

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**


<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.18</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>4 семестр - 6;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>216 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>4 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>4 семестр - 32 часа;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>4 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>4 семестр - 149,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Расчетно-графическая работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>4 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2021**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

(должность)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** состоит в изучении базовой теории функций комплексной переменной и основ операционного исчисления

### Задачи дисциплины

- изучение терминологии и методов теории функций комплексной переменной;
- изучение основ операционного исчисления;
- приобретение навыков применения методов комплексного анализа и операционного исчисления для решения математических задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	знать: - определения и свойства функций комплексной переменной и отображений; - методы интегрирования функций комплексной переменной.  уметь: - вычислять интегралы от функций комплексной переменной.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	знать: - разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения.  уметь: - разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях; - производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства; - находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать Для изучения дисциплины необходимо знание математического анализа и дифференциальных уравнений

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Функции комплексной переменной	57	4	9	-	12	-	-	-	-	-	36	-	<p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по теме "Функции комплексной переменной" и подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Задания ориентированы на решения задач по разделу "Функции комплексной переменной". Студенты необходимо повторить теоретический материал и примеры решения задач по данной теме.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Функции комплексной переменной". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчета по теме "Функции комплексной переменной" согласно варианту.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p>
1.1	Функции комплексной переменной	57		9	-	12	-	-	-	-	-	-	36	

[1], с. 24-42

														[2], с. 3-22, 26-33, 127-138. [4], с. 7-17, 43-48. [5], с. 24-42
2	Интегрирование функций комплексной переменной	36	7	-	5	-	-	-	-	-	24	-	-	<b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по теме "Интегрирование функций комплексной переменной" и подготовка к выполнению заданий на практических занятиях
2.1	Интегрирование функций комплексной переменной	36	7	-	5	-	-	-	-	-	24	-	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Интегрирование функций комплексной переменной". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить задания по данной теме. <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчета по теме ""Интегрирование функций комплексной переменной" согласно варианту. <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Задания ориентированы на решения задач по теме "Интегрирование функций комплексной переменной". Студенты необходимо повторить теоретический материал и примеры решения задач по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 43-60 [2], с. 40-53. [4], с. 17-26. [5], с. 43-60
3	Ряды в комплексной области. Вычеты	66	13	-	11	-	-	-	-	-	42	-	-	<b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по теме "Ряды в комплексной области. Вычеты" и подготовка к выполнению заданий на практических
3.1	Ряды в комплексной области. Вычеты	66	13	-	11	-	-	-	-	-	42	-	-	

														<p>занятиях</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Ряды в комплексной области. Вычеты" . Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить задания по данной теме.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчета по теме ""Ряды в комплексной области. Вычеты" согласно варианту.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Задания ориентированы на решения задач по разделу "Ряды в комплексной области. Вычеты". Студенты необходимо повторить теоретический материал и примеры решения задач по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 65-100 [2], с. 53-69, 78-109. [4], с. 26-43. [5], с. 65-100</p>
4	Операционное исчисление	21	3	-	4	-	-	-	-	-	14	-	<p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по теме "Операционное исчисление" и подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p>	
4.1	Операционное исчисление	21	3	-	4	-	-	-	-	-	14	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Операционное исчисление" . Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить задания по данной теме.</p>	

														<p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задание выполняется индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчета по теме "Операционное исчисление" согласно варианту.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p> <p>[1], с. 694-515  [3], с. 3-13, 18-21, 26-35.  [4], с. 48-53.  [5], с. 694-515</p>
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5		
	Всего за семестр	216.0	32	-	32	-	2	-	-	0.5	116	33.5		
	Итого за семестр	216.0	32	-	32		2		-	0.5		149.5		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация



## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Функции комплексной переменной

#### 1.1. Функции комплексной переменной

Функции комплексной переменной. Предел функции комплексной переменной и его связь с пределами действительной и мнимой частей функции. Непрерывность функции комплексной переменной, связь с непрерывностью ее действительной и мнимой частей. Производная функции комплексной переменной. Дифференцируемость функции комплексной переменной, необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства. Конформные отображения. Дробно-линейные отображения, его свойства. Показательная функция, логарифмы, тригонометрические функции. Геометрия соответствующих отображений. Однозначные ветви многозначных функций.

### 2. Интегрирование функций комплексной переменной

#### 2.1. Интегрирование функций комплексной переменной

Интеграл по кривой от функции комплексной переменной, связь с вещественными криволинейными интегралами. Свойства интеграла от функции комплексной переменной. Интегрирование аналитических функций. Интегральная теорема Коши, ее обобщения. Интегральная формула Коши. Производные высших порядков. Неопределенный интеграл. Интеграл с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла по верхнему пределу. Формула Лейбница. Теорема Морера. Неравенства Коши и теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.

### 3. Ряды в комплексной области. Вычеты

#### 3.1. Ряды в комплексной области. Вычеты

Числовые ряды. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора. Единственность аналитических функций. Разложения элементарных функций. Ряды Лорана. Особые точки однозначных функций. Классификация изолированных особых точек. Связь типа особой точки с разложением функции в ряд Лорана. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса. Вычет функции. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о вычете в бесконечно удаленной точке. Лемма Жордана. Приложение теории вычетов к вычислению различных интегралов.

### 4. Операционное исчисление

#### 4.1. Операционное исчисление

Функции-оригиналы и их изображения, таблица двойственности. Свойства преобразования Лапласа. Теорема обращения. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.

## 3.3. Темы практических занятий

1. Комплексные числа и действия над ними;
2. Функции комплексной переменной. Аналитические функции;
3. Элементарные функции комплексной переменной;
4. Конформные отображения;

5. Интегрирование функций комплексной переменной;
6. Интегральная формула Коши;
7. Ряд Тейлора и Лорана;
8. Особые точки и вычеты;
9. Вычисление интегралов с помощью вычетов;
10. Функции-оригиналы и их изображения;
11. Решение дифференциальных уравнений операционным методом.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по разделу "Функции комплексной переменной"
2. Обсуждение материалов по разделу "Интегрирование функций комплексной переменной"
3. Обсуждение материалов по разделу "Ряды в комплексной области. Вычеты"
4. Обсуждение материалов по разделу "Операционное исчисление"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ** Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
<b>Знать:</b>						
методы интегрирования функций комплексной переменной	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>		+			Контрольная работа/Интегрирование функций комплексной переменной
определения и свойства функций комплексной переменной и отображений	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>	+				Контрольная работа/Функции комплексной переменной. Конформные отображения
разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>			+	+	Контрольная работа/Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление
<b>Уметь:</b>						
вычислять интегралы от функций комплексной переменной	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>		+			Контрольная работа/Интегрирование функций комплексной переменной
находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>				+	Контрольная работа/Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление
производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>	+				Контрольная работа/Действия над комплексными числами и функциями Расчетно-графическая работа/Комплексный анализ Контрольная работа/Функции комплексной переменной. Конформные отображения
разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>			+		Расчетно-графическая работа/Комплексный анализ Контрольная работа/Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **4 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)
2. Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
3. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)
4. Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

#### *Экзамен (Семестр №4)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 4 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат . – 6-е изд., стереотип . – СПб. : Лань-Пресс, 2002 . – 688 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 5-9511001-4-3 .;
2. Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного: Задачи и примеры с подробными решениями : учебное пособие для втузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко . – 3-е изд., испр . – М. : Эдиториал УРСС, 2003 . – 208 с. – (Вся высшая математика в задачах) . - ISBN 5-354-00393-8 .;
3. Краснов, М. Л. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Задачи и примеры с подробными решениями : Учебное пособие для втузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко . – 3-е изд., испр. и доп . – М. : Эдиториал УРСС, 2003 . – 176 с. – (Вся высшая математика в задачах) . - ISBN 5-354-00383-0 .;
4. Игнатьева, Н. У. Методические указания к практическим занятиям по комплексному анализу и операционному исчислению : методическое пособие по курсам "Комплексный анализ", "Математический анализ" по направлениям "Приборостроение", "Управление в технических системах"и др. / Н. У. Игнатьева, М. Ф. Черепова, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2013 . – 80 с.

[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=5633;](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=5633)

5. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат- "Методы теории функций комплексного переменного", (Изд. 3-е, испр.), Издательство: "Наука", Москва, 1965 - (716 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464237>.

### 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	С-206, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
	С-209, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	В-308, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, трибуна, доска меловая, микрофон, экран, доска маркерная, техническая аппаратура, компьютер персональный, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный,

		книги, учебники, пособия
--	--	--------------------------

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Комплексный анализ

(название дисциплины)

## 4 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)  
 КМ-2 Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)  
 КМ-3 Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)  
 КМ-4 Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)  
 КМ-5 Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
		Неделя КМ:	4	8	12	15	15
1	Функции комплексной переменной						
1.1	Функции комплексной переменной		+	+		+	
2	Интегрирование функций комплексной переменной						
2.1	Интегрирование функций комплексной переменной				+		
3	Ряды в комплексной области. Вычеты						
3.1	Ряды в комплексной области. Вычеты					+	+
4	Операционное исчисление						
4.1	Операционное исчисление						+
Вес КМ, %:			20	30	20	1	29