

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Уравнения математической физики**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель  
(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Перескоков А.В.
	Идентификатор	R18c9cf13-PereskovAV-f91d19a

(подпись)

А.В.  
Перескоков  
(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф.  
Черепова  
(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков  
(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей
  - ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики
  - ИД-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов
  - ИД-3 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей
  - ИД-4 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Задача Коши для волнового уравнения (Контрольная работа)
2. Задача Коши для линейных уравнений 2 порядка (Контрольная работа)
3. Метод разделения переменных для волнового уравнения и уравнения теплопроводности (Контрольная работа)
4. Метод разделения переменных для уравнения Лапласа (Контрольная работа)
5. Общее решение и решение задачи Коши для уравнений 1 порядка (Контрольная работа)
6. Приведение к каноническому виду линейных уравнений 2 порядка (Контрольная работа)
7. Решение краевых и смешанных задач для уравнений 2 порядка методом разделения переменных (Контрольная работа)
8. Функция Грина для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Уравнения математической физики (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

5 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Квазилинейные уравнения 1 порядка					

Квазилинейные уравнения 1 порядка	+			
Канонические формы квазилинейных уравнений 2 порядка. Теорема Коши-Ковалевской				
Канонические формы квазилинейных уравнений 2 порядка. Теорема Коши-Ковалевской		+		
Задача Коши для уравнений гиперболического типа				
Задача Коши для уравнений гиперболического типа			+	+
Задача Коши для уравнений параболического типа				
Задача Коши для уравнений параболического типа			+	+
Вес КМ:	30	20	30	20

6 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8	КМ-9
	Срок КМ:	4	8	10	13	14
Гармонические функции. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа						
Гармонические функции. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа	+	+				+
Смешанные задачи для уравнений параболического типа						
Смешанные задачи для уравнений параболического типа				+	+	+
Смешанные задачи для уравнений гиперболического типа						
Смешанные задачи для уравнений гиперболического типа				+	+	+
Вес КМ:	20	25	25	25	5	

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-2	ИД-1 <sub>ПК-2</sub> Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики	Знать: основные методы решения задачи Коши основные методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа основные методы решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов	Задача Коши для волнового уравнения (Контрольная работа) Метод разделения переменных для уравнения Лапласа (Контрольная работа) Решение краевых и смешанных задач для уравнений 2 порядка методом разделения переменных (Контрольная работа)
ПК-2	ИД-2 <sub>ПК-2</sub> Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов	Знать: простейшие математические модели физических явлений и процессов, приводящие к решению линейных уравнений, и принципы их построения	Уравнения математической физики (Расчетно-графическая работа)
ПК-2	ИД-3 <sub>ПК-2</sub> Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств	Уметь: приводить линейные уравнения 2 порядка к каноническому виду	Приведение к каноническому виду линейных уравнений 2 порядка (Контрольная работа)

	математических моделей		
ПК-2	ИД-4 <sub>ПК-2</sub> Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	Уметь: решать краевые задачи для уравнения Лапласа методом разделения переменных находить общие решения и решать задачу Коши для квазилинейных уравнений 1 порядка находить общие решения и решать задачу Коши для линейных уравнений 2 порядка решать смешанные задачи для линейных уравнений 2 порядка методом разделения переменных находить функции Грина для уравнения Лапласа и с их помощью решать задачи Дирихле	Общее решение и решение задачи Коши для уравнений 1 порядка (Контрольная работа) Задача Коши для линейных уравнений 2 порядка (Контрольная работа) Задача Коши для волнового уравнения (Контрольная работа) Метод разделения переменных для уравнения Лапласа (Контрольная работа) Функция Грина для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина (Контрольная работа) Метод разделения переменных для волнового уравнения и уравнения теплопроводности (Контрольная работа) Решение краевых и смешанных задач для уравнений 2 порядка методом разделения переменных (Контрольная работа) Уравнения математической физики (Расчетно-графическая работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### 5 семестр

#### КМ-1. Общее решение и решение задачи Коши для уравнений 1 порядка

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 2 задания на 60 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений находить общее решение и решать задачу Коши для линейных и квазилинейных уравнений с частными производными 1 порядка.

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: находить общие решения и решать задачу Коши для квазилинейных уравнений 1 порядка	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Найдите общее решение линейного уравнения с частными производными 1 порядка</li><li>2. Найдите решение задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными 1 порядка</li><li>3. Составьте систему уравнений для нахождения характеристик</li></ol>
--	--

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

#### КМ-2. Приведение к каноническому виду линейных уравнений 2 порядка

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 2 задания на 90 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений приводить линейные уравнения с частными производными 2 порядка к каноническому виду.

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: приводить линейные уравнения 2 порядка к каноническому виду	1.Приведите к каноническому виду уравнение параболического типа. 2.Приведите к каноническому виду уравнение гиперболического типа. 3.Приведите к каноническому виду уравнение эллиптического типа.
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-3. Задача Коши для линейных уравнений 2 порядка**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 1 задание на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умений находить общие решения и решать задачу Коши для линейных уравнений с частными производными 2 порядка.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: находить общие решения и решать задачу Коши для линейных уравнений 2 порядка	1.Найдите общие решение линейного уравнения с частными производными 2 порядка 2. Решите задачу Коши для линейного уравнения с частными производными 2 порядка 3.Найдите характеристики для линейного уравнения с частными производными 2 порядка
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено



#### КМ-4. Задача Коши для волнового уравнения

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 1 задание на 45 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знаний основных методов решения задачи Коши и умений решать задачу Коши для волнового уравнения в случае 2-х и 3-х пространственных переменных

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные методы решения задачи Коши	1. Доказать формулу Кирхгофа 2. Используя метод спуска, доказать формулу Пуассона 3. Используя принцип Дюамеля, доказать формулы для решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения в случае 2 и 3 пространственных переменных
Уметь: находить общие решения и решать задачу Коши для линейных уравнений 2 порядка	1. Найдите решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью формулы Кирхгофа 2. Найдите решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью формулы Пуассона 3. Найдите решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения с помощью принципа Дюамеля

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**6 семестр**

#### КМ-5. Метод разделения переменных для уравнения Лапласа

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 1 задание на 60 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания основных методов решения краевых задач для уравнений эллиптического типа и умений решать краевые задачи для уравнения Лапласа методом разделения переменных.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: основные методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом разделения переменных.</li> <li>2. Единственность решений задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Непрерывная зависимость решений от граничных данных.</li> <li>3. Единственность решения задачи Неймана для уравнения Лапласа. Условие разрешимости.</li> </ol>
Уметь: решать краевые задачи для уравнения Лапласа методом разделения переменных	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике</li> <li>2. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в кольце</li> <li>3. Найдите решение задачи Неймана для уравнения Лапласа в прямоугольнике</li> </ol>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-6. Функция Грина для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 1 задание на 90 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умений находить функцию Грина и с ее помощью решать задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: находить функции Грина для уравнения Лапласа и с их помощью решать задачи Дирихле	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найдите функцию Грина для уравнения Лапласа для полушара</li> <li>2. Найдите функцию Грина для уравнения Лапласа для четверти плоскости</li> <li>3. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа для полушара</li> </ol>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-7. Метод разделения переменных для волнового уравнения и уравнения теплопроводности**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 2 задание на 90 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умений решать смешанные задачи для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: решать смешанные задачи для линейных уравнений 2 порядка методом разделения переменных</p>	<p>1.Найдите решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности методом разделения переменных 2.Найдите решение смешанной задачи для однородного волнового уравнения методом разделения переменных 3.Найдите решение смешанной задачи для неоднородного волнового уравнения методом разделения переменных</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-8. Решение краевых и смешанных задач для уравнений 2 порядка методом разделения переменных**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 25**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 1 задание на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знаний основных методов решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типа и умений решать краевые и смешанные задачи для линейных уравнений 2 порядка методом разделения переменных

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: основные методы решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Общая схема метода разделения переменных для уравнений гиперболического типа в многомерном случае</li><li>2.Постановка смешанной задачи для уравнений гиперболического типа</li><li>3.Единственность и непрерывная зависимость от данных задачи решений смешанной задачи для уравнений гиперболического типа</li></ol>
Уметь: решать смешанные задачи для линейных уравнений 2 порядка методом разделения переменных	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Найдите решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом разделения переменных</li><li>2.Найдите решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом разделения переменных</li><li>3.Найдите решение краевой задачи для линейного уравнения 2 порядка методом разделения переменных</li></ol>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### **КМ-9. Уравнения математической физики**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 5**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание проводится по вариантам. Работа содержит 17 заданий.

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентирован на проверку умений решать смешанные задачи для уравнений математической физики методом разделения переменных

и знаний простейших математических моделей физических явлений и процессов, приводящих к решению линейных уравнений, и принципов их построения

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: простейшие математические модели физических явлений и процессов, приводящие к решению линейных уравнений, и принципы их построения</p>	<p>1.Постановка задачи о колебаниях круглой мембраны. 2.Краевые условия для уравнения теплопроводности. Их физический смысл. 3.Краевые условия для волнового уравнения. Их физический смысл. 4.Постановка задачи о колебаниях прямоугольной мембраны 5.Постановка смешанной задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольнике</p>
<p>Уметь: решать краевые задачи для уравнения Лапласа методом разделения переменных</p>	<p>1.Найдите решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом разделения переменных</p>
<p>Уметь: решать смешанные задачи для линейных уравнений 2 порядка методом разделения переменных</p>	<p>1.Найдите решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольнике 2.Найдите решение смешанной задачи для волнового уравнения в прямоугольнике</p>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

<b>МЭ И</b>	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 Кафедра _____ МКМ _____ _____	Утверждаю: Зав. кафедрой  « » _____ 2021 г
		Дисциплина _____ УМФ _____
		Факультет _____ ИВТИ _____
	1. Вывод уравнения продольных упругих колебаний стержня.  2. Вывод интеграла Пуассона для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье.	

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ПК-2</sub> Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики

### Вопросы, задания

1. Линейные уравнения с частными производными 1 порядка, характеристики, связь с первыми интегралами систем ОДУ.  
Теорема об общем решении линейного уравнения с частными производными 1 порядка.

Постановка и решение задачи Коши для линейного уравнения с частными производными 1 порядка.  
 Постановка задачи Коши. Формулировка теоремы Коши- Ковалевской. Идея доказательства теоремы на примере обыкновенных дифференциальных уравнений.  
 Сведение задачи Коши к задаче Коши для системы 1 порядка. Единственность аналитического решения задачи Коши.  
 Построение мажорант. Доказательство существования решения задачи Коши в классе аналитических функций. Пример несуществования аналитического решения.  
 Анализ распространения волн в пространстве, на плоскости и на прямой. Принцип Гюйгенса. Диффузия волн.  
 Бесконечная скорость теплопередачи. Непрерывная зависимость решения от начальных данных. Некорректность задачи Коши для уравнения обратной теплопроводности и для уравнения теплопроводности в случае быстро растущих начальных данных.  
 Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.  
 Интеграл Пуассона для неоднородного уравнения теплопроводности. Принцип Дюамеля.  
 Стабилизация решений уравнения теплопроводности.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Формула Пуассона для волнового уравнения может быть получена методом спуска из формулы

Ответы:

1. Кирхгофа
2. Даламбера
3. Грина

Верный ответ: 1.

2. Принцип Гюйгенса имеет место при распространении волн

Ответы:

1. на прямой
2. на плоскости
3. в пространстве

Верный ответ: 3.

3. Задача Коши некорректна

Ответы:

1. для уравнения обратной теплопроводности
2. для уравнения теплопроводности в случае быстро растущих начальных данных

Верный ответ: 1, 2.

4. Принцип Дюамеля позволяет найти решение неоднородного уравнения теплопроводности, если известно решение соответствующей однородной задачи

Ответы:

1. с одним начальным условием
2. с конечным числом начальных условий
3. с произвольным начальным условием

Верный ответ: 3.

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2ПК-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов

### Вопросы, задания

1. Вывод уравнения продольных упругих колебаний стержня.  
 Вывод уравнения теплопроводности.  
 Начальные и граничные условия. Границы применимости математических моделей.  
 Задача о колебании струны. Формула Даламбера.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Вывод уравнения поперечных колебаний струны основан на законе

Ответы:

1. Фурье
2. Гука
3. Кулона

Верный ответ: 2.

2. Одномерное волновое уравнение  $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial x}$  описывает волны, бегущие

Ответы:

1. вправо со скоростью  $a$
2. вправо со скоростью  $a$
3. влево со скоростью  $-a$

Верный ответ: 1.

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-3ПК-2 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей

### Вопросы, задания

- 1.1. Приведите к каноническому виду линейное уравнение 2 порядка от 2 переменных.
2. Найдите общее решение линейного уравнения 2 порядка от 2 переменных.
3. Найдите решение задачи Коши для линейного уравнения 2 порядка от 2 переменных.
4. Приведите к каноническому виду линейное уравнение 2 порядка с постоянными коэффициентами от  $n$  переменных.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Два семейства вещественных характеристик имеют линейные уравнения 2 порядка от 2 независимых переменных

Ответы:

1. гиперболического типа
2. параболического типа
3. эллиптического типа

Верный ответ: 1.

2. Общее решение одномерного волнового уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial x}$  имеет вид

Ответы:

1.  $u = f(x + at) + g(x + 2at)$
2.  $u = f(x + at) + g(x - at)$
3.  $u = f(x - at) + g(x + 2at)$

Верный ответ: 2.

**4. Компетенция/Индикатор:** ИД-4ПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

### Вопросы, задания

- 1.1. Найдите общее решение линейного уравнения с частными производными 1 порядка.
2. Найдите общее решение квазилинейного уравнения с частными производными 1 порядка.



3. Найдите решение задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными 1 порядка.
- 2.1. Найдите решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью формулы Кирхгофа.
2. Найдите решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью формулы Пуассона.
3. Найдите решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью формулы Даламбера.
4. Найдите решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с помощью интеграла Пуассона.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Пусть  $f$  - произвольная дифференцируемая функция. Тогда общее решение уравнения  $u \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  имеет вид

Ответы:

1.  $u = f(x - y)$
2.  $u = f(x + y)$
3.  $u = f(xy)$

Верный ответ: 2.

2. Пусть  $F$  - произвольная дифференцируемая функция. Тогда любое решение уравнения Хопфа  $\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0$  задается уравнением

Ответы:

1.  $F(t, t - xu) = 0$
2.  $F(x, u - tx) = 0$
3.  $F(u, x - tu) = 0$

Верный ответ: 3.

3. Решение задачи Коши  $\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0, u(x, 0) = f(x)$  имеет вид

Ответы:

1.  $u = f(x - at)$
2.  $u = f(x + at)$
3.  $u = \frac{1}{2}f(x + at) + \frac{1}{2}f(x - at)$

Верный ответ: 1.

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

Оценка: 4

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

Оценка: 3

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам.

### III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

**6 семестр**

**Форма промежуточной аттестации: Экзамен**

**Пример билета**

<b>МЭ И</b>	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 Кафедра _____МКМ_____	Утверждаю: Зав. кафедрой  « » 2021 г
		Дисциплина _____ УМФ
		Факультет _____ ИВТИ _____
	1. Задача о прогибе мембраны в положении равновесия.  2. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом разделения переменных.	

### Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

#### ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ПК-2</sub> Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов

#### **Вопросы, задания**

1. Начальные и граничные условия.

Задача о прогибе мембраны в положении равновесия.

Краевые условия для уравнения теплопроводности.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Постановка задачи о колебаниях круглой мембраны содержит

Ответы:

1. начальные условия
2. условие ограниченности
3. граничное условие
4. условие согласованности

Верный ответ: 1, 3.

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-4ПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

### Вопросы, задания

1. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике методом разделения переменных.
2. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в кольце методом разделения переменных.
3. Найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде.
- 2.1. Найдите функцию Грина для уравнения Лапласа для половины шара.
2. Найдите функцию Грина для уравнения Лапласа для четверти шара.
3. Найдите функцию Грина для уравнения Лапласа для четверти плоскости.
- 3.1. Найдите решение смешанной задачи уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
2. Найдите решение смешанной задачи волнового уравнения методом разделения переменных..
3. Найдите решение смешанной задачи уравнения параболического типа методом разделения переменных.
4. Найдите решение смешанной задачи уравнения гиперболического типа методом разделения переменных.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Фундаментальное решение оператора Лапласа в  $R$  имеет вид

Ответы:

1.  $\frac{1}{2\pi} \ln|x|$

2.  $-\frac{1}{4\pi|x|}$

3.  $-\frac{1}{4\pi|x|}$

Верный ответ: 3.

2. Гармоническая в области функция имеет в этой области производные

Ответы:

1. первого порядка
2. второго порядка

Верный ответ: 1, 2.

3. Пусть  $(\rho, \varphi)$  - полярные координаты. Тогда решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге радиуса  $R$  с граничным условием  $u(R, \varphi) = \cos\varphi$  имеет вид

Ответы:

1.  $u = \cos\varphi$

2.  $u = \frac{\rho}{\varphi} \cos \varphi$

3.  $u = \frac{\rho}{R} \cos \varphi$

Верный ответ: 2.

4. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана для уравнения Лапласа в шаре радиуса  $R$  с граничным условием  $\frac{\partial u}{\partial n} = \varphi$  имеет вид

Ответы:

1.  $\varphi = 0$

2.  $\int_{|x|=R}^{x=R} |x| = R_{|x|=R} \varphi dS = 0$

3.  $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$

Верный ответ: 2.

5. При нахождении решения смешанной задачи для однородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных необходимо решить

Ответы:

1. задачу на собственные значения

2. краевую задачу

3. задачу Коши

Верный ответ: 1.

6. Единственность решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности вытекает из принципа

Ответы:

1. Дюамеля

2. максимума

3. Гюйгенса

Верный ответ: 2.

7. Задача о распространении волн на полуограниченной прямой со свободным концом решается методом нечетного продолжения

Ответы:

1. да

2. нет

Верный ответ: 1.

8. Решение начально-краевой задачи для волнового уравнения на отрезке методом падающих и отраженных волн содержит

Ответы:

1. два слагаемых

2. конечное число слагаемых

3. бесконечное число слагаемых

Верный ответ: 2.

9. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны выражается через функции Бесселя

Ответы:

1. да

2. нет

Верный ответ: 1.

## **II. Описание шкалы оценивания**

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом непринципиальные ошибки.

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам.

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих