционной функции исходного случайного процесса.</li><li>4. Найти математическое ожидание и автокорреляционную функцию для полученной с ошибками траектории движения тела</li><li>5. Найти математическое ожидание и автокорреляционную функцию для траектории</li></ol>

	снаряда, выпущенного с палубы корабля в условиях качки
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-2. Простые цепи Маркова**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работа на 90 минут выполняется по вариантам. В каждом варианте содержится 4 задачи

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа предназначена для проверки знания основных уравнений для цепей Маркова с дискретным временем и умения определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с дискретным временем

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: основные уравнения для цепей Маркова с дискретным временем</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Как определяется марковский процесс? Как он задается и каковы основные соотношения?</li> <li>2. Что такое цепь Маркова: определение, основные соотношения, теорема о предельных вероятностях?</li> <li>3. Классификация состояний цепи Маркова; что означают следующие понятия: существенные и несущественные состояния, классы, период, подклассы. Что утверждает теоремы о предельных вероятностях?</li> <li>4. Что такое возвратные и невозвратные состояния? В чем состоит критерий возвратности? Как определить средний период возвращения в состояние?</li> <li>5. Достижение границы. Как записываются уравнения для среднего времени и вторых моментов?</li> <li>6. Как записываются уравнения для вероятностей достижения границы?</li> <li>7. Как записываются уравнения для производящих функций времен достижения границы?</li> <li>8. Как записывается обобщение уравнений о достижении границ на аддитивный функционал?</li> </ol>
--	--



<p>Уметь: определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с дискретным временем</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Провести классификацию состояний (определить классы существенных и несущественных состояний); установить, эргодична ли цепь</li> <li>2. Определить предельные по времени матрицы вероятностей переходов</li> <li>3. Определить предельные точки матриц вероятностей переходов при периодических цепях</li> <li>4. Определить средние времена возвращения для заданных состояний</li> <li>5. Определить среднее время достижения одного состояния из другого</li> </ol>
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-3. Цепи Маркова с непрерывным временем**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работа на 45 мин, дается по вариантам.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа предназначена для проверки знания основных уравнений для цепей Маркова с непрерывным временем и умения определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с непрерывным временем

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: основные уравнения для цепей Маркова с непрерывным временем</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Как записываются две системы (прямая и обратная) дифференциальных уравнений Колмогорова?</li> <li>2. Что такое процесс Пуассона? Как выводятся формулы для переходных вероятностей процесса Пуассона?</li> <li>3. Каков закон распределения времени пребывания в состоянии?</li> <li>4. В чем состоит основное свойство показательного распределения?</li> <li>5. Как определить условную вероятность перехода в другое состояние?</li> </ol>
---	---

	6. Как определяется вложенная цепь Маркова? 7. Достижение границ: как записываются уравнения для среднего времени достижения? 8. Достижение границ: как записываются уравнения для вероятностей достижения границы. 9. Как определяется процесс размножения и гибели, и как найти его стационарное распределение?
Уметь: определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с непрерывным временем	1. Определить предельные вероятности состояний 2. Определить матрицу предельных вероятностей переходов 3. Определить матрицу вероятностей переходов для вложенной цепи 4. Определить среднее время отсутствия в заданном состоянии

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Анализ СМО**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетная работа выполняется индивидуально по вариантам. В качестве вариантов используются следующие модели СМО: морской порт, вычислительный центр, автозаправочная станция, станция автотехобслуживания, мастерская по ремонту телевизоров, парикмахерская, подвижная мастерская по ремонту сельскохозяйственных машин

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку знания основных моделей СМО и методов их анализа и умения применять знания при описании конкретных процессов (анализировать СМО, а именно, построить модель СМО и проанализировать ее)

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: основные модели СМО и методы их анализа	1. Каковы основные элементы СМО? 2. Какая модель СМО называется пуассоновской? 3. Какой процесс называется процессом гибели и размножения? 4. Как определяется предельное распределение
--	--

	процесса гибели и размножения?
Уметь: применять знания при описании конкретных процессов, в том числе, анализировать СМО, построить модель СМО и проанализировать ее	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Составить марковскую модель процесса функционирования СМО</li> <li>2. Выписать дифференциальные уравнения для состояний системы</li> <li>3. Выписать и решить систему линейных уравнений для вероятностей состояний в стационарном режиме</li> <li>4. Проанализировать модель - построить расчетные формулы для характеристик системы (длина очереди, количество требований в системе, время ожидания обслуживания, пропускная способность, коэффициент загрузки обслуживающего прибора)</li> </ol>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

<b>МЭИ</b>	<b>Экзаменационный билет</b>  Дисциплина: Случайные процессы и теория массового обслуживания	<i>Утверждаю: Зав.кафедрой</i>
<p>1. Числовые характеристики СП: математическое ожидание, дисперсия корреляционные функции (КФ) (авто, взаимная, нормированная). Свойства КФ. Условие дифференцируемости СП (в том числе, стационарного).</p> <p>2. Цепи Маркова с непрерывным временем. Предположения о вероятностях перехода. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.</p> <p>3. Задача.</p>		

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы

### ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ПК-2</sub> Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов

### **Вопросы, задания**

1. Числовые характеристики СП: математическое ожидание, дисперсия корреляционные функции (КФ) (авто, взаимная, нормированная). Свойства корреляционной функции . Условие дифференцируемости случайного процесса (в том числе, стационарного)
2. Линейные преобразования случайного процесса. Изменение характеристик при линейных преобразованиях (суммирование, дифференцирование, интегрирование, общая формула)
3. Канонические разложения случайного процесса: необходимое и достаточное условие разложимости, прохождение через линейную систему, построение канонического разложения
4. Стационарные процессы. Автокорреляционная функция и ее свойства. Спектральное разложение стационарного в широком смысле процесса на конечном интервале. Спектр
5. Преобразование стационарного случайного процесса линейным стационарным оператором (частотная характеристика оператора, характеристики преобразованного процесса)

6. Преобразование стационарного случайного процесса линейной стационарной динамической системой.
7. Винеровский процесс и его допредельная модель.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какие из перечисленных ниже функций (двух переменных) не могут быть автокорреляционными функциями:

- a)  $\exp(t+s)$
- b)  $\exp(t-s)$
- c)  $\cos(t+S)$
- d)  $\cos(t-s)$

Ответы:

Любая непустое подмножество из элементов **a, b, c, d**; всего 2 в степени 4 минус 1, т.е. 15 вариантов:

- 1. (a, b, c, d)
- 2. (a, b, c)
- 3. (a, b, d)
- 4. (a, c, d)
- 5. (b, c, d)
- 6. (a)
- 7. (b)
- 8. (c)
- 9. (d)
- 10. (a, b)
- 11. (a, c)
- 12. (a, d)
- 13. (b, c)
- 14. (b, d)
- 15. (c, d)

Верный ответ: 13

2. Какие из перечисленных ниже функций (двух переменных) не могут быть автокорреляционными функциями дифференцируемого (в среднеквадратичном смысле) процесса:

- a.  $\exp(-|t-s|)$
- b.  $\exp(-|t-s|)(1 + |t-s|)$
- c.  $\exp(-|t-s|^2)$

здесь обозначено:  $|t-s|$  - модуль разности,  $**2$  - возведение в степень 2

Ответы:

любое непустое подмножество из элементов a, b, c, всего 2 в степени 3 минус 1, т.е. 7 вариантов:

- 1. (a, b, c)
- 2. (a, b)
- 3. (a, c)
- 4. (b, c)
- 5. (a)
- 6. (b)
- 7. (c)

Верный ответ: 5

3. Какие из выписанных ниже четырёх случайных процессов являются стационарными в широком смысле?

Какие из выписанных ниже четырех случайных процессов являются стационарными в широком смысле?

- а)  $X_1(t) = \xi_1 \sin \omega t + \xi_2 \cos \omega t$ ,  
 $\xi_1, \xi_2$  – независимые с.в.,  $M\xi_1 = M\xi_2 = 0$ ,  
 дисперсии  $D\xi_1 = 1, D\xi_2 = 2$
- б)  $X_2(t) = \xi_1 \sin \omega t + \xi_2 \cos \omega t$ ,  
 $\xi_1, \xi_2$  – независимые с.в.,  $M\xi_1 = M\xi_2 = 0$ ,  
 дисперсии  $D\xi_1 = 2, D\xi_2 = 2$
- в)  $X_3(t) = \xi \sin(\omega t + \varphi)$ ,  
 $M\xi = 0$ , дисперсия  $D\xi = 2$ ,  $\varphi$  – с.в., распределенная равномерно на  $[-\pi, \pi]$
- г)  $X_4(t) = \xi \sin(\omega t + \varphi)$ ,  
 $M\xi = 0$ , дисперсия  $D\xi = 2$ ,  $\varphi$  – с.в., распределенная нормально  $N[0, \pi]$

Ответы:

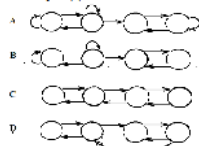
Любое непустое подмножество из элементов а, б, с, д; всего 2 в степени 4 минус 1, т.е.15 вариантов:

- 1.(а, б, с, д)
- 2.(а, б, с)
- 3.(а, б, д)
- 4.(а, с, д)
- 5.( б, с, д)
- 6.(а)
- 7.( б)
- 8.(с)
- 9.( д)
- 10.(а, б)
- 11.(а, с)
- 12.(а, д)
- 13.(б, с)
- 14.(б, д)
- 15.( с, д)

Верный ответ: 13

4.Какие из четырёх цепей Маркова (каждая по 4 состояния), представленных графами переходов, являются эргодическими?

Какие из четырех цепей Маркова (каждая по 4 состояния), представленных графами переходов, являются эргодическими?



Ответы:

Любое непустое подмножество из элементов А,В, С, D; всего 2 в степени 4 минус 1, т.е.15 вариантов:

1. (А, В, С, D)
2. (А, В, С)
3. (А, В, D)
4. (А, С, D)
5. (В, С, D)
6. (А)
7. (В)
8. (С)
9. (D)
10. (А, В)
11. (А, С)
12. (А, D)
13. (В, С)
14. (В, D)

## 15. (C, D)

Верный ответ: 12

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-3ПК-2 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей

### Вопросы, задания

1. Спектральное разложение на бесконечном интервале в комплексной форме. Спектральная плотность. Формулы Винера-Хинчина
2. Телеграфный сигнал, его автокорреляционная функция и спектральная плотность.
3. Прохождение белого шума через RC-цепь. Спектральная плотность на выходе и автокорреляционная функция
4. Простые цепи Маркова: определение, основные соотношения, теорема о предельных вероятностях
5. Классификация состояний цепи Маркова: существенные и несущественные состояния, классы, период, подклассы. Теоремы о предельных вероятностях
6. Возвратные и невозвратные состояния. Критерий возвратности. Средний период возвращения
7. Достижение границы. Уравнения для среднего времени и вторых моментов
8. Уравнения для вероятностей достижения границы
9. Задача о разорении игрока. Анализ задачи.
10. Цепи Маркова с непрерывным временем. Предположения о вероятностях перехода. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова (вывод уравнений)
11. Процесс Пуассона. Вывод формулы для переходных вероятностей
12. Свойства цепей Маркова с непрерывным временем (время пребывания в состоянии, свойство показательного распределения, условная вероятность перехода в другое состояние). Вложенная цепь Маркова
13. Достижение границ: уравнения для среднего времени достижения
14. Достижение границ: уравнения для вероятностей достижения границы.
15. Процессы размножения и гибели. Стационарное распределение
16. Понятие о диффузионных процессах. Уравнения Фоккера-Планка- Колмогорова
17. Элементы СМО и критерии качества. Одноканальная система с потерями. Граф системы, уравнения для вероятностей и характеристики СМО
18. Одноканальная система с ожиданием. Граф, уравнения для вероятностей и характеристики СМО
19. Многоканальная система с ожиданием. Граф и уравнения для вероятностей. Некоторые характеристики СМО

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Секретарю директора завода поступает в среднем 1,2 телефонных вызовов в минуту. Средняя продолжительность разговора составляет 2 минуты. Найти основные характеристики СМО:  
Робс - вероятность обслуживания,  
Ротк – вероятность отказа в обслуживании,  
А- абсолютную пропускную способность СМО

Ответы:

1. Робс= 0.65, Ротк=0.35, А= 0.8 звонка в минуту
2. Робс= 0.625, Ротк=0.375, А= 0.75 звонка в минуту
3. Робс= 0.6, Ротк=0.4, А= 0.7 звонка в минуту

Верный ответ: 2

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-4ПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

### Вопросы, задания

1. Случайный процесс задан с помощью случайных параметров. Определить одномерное и двумерное распределения процесса, его математическое ожидание, дисперсию и автокорреляционную функцию.
2. Случайный процесс с заданным математическим ожиданием и автокорреляционной функцией подвергается линейному преобразованию; найти характеристики преобразованного процесса
3. Случайный процесс задан с помощью случайных параметров. Построить для него каноническое разложение.
4. Для стационарного в широком смысле случайного процесса с заданной автокорреляционной функцией построить спектральное разложение
5. На вход стационарного линейного фильтра подается стационарный в широком смысле случайный процесс с заданной автокорреляционной функцией. Определить спектральную плотность выходного процесса и его дисперсию. Указать способ определения выходной автокорреляционной функции.
6. На вход стационарного линейного фильтра подается белый шум. Определить спектральную плотность выходного процесса и его дисперсию.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Цепь Маркова  $\{x_i(n)\}$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:

Цепь Маркова  $\xi(n)$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,7 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix}$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1)$$

Определить:

а) вектор вероятностей  $p$  после первого шага;  
варианты:  $p_1 = (0,7, 0,3)$ ,  $p_2 = (0,8, 0,2)$ .

б) матрицу  $P$  вероятностей переходов за 2 шага;

$$\text{варианты: } P_1 = \begin{bmatrix} 0,65 & 0,35 \\ 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0,35 & 0,65 \\ 0,6 & 0,4 \end{bmatrix}$$

с) вектор вероятностей  $q$  после второго шага;

$$\text{варианты: } q_1 = (0,8, 0,2), \quad q_2 = (0,4, 0,6).$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1).$$

Определить:

- а) вектор вероятностей  $p$  после первого шага
- б) матрицу  $P$  вероятностей переходов за 2 шага
- с) вектор вероятностей  $q$  после второго шага

Ответы:

1.  $(p_1, P_1, q_1)$
2.  $(p_1, P_1, q_2)$
3.  $(p_1, P_2, q_1)$
4.  $(p_1, P_2, q_2)$
5.  $(p_2, P_1, q_1)$
6.  $(p_2, P_1, q_2)$
7.  $(p_2, P_2, q_1)$
8.  $(p_2, P_2, q_2)$

Верный ответ: 6

2. Цепь Маркова  $\{x_i(n)\}$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:



Цепь Маркова  $\xi(n)$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,7 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix}$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1)$$

Определить вероятность получения последовательности:

$$P\{\xi(0) = 2, \xi(2) = 1, \xi(3) = 2, \xi(5) = 1\} = ?$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1)$$

Определить вероятность получения последовательности

Ответы:

1. 0.363
2. 0.252
3. 0.143
4. 0.0842
5. 0.0754

Верный ответ: 2

3. Цепь Маркова  $\xi(n)$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:

Цепь Маркова  $\xi(n)$  с состояниями «1» и «2» задана матрицей вероятностей переходов за один шаг:

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,7 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix}$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1)$$

причем вектор вероятностей  $p(0)$  состояний в момент 0 такой:

$$p(0) = (0,1)$$

Найти предельный при  $n \rightarrow \infty$  вектор  $p^*$  распределения вероятностей состояний.

Найти предельный при  $n \rightarrow \infty$  вектор  $p^*$  распределения вероятностей состояний

Ответы:

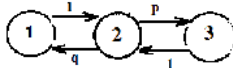
**Варианты ответа (с четырьмя верными знаками):**

1.  $p^* = (0.5333, 0.4667)$
2.  $p^* = (0.5233, 0.4767)$
3.  $p^* = (0.5133, 0.4867)$
4.  $p^* = (0.5033, 0.4967)$
5.  $p^* = (0.4933, 0.5067)$

Верный ответ: 4

4. Цепь Маркова с 3 состояниями задана графом и вероятностями переходов, причём  $p=0.2, q=0.8$

Цепь Маркова с 3 состояниями задана графом и вероятностями переходов, причём  $p=0.2, q=0.8$



Определить среднее время (среднее число шагов) достижения «3» из «1»

Определить среднее время (среднее число шагов) достижения «3» из «1»

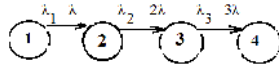
Ответы:

1. 8.0
2. 8.2
3. 8.5
4. 10
5. 12
6. 12.5
7. 13

Верный ответ: 4

5. Цепь Маркова с 4 состояниями и непрерывным временем задана графом и плотностями вероятностей переходов

Цепь Маркова с 4 состояниями и непрерывным временем задана графом и плотностями вероятностей переходов:



Определить среднее время достижения состояния «4» из «1».  
Принять  $\lambda = 1/60 \text{ сек}^{-1}$ .

Определить среднее время достижения «4» из «1»

Принять  $\lambda = 1/60 \text{ сек}^{-1}$

Ответы:

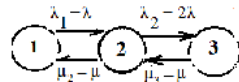
**Варианты ответов в секундах:**

1. 100
2. 110
3. 120
4. 130
5. 140
6. 150

Верный ответ: 2

6. Цепь Маркова с 3 состояниями и непрерывным временем  $t$  задана графом и плотностями вероятностей переходов

Цепь Маркова с 3 состояниями и непрерывным временем  $t$  задана графом и плотностями вероятностей переходов:



Определить вектор  $p = (p_1, p_2, p_3)$  предельных при  $t \rightarrow \infty$  вероятностей состояний. Принять  $\lambda = \mu$ .

Определить вектор  $p = (p_1, p_2, p_3)$  предельных при  $t \rightarrow \infty$  вероятностей состояний.

Принять  $\lambda = \mu$

Ответы:

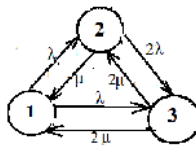
1.  $p = (0.3, 0.3, 0.4)$
2.  $p = (0.25, 0.35, 0.4)$
3.  $p = (0.45, 0.3, 0.25)$
4.  $p = (0.3, 0.35, 0.35)$
5.  $p = (0.25, 0.25, 0.5)$
6.  $p = (0.4, 0.3, 0.3)$

Верный ответ: 5

7. Цепь Маркова с 3 состояниями и непрерывным временем  $t$  задана графом и плотностями вероятностей переходов:

Принять  $\lambda = 1/20 \text{ сек}^{-1}$ .

Цепь Маркова с 3 состояниями и непрерывным временем задана графом и плотностями вероятностей переходов; принять  $\lambda = \mu = 1/20 \text{ сек}^{-1}$ .



Определить:

а) средние времена  $T = (t_1, t_2, t_3)$  пребывания в каждом состоянии;

варианты ответа:  $T_1 = (20, 10, 7.33)$ ,  $T_2 = (10, 7.33, 5)$ ;

б) матрицу  $P$  вложенной цепи Маркова (т.е. матрицу условных вероятностей переходов из «i» в «j» при условии, что выход из «i» имеет место);

варианты ответа:  $P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \end{bmatrix}$ ,

с) среднее время  $\theta$  достижения состояния «3» из «1»;

варианты ответа:  $\theta_1 = 12 \text{ сек}$ ,  $\theta_2 = 16 \text{ сек}$

Определить:

а) средние времена  $T = (t_1, t_2, t_3)$  пребывания в каждом состоянии;

б) матрицу  $P$  вложенной цепи Маркова

с) среднее время  $\theta$  достижения состояния «3» из «1»

Ответы:

1. (T1, P1,  $\theta 1$ )
2. (T1, P1,  $\theta 2$ )
3. (T1, P2,  $\theta 1$ )
4. (T1, P2,  $\theta 2$ )
5. (T2, P1,  $\theta 1$ )
6. (T2, P1,  $\theta 2$ )
7. (T2, P2,  $\theta 1$ )
8. (T2, P2,  $\theta 2$ )

Верный ответ: 6

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета (билета коллоквиума), и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета (билета коллоквиума) и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом непринципиальные ошибки.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета (билета коллоквиума), но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих