

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Горицкий Ю.А.
	Идентификатор	Rb6324da3-GoritskyYA-69420db9

(подпись)

Ю.А.  
Горицкий

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф.  
Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

2. ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

ИД-1 Использует и модифицирует математические модели прикладных задач

ИД-2 Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Выполнение задания

1. Случайные события (Расчетно-графическая работа)

Форма реализации: Защита задания

1. Оценки. Доверительные интервалы (Лабораторная работа)

2. Предельные теоремы. Выборки (Лабораторная работа)

3. Проверка гипотез (Лабораторная работа)

4. Различение двух гипотез. Регрессионный анализ (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Многомерные случайные величины и предельные теоремы (Контрольная работа)

2. Основные формулы теории вероятностей для случайных событий (Контрольная работа)

3. Случайные величины (Контрольная работа)

4. Случайные величины и предельные теоремы (Расчетно-графическая работа)

5. Теория оценивания (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

6 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	4	5	10	13	14

Основные понятия и формулы					
Основные понятия и формулы	+	+			
Одномерные случайные величины и их числовые характеристики					
Одномерные случайные величины и их числовые характеристики			+		
Многомерные случайные величины					
Многомерные случайные величины				+	+
Характеристические и производящие функции					
Характеристические и производящие функции					+
Предельные теоремы					
Предельные теоремы					+
Вес КМ:	10	20	30	30	10

7 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10
	Срок КМ:	4	8	12	14	16
Теория оценивания						
Теория оценивания	+			+		
Доверительные границы и интервалы						
Доверительные границы и интервалы			+	+		
Проверка статистических гипотез						
Проверка статистических гипотез					+	+
Регрессионный анализ и метод наименьших квадратов						
Регрессионный анализ и метод наименьших квадратов						+
Метод статистических испытаний						
Метод статистических испытаний						+
Вес КМ:	15	15	30	25	15	

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	Знать: основные формулы теории вероятностей для случайных событий Уметь: определять вероятности случайных событий	Случайные события (Расчетно-графическая работа) Основные формулы теории вероятностей для случайных событий (Контрольная работа)
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	Знать: характеристические функции и предельные теоремы Уметь: определять основные характеристики случайной величины применять предельные теоремы для решения вероятностных задач пользоваться стандартными статистическими процедурами находить статистические оценки и доверительные интервалы	Многомерные случайные величины и предельные теоремы (Контрольная работа) Случайные величины и предельные теоремы (Расчетно-графическая работа) Предельные теоремы. Выборки (Лабораторная работа) Теория оценивания (Контрольная работа)

ОПК-3	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub> Использует и модифицирует математические модели прикладных задач	Знать: методы решения прикладных задач Уметь: выбрать вероятностную модель в условиях действия случайных факторов	Оценки. Доверительные интервалы (Лабораторная работа)
ОПК-3	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей	Знать: основы регрессионного анализа Уметь: использовать вероятностные методы при анализе математических моделей анализировать случайные величины строить процедуры проверки статистических гипотез	Случайные величины (Контрольная работа) Проверка гипотез (Лабораторная работа) Различение двух гипотез. Регрессионный анализ (Лабораторная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

6 семестр

### КМ-1. Случайные события

**Формы реализации:** Выполнение задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме “Случайные события” .

#### Краткое содержание задания:

Расчетное задание ориентировано на проверку знаний основных понятий и формул и умения определять вероятности случайных событий

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные формулы теории вероятностей для случайных событий	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Какова формула для классической вероятности случайного события?</li><li>2.Какова формула для геометрической вероятности случайного события?</li><li>3.Какова формула для вероятности появления хотя бы одного из двух событий?</li><li>4.Какова формула для условной вероятности?</li><li>5.Какова формула для вероятности одновременного появления двух событий?</li><li>6.Как определяется независимость случайных событий?</li><li>7.Как записывается формула полной вероятности?</li><li>8.Как вычисляются послеопытные вероятности гипотез?</li></ol>
Уметь: определять вероятности случайных событий	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Коэффициенты квадратного уравнения выбираются двукратным бросанием наудачу точек на отрезок <math>[0,1]</math>. Какова вероятность получить вещественные корни?</li><li>2.В некотором опыте появление события А имеет вероятность 0.2. Опыт повторяется независимо до появления события А. Какова вероятность, что будет проведен 4 –й опыт?</li><li>3.Пусть А и В – независимые случайные события, связанные с некоторым экспериментом. Вероятность появления А или В равна 0.6, вероятность появления А равна 0.4. Найти вероятность появления В.</li><li>4.В мешке находится 3 монеты, одна из которых имеет на двух сторонах по гербу, другие две монеты – нормальные. Выбрали наудачу одну монету и 4 раза ее подбросили; результат оказался 4 герба. Какова вероятность, что это была двухгербовая монета?</li><li>5.Имеется 2 ящика, 1 и 2, и в каждом ящике 2 ячейки.</li></ol>

	В первом ящике в одной ячейке золотая монета, в другой - серебряная. Во втором ящике в каждой ячейке по золотой монете. Наудачу выбирается урна, а затем из выбранной урны наудачу выбирается ячейка; в ней оказывается золотая монета. Какова вероятность, что она из ящика 2?
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «зачтено» выставляется, если решены все предложенные задачи.

*Оценка: не зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «не зачтено» выставляется, если студент не получил оценку "зачтено".

**КМ-2. Основные формулы теории вероятностей для случайных событий**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 20 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания основных формул теории вероятностей для случайных событий и умений переходить от физической ситуации к вероятностной модели и определять вероятности случайных событий

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: основные формулы теории вероятностей для случайных событий</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Как определяется вероятность случайного события в классической схеме?</li> <li>2. Что такое геометрические вероятности?</li> <li>3. Как записывается общая формула для вероятности появления суммы событий?</li> <li>4. Как определяется условная вероятность случайного события А при условии появления события В?</li> <li>5. Какова формула вероятности одновременного появления N событий?</li> <li>6. Как определяется независимость случайных событий?</li> <li>7. В чем состоит формула полной вероятности?</li> <li>8. Как определяются послеопытные вероятности гипотез?</li> </ol>
<p>Уметь: определять вероятности случайных событий</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. В комнате находится 10 человек; каждый из них имеет номер от 1 до 10. Наудачу выбирается 3 человека, они покидают комнату, и их номера записывают.             <ol style="list-style-type: none"> <li>а) Какова вероятность того, что минимальный номер равен 5?</li> <li>а) Какова вероятность, что максимальный номер равен 5?</li> </ol> </li> <li>2. Сообщение, передаваемое по каналу связи, содержит</li> </ol>



	<p><math>n</math> символов. Символы искажаются независимо с вероятностью <math>p</math>. Для надежности сообщение дублируется <math>k</math> раз. Какова вероятность хотя бы раз получить сообщение без искажений. <math>k</math> чисел (<math>0 &lt; k &lt; 10</math>) выбираются наудачу (с возвращением) из совокупности целых чисел <math>0, 1, 2, \dots, 9</math>. Какова вероятность того, что среди выбранных не будет одинаковых? 4. Пусть <math>A</math> и <math>B</math> – независимые случайные события, связанные с некоторым экспериментом. Вероятность появления <math>A</math> или <math>B</math> равна <math>0.6</math>, вероятность появления <math>A</math> равна <math>0.4</math>. Найти вероятность появления <math>B</math>.</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-3. Случайные величины**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания по 20 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умения анализировать случайные величины;  
а именно: находить распределения случайных величин (т.е ряд распределения, плотность и функцию распределения), определять вероятности случайных событий, связанных со случайными величинами, определять числовые характеристики (мат. ожидание, дисперсию), выполнять преобразования, переходить от физической ситуации к вероятностной схеме.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: анализировать случайные величины</p>	<p>1.. Из партии в 25 изделий, среди которых 6 бракованных, случайным образом выбраны 3 изделия для проверки их качества. Построить ряд распределения случайного числа <math>x</math> бракованных</p>
--	---

	<p>изделий, содержащихся в выборке. Изобразить на графике функцию распределения.</p> <p>2.Каждый прибор содержит 500 деталей, каждая из которых исправна с вероятностью 0.999 независимо от других.</p> <p>а) Найти вероятность исправности не менее 8 из 10 приборов.</p> <p>б) Сколько приборов надо приобрести, чтобы с вероятностью <math>\geq 0.97</math> хотя бы один был исправен.</p> <p>3.Случайная величина <math>x</math> распределена равномерно в интервале <math>(-p/2, p/2)</math>. Найти закон распределения случайной величины <math>h = \cos x</math>. Изобразить график плотности и функции распределения). Определить <math>Mh</math> и <math>Dh</math>.</p> <p>4. В поселке живет 200 человек. Имеется один магазин. Вероятность того, что отдельный житель зайдет в течение дня в магазин, равна <math>p = 0.3</math>. Вероятность того, что зашедший в магазин житель купит электролампу, равна 0.05. Найти вероятность того, что в течение дня:</p> <p>а) в магазин зайдет 60 жителей,</p> <p>б) в магазин зайдет не менее 30 жителей,</p> <p>в) не менее трех человек купит электролампу.</p> <p>5.При данном технологическом процессе 1% всей продукции дефектны.</p> <p>а) Оценить вероятность того, что среди 200 изделий будет не более двух дефектных?</p> <p>б) изобразить качественно график функции распределения случайной величины - числа дефектных среди 200 изделий.</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Многомерные случайные величины и предельные теоремы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 30**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Цель контрольной работы проверить умение применять предельные теоремы для решения вероятностных задач

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: применять предельные теоремы для решения вероятностных задач	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Определить вероятность того, что значение суммы будет находиться в заданном диапазоне</li><li>2. Определить число слагаемых в сумме так, чтобы вероятность находиться в заданном диапазоне была на заданном уровне</li><li>3. Определить симметричный диапазон для суммы так, чтобы вероятность находиться в этом диапазоне была на заданном уровне</li></ol>
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «зачтено» выставляется, если решены все предложенные задачи.

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «не зачтено» выставляется, если студент не получил оценку "зачтено".

### **КМ-5. Случайные величины и предельные теоремы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 10**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме “Многомерные случайные величины. Предельные теоремы”

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку знания характеристических функций и предельных теорем и умения определять основные характеристики случайной величины

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: характеристические функции и предельные теоремы	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Какое свойство суммы случайных величин рассматривается в разделе “Центральная предельная теорема”</li><li>2. Как определяются основные характеристики двумерной случайной величины</li><li>3. Как определяется характеристическая функция случайной величины</li><li>4. Каковы свойства характеристической функции</li><li>5. Записать формулы для характеристической функции распределений нормального, Пуассона, биномиального</li><li>6. В чем состоит закон больших чисел в форме</li></ol>
--	--

	<p>Чебышева</p> <p>7.Какие знаете теоремы, обеспечивающие выполнение закона больших чисел в форме Чебышева</p> <p>8.В чем состоит усиленный закон больших чисел</p>
<p>Уметь: определять основные характеристики случайной величины</p>	<p>1.Определить основные характеристики двумерной случайной величины: одномерные распределения, математические ожидания, дисперсии, ковариацию, коэффициент корреляции</p> <p>2.Выяснить, выполняется ли закон больших чисел для заданной последовательности случайных величин.</p> <p>3.Определить вероятность того, что значение суммы случайных величин находится в заданном диапазоне</p>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: не зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**7 семестр**

**КМ-6. Предельные теоремы. Выборки**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Представляется отчет, студент показывает на компьютере умение выполнить элементарные статистические операции, устно задаются вопросы по теме

**Краткое содержание задания:**

Задаются вопросы на понимание основных положений темы и проверяется умение пользоваться элементарными стандартными статистическими процедурами

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: пользоваться стандартными статистическими процедурами</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Установить, выполняется ли закон больших чисел для заданной последовательности случайных величин</li> <li>2.Оценить вероятность получить в заданном диапазоне значение суммы случайных величин</li> <li>3.Сгенерировать выборку с заданным законом распределения</li> <li>4.Построить по выборке вариационный ряд</li> <li>5.Построить по выборке функцию эмпирического распределения</li> <li>6.Построить гистограмму частот</li> <li>7.Провести группирование наблюдений</li> <li>8.Определить заданные выборочные характеристики</li> <li>9.Построить диаграмму рассеяния для двумерной выборки</li> <li>10.Определить матрицу выборочных коэффициентов</li> </ol>
---	--

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Нижний порог выполнения задания в процентах: 80**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Нижний порог выполнения задания в процентах: 60**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Нижний порог выполнения задания в процентах: 40**Описание характеристики выполнения знания:***КМ-7. Оценки. Доверительные интервалы****Формы реализации:** Защита задания**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Представляется отчет, задаются вопросы по темам "Теория оценивания", "Доверительные интервалы"**Краткое содержание задания:**

Проверяется знание методов решения прикладных задач и умение выбрать вероятностную модель в условиях действия случайных факторов

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: методы решения прикладных задач	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. В чем состоит метод моментов и каковы свойства соответствующих оценок</li> <li>2. В чем состоит метод максимального правдоподобия и каковы свойства соответствующих оценок</li> <li>3. В чем состоит метод порядковых статистики и каковы свойства соответствующих оценок</li> <li>4. В чем состоит общий способ построения доверительного интервала</li> <li>5. Как построить доверительный интервал, используя асимптотическую нормальность оценивающей статистики</li> </ol>
Уметь: выбрать вероятностную модель в условиях действия случайных факторов	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Завод выпустил партию из <math>N=1000</math> приборов, предназначенных для работы под водой (в нестандартных условиях) в течение <math>T=72</math> часов. На испытания поставлены <math>n=20</math> приборов. Результаты испытаний оказались равными <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math>. Оценить количество неработоспособных приборов в партии и их стоимость; указать доверительные интервалы с коэффициентом доверия 0.95. Стоимость одного прибора <math>C</math>. Время работы до отказа принять таким, как это типично для сложных систем: показательным</li> <li>2. Если количество травм на заводе оказывается равным <math>N=40</math> или более, то завод подвергается штрафу и проверке. Поквартальные данные за <math>k=4</math> года по количеству производственных травм на</li> </ol>

	<p>большом заводе оказались такими: <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math>, <math>n=4K</math>, Оценить вероятность этого события в следующем году и указать доверительный интервал для нее с коэффициентом доверия 0.95.. Принять поток травм простейшим</p> <p>3.Произведена партия изделий объемом <math>N=2000</math> штук. Для контроля сделано <math>n=15</math> выборок по <math>m=10</math> штук каждая. Число дефектных оказалось <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math>. Оценить число дефектных в партии и их стоимость; указать доверительные интервалы для этих величин с коэффициентом доверия 0.95. Стоимость одного изделия принять равной <math>C</math>.</p> <p>4.Для нормальных наблюдений написать доверительный интервал для стандартного отклонения</p> <p>5.Для нормальных наблюдений написать доверительный интервал для среднего при неизвестной дисперсии</p> <p>6.Написать доверительный интервал для неизвестной вероятности при большом числе наблюдений</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-8. Теория оценивания**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 2 задания на 90 минут

**Краткое содержание задания:**

Работа ориентирована на проверку умения находить статистические оценки и доверительные интервалы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: находить статистические оценки и доверительные интервалы</p>	<p>1.Поток отказов ЭВМ можно считать простейшим с неизвестным параметром "лямбда". Измерено <math>n = 20</math> временных промежутков <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> между соседними отказами, причем выборочное среднее <math>\bar{x} = 11.5</math> часов, исправленная выборочная дисперсия <math>s^2 = 108</math>. Построить оценку для параметра "лямбда" и</p>
--	--

указать доверительный интервал с уровнем доверия  $PД = 0.95$

2. На вход канала связи  $n = 400$  раз подавались импульсы неизвестной амплитудой  $a$ . На выходе канала имеем амплитуды  $U_i$  импульсов с нормальной помехой  $e$ :  $U_i = a + e_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n = 400$ ,  $e_i$  - нормальна  $N(0, s^2)$  – независимые случайные величины,  $s = 7$  мв. Импульсы подаются на квадратичный детектор (возводятся в квадрат), и затем усредняются. В результате получено значение  $Z = 75$  мв<sup>2</sup>. Построить доверительный интервал для амплитуды  $a$  импульса с уровнем доверия  $PД = 0.95$ .

3. Наблюдения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  являются выборкой, распределенной по закону Релея с неизвестным параметром  $s^2$ . Требуется:

1. Построить две оценки для неизвестного параметра указанным методом (моментов, максимального правдоподобия или порядковых статистик);

2. Исследовать полученные оценки на несмещенность, состоятельность и эффективность;

3. Установить, является ли какая – либо из оценок достаточной статистикой. Если является, найти условное распределение наблюдений при условии известного значения достаточной статистики

4. Построить доверительные интервалы, исходя из оценок, с заданным уровнем доверия

4. Наблюдения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  являются выборкой, распределенной по закону Эрланга порядка 2 с неизвестным параметром  $a$ . Требуется:

1. Построить две оценки для неизвестного параметра указанным методом (моментов, максимального правдоподобия или порядковых статистик);

2. Исследовать полученные оценки на несмещенность, состоятельность и эффективность;

3. Установить, является ли какая – либо из оценок достаточной статистикой. Если является, найти условное распределение наблюдений при условии известного значения достаточной статистики

4. Построить доверительные интервалы, исходя из оценок, с заданным уровнем доверия

5. Наблюдения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  являются выборкой, распределенной по показательному закону с параметром  $b$ , смещенному вправо на величину  $a$ , т.е. неизвестным параметром является пара  $(a, b)$ .

Требуется:

1. Построить две оценки для неизвестного параметра указанным методом (моментов, максимального правдоподобия или порядковых статистик);

2. Исследовать полученные оценки на несмещенность, состоятельность и эффективность;

3. Установить, является ли какая – либо из оценок достаточной статистикой. Если является, найти

	<p>условное распределение наблюдений при условии известного значения достаточной статистики</p> <p>4. Построить доверительные интервалы, исходя из оценок, с заданным уровнем доверия</p> <p>6. Наблюдения <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> являются выборкой, распределенной по нормальному закону с неизвестным параметром "дисперсия" Требуется:</p> <p>1. Построить две оценки для неизвестного параметра указанным методом (моментов, максимального правдоподобия или порядковых статистик);</p> <p>2. Исследовать полученные оценки на несмещенность, состоятельность и эффективность;</p> <p>3. Установить, является ли какая – либо из оценок достаточной статистикой. Если является, найти условное распределение наблюдений при условии известного значения достаточной статистики</p> <p>4. Построить доверительные интервалы, исходя из оценок, с заданным уровнем доверия</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-9. Проверка гипотез**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Представляется отчет отчет, устно задаются вопросы по теме "Критерий хи-квадрат", предлагается задача на составление процедуры проверки той или иной гипотезы

**Краткое содержание задания:**

Ответить на: вопросы по пониманию основных положений темы и показать умение использовать вероятностные методы при анализе математических моделей

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: использовать вероятностные методы при анализе математических моделей</p>	<p>1. По заданной совокупности наблюдений проверить ту или иную гипотезу:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- простую или сложную гипотезу о вероятностях,</li> <li>• - простую или сложную гипотезу о распределении (например, гипотезу о нормальности или пуассоновости),</li> <li>• - гипотезу о независимости признаков,</li> <li>• - гипотезу об однородности выборок (т.е. об</li> </ul>
--	---



	<p>одинаковости законов распределения)</p> <p>2. На экзамене студент отвечает только на один вопрос по одной из трёх частей курса. Анализ вопросов, заданных 60 студентам, показал, что 23 студента получили вопросы из первой, 15 — из второй и 22 — из третьей частей курса. Можно ли считать, что студент, идущий на экзамен, с равной вероятностью получит вопрос по любой из трёх частей курса? Принять уровень значимости 0.1</p> <p>3. В течение месяца завод поставил предприятию 200 корпусов, из которых 4 оказались дефектными. В следующий месяц было поставлено 850 корпусов, из которых 11 оказались дефектными. Можно ли считать, что доля дефектных корпусов изменилась в заводском производстве? Принять уровень значимости 0.01</p> <p>4. Хозяин американского казино, в целях обмана своих клиентов, поручил программисту сделать генератор случайных чисел, который выдает целые числа <math>n</math> от 0 до <math>2K</math>, со слабым заданным линейным возрастанием вероятностей при увеличении <math>n</math>, т.е. (возрастание определяется параметром <math>d</math>):, <math>p(n,d)=q+d(n-K)</math>, <math>n=0, 1, 2, \dots, 2K</math>. Для упрощения вычислений полагаем <math>K=2</math> (всего 5 значений) и <math>d=0.02</math>. Для проверки генератора хозяин провел <math>n=500</math> испытаний с результатами - значения <math>n</math>: 0, 1, 2, 3, 4, соответствующие частоты: 97, 107, 95, 93, 108. Выгонит ли хозяин программиста с работы?</p> <p>5. Имеются две выборки значений (в условных единицах) объемов 125 и 80 показателя качества однотипной продукции, изготовленной двумя фирмами:</p> <p>показатель: <math>&lt; 20</math> от 20 до 25 от 26 до 30 от 31 до 35 <math>&gt; 35</math></p> <p>частоты в 1-й выборке: 6 25 47 34 13 всего 125</p> <p>частоты во 2-й выборке: 3 21 17 16 23 всего 80</p> <p>С помощью критерия хи-квадрат Пирсона выяснить, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одним и тем же законом распределения.</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

## КМ-10. Различение двух гипотез. Регрессионный анализ

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Представляется отчет, устно задаются вопросы по темам "Различение двух простых гипотез", "Линейный регрессионный анализ", предлагается задача на построение процедуры проверки тех или иных гипотез

### Краткое содержание задания:

Проверяется знание основ регрессионного анализа и умение строить процедуры проверки статистических гипотез

### Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: основы регрессионного анализа</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Как по Нейману-Пирсону ставится задача на оптимальность процедуры различения простых гипотез и и каково решение задачи</li><li>2. Как ставится задача на оптимальность последовательной процедуры различения простых гипотез и каково решение задачи</li><li>3. В чем состоит последовательный критерий Вальда отношения вероятностей</li><li>4. Как вычисляются пороги и средние числа наблюдений для критерия Вальда</li><li>5. Задача регрессионного анализа. Какие в модель вводятся предположения? Какой регрессионный анализ называется линейным?</li><li>6. Как записывается модель наблюдений и как ставится задача? Какой формулой выражаются оценки для коэффициентов регрессии?</li><li>7. Свойства оценок для коэффициентов регрессии. Что утверждает теорема Гаусса-Маркова?</li><li>8. Как строится оценка для дисперсии наблюдений?</li><li>9. Как построены доверительные интервалы для коэффициентов регрессии?</li><li>10. Как проверяется гипотеза об отсутствии влияния некоторого фактора на результат наблюдения?</li><li>11. Какая стандартная процедура использована при анализе данных в проанализированных (в лабораторной работе) примерах, и в какой форме выдаются результаты?</li><li>12. Какой результат получился при аппроксимации заданных наблюдений многочленом второго порядка от двух переменных?</li></ol>
<p>Уметь: строить процедуры проверки статистических гипотез</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Для конкретного типа наблюдений и альтернатив построить процедуру различения (по Нейману-Пирсону или Вальду) и определить их характеристики</li><li>2. Дано - <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> - независимые случайные величины <math>V_i(m, p)</math> (биномиальный закон), <math>m = 5</math>. Гипотеза <math>H_0: p = p_0 = 0,45</math>, гипотеза <math>H_1: p = p_1 = 0,55</math>. Построить процедуру различения гипотез с</li></ol>

	<p>вероятностями ошибок первого рода <math>\alpha = P\{\text{принять } H_1 / H_0\} = \alpha_0 = 0,02</math>, второго рода <math>\beta = P\{\text{принять } H_0 / H_1\} = \beta_0 = 0,05</math>, выбрав объем выборки <math>n</math>.</p> <p>3. По выборке <math>x_1, x_2, \dots, x_n, n=20</math>, построить процедуру различения 2-х простых гипотез (относительно параметра бэ́та-распределения):  <math>H_0: p(x) = p_0(x) = 1, x \in [0,1]</math>, иначе 0,  <math>H_1: p(x) = p_1(x) = x(1-x), x \in [0,1]</math>, иначе 0  Принять вероятность ошибки первого рода <math>\alpha = P\{\text{принять } H_1 / H_0\} = \alpha_0 = 0,02</math>,  Определить <math>\beta = P\{\text{принять } H_0 / H_1\}</math>.</p> <p>4. По выборке <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> построить процедуру проверки двух гипотез относительно параметра <math>a</math> распределения Пуассона,  гипотеза <math>H_0: a = a_0 = 4</math>,  гипотеза <math>H_1: a = a_1 = 5</math>..  Объем выборки <math>n = 40</math>. Вероятность ошибки 1-го рода <math>\alpha = 0,05</math>.  Оценить вероятность ошибки второго-го рода.  Оценить функцию мощности критерия и построить ее график.</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 6 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет с оценкой

### Пример билета

1. Одномерные случайные величины. Определение. Дискретная случайная величина. Независимые испытания Бернулли. Биномиальный закон распределения.
2. Формула полной вероятности и формула Байеса
3. Задача.  
Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна  $p=0.8$ . Сколько патронов нужно взять, чтобы с вероятностью  $0.95$  их хватило на  $50$  попаданий?

### Процедура проведения

Зачет с оценкой проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

1. Случайное событие, вероятность события, вероятностное пространство. Следствия аксиом вероятности
2. Условная вероятность, формула умножения вероятностей, независимость случайных событий
3. Формула полной вероятности и формула Байеса
4. Одномерные случайные величины. Независимые испытания Бернулли
5. Теоремы Муавра-Лапласа.
6. Теорема Пуассона.
7. Однородный пуассоновский поток случайных точек.
8. Функции распределения и их свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины.
9. Некоторые основные непрерывные законы распределения: равномерный, нормальный, показательный. Распределения и числовые характеристики.
10. Преобразование случайных величин. Примеры: линейное преобразование, логарифмически нормальное распределение
11. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия.
12. Примеры: распределение Бернулли, Пуассона, нормальное, равномерное
13. Интеграл Стильтьеса. Общее определение математического ожидания.
14. Математическое ожидание функции от случайной величины. Моменты случайной величины (моменты распределения).
15. Многомерные случайные величины, дискретные и непрерывные; функции распределения и их свойства. Примеры.

16. Независимость случайных величин. Условные распределения. Условное мат. ожидание и условная дисперсия.
17. Преобразование многомерных случайных величин. Распределение суммы двух случайных величин.
18. Свойства математического ожидания. Примеры.
19. Свойства дисперсии. Примеры.
20. Числовые характеристики многомерных случайных величин: математическое ожидание и дисперсионная матрица
21. Коэффициент корреляции и его свойства
22. Свойства математического ожидания и дисперсионной матрицы
23. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Каким свойством из перечисленных ниже обладает функция распределения  $F(x) = P\{X < x\}$  произвольной случайной величины  $X$ : она

1. непрерывна в любой точке
2. абсолютно непрерывна в любой точке
3. непрерывна слева в любой точке
4. непрерывна справа в любой точке
5. кусочно - постоянна
6. разрывна

Ответы:

1. 2. 3. 4. 5. 6.

Верный ответ: 3. непрерывна слева в любой точке

2. Последовательность случайных величин,

$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ , независимых и распределенных равномерно на отрезке  $[-1, 3]$ ; обозначим сумму первых  $n$  слагаемых через  $S_n$ .

Какие из нижеследующих записей верно отражают закон больших чисел (по Чебышеву) для этой последовательности:

- a)  $|S_n/n|$  стремится к 1 с ростом  $n$
- b)  $S_n/n$  стремится к 1 с ростом  $n$  по вероятности
- c)  $P\{S_n/n \text{ стремится к } 1 \text{ с ростом } n\} = 1$

Ответы:

Любое непустое подмножество из элементов  $a, b, c$ ; всего 2 в степени 3 минус 1, т.е. 7 вариантов:

1. (a, b, c)
2. (a, b)
3. (a, c)
4. (b, c)
5. (a)
6. (b)
7. (c)

Верный ответ: 6.  $S_n/n$  стремится к 0 с ростом  $n$  по вероятности

3.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  - независимы и распределены равномерно на отрезке  $[0, 2]$ ,  $n=12$ ; обозначим их сумму через  $S_n$ .

Рассмотрим приближенное соотношение

$$P\{a < S_n < b\} \approx Q$$

Какие из приводимых ниже соотношений являются приближенно верными?

- a)  $P\{6 < S_n < 18\} \approx 0.997$
- b)  $P\{7 < S_n < 17\} \approx 0.9$
- c)  $P\{8 < S_n < 16\} \approx 0.95$

Ответы:

1. (a, b, c)
2. (a, b)
3. (a, c)
4. (b, c)
5. (a)
6. (b)
7. (c)

Верный ответ: 3. (a, c)

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

1. Характеристические функции и их свойства
2. Производящие функции и их свойства. Примеры применения.
3. Примеры применения центральной предельной теоремы: оценка ошибок округления, расчет устройств со случайными параметрами.
4. Свойство сходимости распределения суммы к нормальному закону. Центральная предельная теорема.
5. Вероятность перегорания первой, второй и третьей лампы соответственно равна 0,1, 0,2 и 0,3. Если перегорает одна лампа, то прибор выходит из строя с вероятностью 0,5, а если две или три - то прибор заведомо выйдет из строя.
  - а) Найти вероятность выхода прибора из строя.
  - б) Какова вероятность того, что из 4 приборов выйдет из строя не более одного?
  - в) Пусть вероятность выхода прибора из строя  $p = 0.001$ ; оценить вероятность того, что из 200 приборов выйдет из строя не более двух приборов.
6. Испытание представляет собой бросание трех игральных кубиков. Вычислить вероятность следующих событий:
  - а) выпадение в одном испытании не менее двух четных чисел (событие А);
  - б) в 400 испытаниях появление события А не менее 180 раз
  - в) в 400 испытаниях появление события А ровно 180 раз
7. Случайное отклонение  $e$  размера детали от номинала распределено по нормальному закону с математическим ожиданием  $Me = -1$  мм и с. к. о. 2 мм. Деталь считается годной, если  $m < 4$  мм. Если модуль  $e < 2$  мм, то эта деталь первого сорта. Отобраны две детали; они оказались годными. Какова вероятность того, что среди них одна 1-го сорта?
8. В нормально распределенной совокупности 15% значений  $X$  меньше 11.0 и 45% значений  $X$  больше 17.0.
  - а) Найти параметры этой нормальной совокупности.
  - б) Определить математическое ожидание случайной величины  $Y = |X - 15|$ .
  - в) определить плотность и функцию распределения случайной величины  $Y$  и изобразить их графики.
9. Пусть  $Y = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$ ,  $x_1, \dots, x_n$  – независимые, равномерно  $R[0, 2]$  распределенные случайные величины. Какое  $n$  нужно взять, чтобы  $Y$  отличалась от 1 не более, чем на 0.05 с вероятностью 0.95. Оценить с помощью ЦПТ.
10. Пусть  $Y = [\sin(x_1) + \sin(x_2) + \dots + \sin(x_n)] / n$ ,  $x_1, \dots, x_n$  – независимые, равномерно  $R[0, \pi/2]$ , распределенные случайные величины,  $n = 50$ .  $[-\pi, \pi]$   
Оценить вероятность события  $Y < 0.5$

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-3</sub> Использует и модифицирует математические модели прикладных задач

#### Вопросы, задания

1. В комнате находится 10 человек; каждый из них имеет номер от 1 до 10. Наудачу выбирается 3 человека, они покидают комнату, и их номера записывают.

а) Какова вероятность того, что минимальный номер равен 5?

а) Какова вероятность, что максимальный номер равен 5?

2. В мешке находится 3 монеты, одна из которых имеет на двух сторонах по гербу, другие две монеты – нормальные. Выбрали наудачу одну монету и 4 раза ее подбросили; результат оказался 4 герба. Какова вероятность, что это была двухгербовая монета?

3. Пусть  $Y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ,  $n = 100$ ,  $x_1, \dots, x_n$  – независимые случайные величины, одинаково распределенные с плотностью

$$p(x) = a \exp(-ax), x > 0, a = 2.$$

Оценить вероятность  $P\{|Y-50| < 10\}$

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Две симметричные монеты бросаются 4 раза. Какова вероятность получить 2 герба 2 раза?

Указать число (из приведенных ниже), ближайшее к вероятности

Ответы:

1. 0.17

2. 0.18

3. 0.19

4. 0.20

5. 0.21

6. 0.22

Верный ответ: 5. 0.21

**4. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Бросается две игральные кости. Какова вероятность получить сумму, равную 7?

Ответы:

1.  $\frac{1}{3}$

2.  $\frac{1}{4}$

3.  $\frac{1}{5}$

4.  $\frac{1}{6}$

5.  $\frac{1}{7}$

Верный ответ: 4.  $\frac{1}{6}$

2. Вероятность события (в некотором физическом эксперименте) при одном испытании равна 0.5. Это событие испытывается 900 раз. Какова вероятность, что число успехов будет находиться в пределах  $450 \pm 30$ ?

Ответы:

1. 0.8

2. 0.85

3. 0.9

4. 0.95

5. 0.98

6. 0.99

7. 0.997

Верный ответ: 4. 0.95

3. Вероятность сделать ошибку при вводе одного символа равна  $1/300$ . На странице 1000 символов; какова вероятность сделать не более 2-х ошибок. Назвать число, ближайшее (из приведенных) к вероятности

1. 0.18, 2. 0.19, 3. 0.20 4. 0.21 5. 0.22 6. 0.23 7. 0.24

Ответы:

1. 0.18,
2. 0.19
3. 0.20
4. 0.21
5. 0.22
6. 0.23
7. 0.24

Верный ответ: 3. 0.20

4. Случайная величина  $X$  распределена равномерно на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Определить математическое ожидание  $m = M[2\sin(X)]$  случайной величины  $2\sin(X)$  и ее дисперсию  $d = D[2\sin(X)]$ .

Варианты значений пары  $(m, d)$  приведены ниже

Ответы:

1. (2, 4)
2. (1, 4)
3. (0, 4)
4. (0, 2)
5. (1, 2)
6. (2, 2)
7. (0,  $\sqrt{2}$ )

Верный ответ: 4. (0, 2)

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета (билета коллоквиума), и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета (билета коллоквиума) и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 40

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета (билета коллоквиума), но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины.



### III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и зачетной составляющей.

7 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

<b>МЭИ</b>	<b>Экзаменационный билет</b> Кафедра МКМ Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика Факультет АВТИ	<i>Утверждаю: Зав.кафедрой</i>
<p>1. Линейная МД-оценка среднего при разноточных измерениях..</p> <p>2. Свойства критерия хи-квадрат (состоятельность, мощность критерия, нецентральное распределение хи-квадрат). Применение критерия для проверки гипотезы о распределении.</p> <p>3. Задача.</p>		

### Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### I. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

- 1.Оценивание вероятностей и моментов. Функция эмпирического распределения. Основная теорема статистики.
- 2.Критерий хи-квадрат. Проверка простой гипотезы о вероятностях. Теорема Пирсона.
- 3.Свойства критерия хи-квадрат (состоятельность, мощность критерия, нецентральное распределение хи-квадрат). Проверки простой гипотезы о распределении.
- 4.Различение двух простых гипотез. Подход Неймана-Пирсона. Теорема об оптимальном решающем правиле.
- 5.Последовательный критерий Вальда. Тождество Вальда. Среднее число наблюдений.
- 6.Последовательный критерий Вальда. Связь порогов с вероятностями ошибок.
- 7.Различение двух простых гипотез. Байесовский подход. Теорема об оптимальном решающем правиле.

## Материалы для проверки остаточных знаний

1. Проведено  $n = 4$  независимых испытания случайной величины, распределенной по нормальному закону. По результатам  $x_1, \dots, x_4$  построен график функции эмпирического распределения. Какого типа эта функция?

1.

Ответы:

1. гладкая,
2. непрерывная,
3. разрывная
4. ее график – ломаная линия
5. кусочно постоянная,
6. монотонно возрастающая
7. монотонно убывающая

Верный ответ: 3. разрывная 5. кусочно постоянная 6. монотонно возрастающая

2. Проведено  $n = 5$  независимых испытаний случайной величины, распределенной по показательному закону с плотностью  $p(x) = (1/m)\exp(-x/m)$ . По результатам  $x_1, \dots, x_5$  определены выборочное мат. ожидание  $m_1$  и построен график функции  $F_n(x)$  эмпирического распределения. В каком диапазоне находятся значения функции  $F_n(x)$ ?

Ответы:

1. от 0 до  $1/m$
2. от 0 до 1
3. от  $1/5$  до 1
4. от 0 до 5

Верный ответ: 2. от 0 до 1

3. В каком случае оценка называется эффективной?

Ответы:

Оценка называется эффективной, если

- 1 мат. ожидание ее равно неизвестному параметру при любом значении параметра
- 2 средний квадрат ошибки с ростом числа наблюдений стремится к 0
- 3 дисперсия ошибки с ростом числа наблюдений стремится к 0
- 4 дисперсия минимальна среди всех оценок
- 5 дисперсия равна нижней границе Рао- Крамера

Верный ответ: 5 дисперсия равна нижней границе Рао- Крамера

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

## Материалы для проверки остаточных знаний

1. Расстояние между точками А и В измерялось двумя приборами; результаты измерений:  $x_1 = 105\text{м}$ ,  $x_2 = 110\text{м}$ ,

1-й прибор характеризуется случайной погрешностью со стандартным отклонением  $\sigma_1 = 1\text{м}$ ; 2-й - с  $\sigma_2 = 2\text{м}$ .

Какое значение следует взять в качестве расстояния между А и В ?

Ответы:

1. 106м
2. 2. 106.67м
3. 3. 107м
4. 4. 108м
- 5.

6.

Верный ответ: 1. 106м

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-3</sub> Использует и модифицирует математические модели прикладных задач

#### Вопросы, задания

1. Метод моментов, свойства моментных оценок, примеры.
2. Метод максимального правдоподобия, свойства МП-оценок. Доказательство асимптотической эффективности.
3. Метод порядковых статистик. Асимптотическое распределение выборочной квантили, распределение порядковых статистик.
4. Интервальное оценивание (определение, интервал для среднего нормальной совокупности, способ построения интервала).
5. Распределение Стьюдента. Построение доверительного интервала для среднего нормальной совокупности при неизвестной дисперсии.
6. Генерация случайных величин, оценка числа испытаний, особенности метода.
7. Проверка гипотезы об однородности выборок.
8. Проверка гипотезы о независимости признаков.
9. Гипотезы при неизвестных параметрах Проверка сложной гипотезы о вероятностях. Проверка гипотезы о типе распределения.
10. Метод статистических испытаний Монте-Карло (идея, области применения, способы вычисления интегралов),
11. Критерий согласия Колмогорова.
12. С помощью метода Монте-Карло решить, с заданной точностью, конкретную задачу, одну из следующих: вычисление интеграла, определения закона распределения сложной функции от случайных величин, Требуется построить вычислительную процедуру, написать алгоритм генерации наблюдений и определить число наблюдений.

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Предполагается, что генератор случайных чисел выдает “1” и “0” с вероятностью 0.5. Проведено 400 испытаний, количество “1” оказалось равным 225. С помощью критерия хи-квадрат Пирсона проверить гипотезу о том, что вероятность “1” равна 0.5. Уровень значимости принять равным 0.05. Варианты значений ( $\chi^2$ ,  $h$ ), где  $\chi^2$  - статистики Пирсона и порога  $h$  приведены; указать правильный вариант

Ответы:

1. 1. ( $\chi^2=3.12$ ,  $h=2.26$ )
2. 2. ( $\chi^2=4.15$ ,  $h=5.7$ )
3. 3. ( $\chi^2=5.74$ ,  $h=5.7$ )
4. 4. ( $\chi^2=6.25$ ,  $h=3.84$ )
5. 5. ( $\chi^2=8.4$ ,  $h=6.26$ )

Верный ответ: 4. ( $\chi^2 = 6.25$ ,  $h=3.84$ ) Отклонение гипотезы происходит при минимальном уровне значимости 0.015

2. При выборочном опросе горожан по некоторому вопросу высказались:

Среди 120 мужчин: за – 86, против – 34;

Среди 60 женщин: за- 34, против – 26.

Можно ли считать, что отношение к этому вопросу среди мужчин и среди женщин различно?

Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Ответить с помощью критерия хи-квадрат. Уровень значимости принять равным 0.05. Варианты значений ( $X^2$ ,  $h$ ) статистики  $X^2$  и порога  $h$  приведены; указать правильный вариант

Ответы:

1. ( $X^2=3.12$ ,  $h= 2.26$ )
2. ( $X^2=4.15$ ,  $h=5.7$ )
3. ( $X^2=2.02$ ,  $h=3.84$ )
4. ( $X^2=4.25$ ,  $h=2.84$ )
5. ( $X^2=8.4$ ,  $h=6.26$ )

Верный ответ: 3. (2.02, 3.84) Наблюдения не противоречат гипотезе об одинаковости отношения.

**4. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

#### Вопросы, задания

1. Точечное оценивание: основные понятия (выборка, статистика, оценка, характеристики качества оценок).
2. Линейная МД-оценка среднего при разноточных измерениях.
3. Нижняя граница для дисперсии несмещенной оценки (неравенство Рао- Крамера).
4. Информация по Фишеру, эффективные оценки, экспонентные семейства распределений.
5. Достаточные статистики. Определение. Теорема Блекуэлла. Критерий факторизации.
6. Распределение хи-квадрат; теорема о совместном распределении выборочных среднего и дисперсии нормальной совокупности. Доверительный интервал для дисперсии нормальной совокупности.
7. Построение центральной статистики в общем случае. Примеры построения доверительных интервалов.
8. Доверительные интервалы, основанные на асимптотической нормальности оценок, интервал для вероятности.
9. Линейный регрессионный анализ. Оценка дисперсии. Доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.
10. Линейный регрессионный анализ. Уравнения для оценок коэффициентов регрессии и соответствующая дисперсионная матрица.
11. Считая, что  $n$  независимых наблюдений подчиняются заданному закону, построить оценку заданным методом для параметра. Проверить несмещенность оценки, состоятельность и эффективность, а также достаточность.
12. Считая, что  $n$  независимых наблюдений подчиняются заданному закону, построить оценку заданным методом для неизвестного параметра и построить доверительный интервал с заданным коэффициентом доверия.
13. По заданным конкретным результатам наблюдений, с помощью критерия хи-квадрат Пирсона, проверить какую-либо гипотезу из следующего списка: простую или сложную гипотезу о вероятностях, гипотезу о виде закона распределения, о независимости признаков, об одинаковости закона распределения для нескольких выборок.
14. Расстояние между точками А и В измерялось двумя приборами:  
1-й прибор характеризуется случайной ошибкой с с.к.о.  $\sigma_1 = 1$  м; 2-й - с.к.о.  $\sigma_2 = 2$  м.  
Результат измерения 1-м прибором = 103 м.  
Результат измерения 2-м прибором = 105 м.  
Какое значение следует взять в качестве расстояния между А и В ?
15. Величина  $a_1$  измерена 3 раза:  $x_1, x_2, x_3$   
Величина  $a_2$  измерена 5 раз:  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$

Ошибки измерения нормальны  $N(0, \sigma^2)$ ; значение  $\sigma$  неизвестно. Построить доверительный интервал для

$D a = a_1 - a_2$  с коэффициентом доверия  $P = 0,95$ .

16. Было произведено пять выстрелов по мишени. Отклонения от центра таковы:

$x_1 = 0,16$   $y_1 = 0,06$

$x_2 = 1,48$   $y_2 = 0,90$

$x_3 = 1,50$   $y_3 = -0,70$

$x_4 = 1,37$   $y_4 = -0,48$

$x_5 = 1,36$   $y_5 = -1,01$

Отклонения по оси  $X$  и  $Y$  – независимые случайные величины, распределенные согласно  $N(0, \sigma^2)$ .

Построить доверительный интервал для  $\sigma$  с коэффициентом доверия.  $P_d = 0,99$

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня*

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих