

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.11</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>1 семестр - 6; 2 семестр - 6; всего - 12</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>432 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>1 семестр - 48 часа; 2 семестр - 48 часа; всего - 96 часа</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>1 семестр - 48 часа; 2 семестр - 48 часа; всего - 96 часа</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>1 семестр - 2 часа; 2 семестр - 2 часа; всего - 4 часа</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>1 семестр - 117,5 часов; 2 семестр - 117,5 часов; всего - 235,0 часа</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Коллоквиум</b> <b>Расчетно-графическая работа</b> <b>Тестирование</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b> <b>Экзамен</b>	<b>1 семестр - 0,5 часа; 2 семестр - 0,5 часа; всего - 1,0 час</b>

**Москва 2022**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Григорьев В.П.
	Идентификатор	R8e98dc34-GrigoryevVP-f53724c4

(подпись)

В.П. Григорьев

(расшифровка подписи)

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** состоит в изучении аналитической геометрии, основ линейной алгебры и их приложений

### Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и фактов теории матриц;
- изучение теории разрешимости систем линейных алгебраических уравнений;
- изучение метода аналитической геометрии и его приложений;
- изучение основных понятий и фактов теории линейных пространств;
- изучение основ теории линейных операторов и её приложений;
- приобретение навыков применения методов аналитической геометрии и линейной алгебры для решения математических задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	знать: - терминологию и основные результаты теории матриц и её приложений к решению систем линейных алгебраических уравнений; - терминологию и основы метода аналитической геометрии; - терминологию теории линейных пространств.  уметь: - выполнять действия с матрицами.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	знать: - основные результаты теории линейных пространств и линейных операторов.  уметь: - решать задачи теории линейных операторов; - решать системы линейных алгебраических уравнений и выполнять действия с комплексными числами; - применять методы аналитической геометрии при решении геометрических задач и исследовать кривые и поверхности второго порядка; - решать задачи теории линейных пространств; - находить собственные векторы линейных операторов; - вычислять нормы векторов и нормы операторов.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО**

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Алгебра матриц	22	1	4	-	6	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Студентам предлагается подробно разобрать и усвоить приёмы решения задач, решённых в аудитории по теме "Матрицы и определители".</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория матрицу Ранг матрицы" согласно варианту</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Выполнение домашних заданий направлено на отработку умений решения задач по теме "Матрицы и определители". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [6], стр.89 - 102 [8], стр.112-116 [11], стр. 3 - 9</p>
1.1	Алгебра матриц	22		4	-	6	-	-	-	-	-	12	-	
2	Теория определителей	36		8	-	9	-	-	-	-	-	19	-	
2.1	Теория определителей	36		8	-	9	-	-	-	-	-	19	-	

													<p>этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [8], стр. 20-36 [11], стр.10 - 16</p>
3	Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений	26	8	-	7	-	-	-	-	-	11	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [6], стр. 70 - 83 [8], стр. 82 - 99 [11], стр. 22 - 33</p>
3.1	Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений	26	8	-	7	-	-	-	-	-	11	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [6], стр. 70 - 83 [8], стр. 82 - 99 [11], стр. 22 - 33</p>
4	Комплексные числа	20	4	-	4	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту.</p> <p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Подготовка к коллоквиуму по теме "Матрицы и системы уравнений"</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p>
4.1	Комплексные числа	20	4	-	4	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.</p> <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту.</p> <p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Подготовка к коллоквиуму по теме "Матрицы и системы уравнений"</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p>

													[5], стр. 115 - 129 [11], стр. 34 - 37 [13], стр. 4 - 21 [14], стр. 7- 17
5	Геометрические векторы	16	4	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам.
5.1	Геометрические векторы	16	4	-	4	-	-	-	-	-	8	-	Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория разрешимости линейных систем" согласно варианту <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 12 -15 [10], стр. 106 - 108
6	Векторная алгебра	20	6	-	5	-	-	-	-	-	9	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.
6.1	Векторная алгебра	20	6	-	5	-	-	-	-	-	9	-	<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], стр.41-49; 59-68. [10], стр. 113 - 120
7	Методы аналитической геометрии	26	9	-	9	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам.
7.1	Методы аналитической геометрии	26	9	-	9	-	-	-	-	-	8	-	Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Аналитическая геометрия" согласно варианту <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 94 - 103 [6], стр. 28 - 46 [10], стр. 102 -105 ; 120 - 138 [11], стр. 38 - 45
8	Кривые и поверхности	14	5	-	4	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее

8.1	второго порядка Кривые и поверхности второго порядка	14		5	-	4	-	-	-	-	-	5	-	задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу. <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Аналитическая геометрия" согласно варианту <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Подготовка к контрольной работе по теме "Прямая и плоскость в пространстве" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [9], стр. 52 - 56 ; 157 - 160 [10], стр. 52 - 67 ; 150 - 157 [12], стр. 30 -33
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	216.0		48	-	48	-	2	-	-	0.5	84	33.5	
	Итого за семестр	216.0		48	-	48	2		-		0.5	117.5		
9	Элементы теории линейных пространств	32	2	8	-	8	-	-	-	-	-	16	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу.
9.1	Элементы теории линейных пространств	32		8	-	8	-	-	-	-	-	16	-	<b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме " Линейные пространства" согласно варианту <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Подготовка к контрольной работе по теме " Линейные пространства" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], стр. 42-52 [8], стр.166 - 186 [12], стр. 3 - 22
10	Основы теории линейных операторов	30		8	-	8	-	-	-	-	-	14	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Матрицы лиуейных операторов". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в
10.1	Основы теории линейных операторов	30		8	-	8	-	-	-	-	-	14	-	



													<p>этом разделе материалу  <u><b>Подготовка расчетных заданий:</b></u> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме " Линейные пространства" согласно варианту  <u><b>Подготовка к контрольной работе:</b></u> Подготовка к контрольной работе по теме "Евклидовы и унитарные пространства"  <u><b>Изучение материалов литературных источников:</b></u>  [4], стр.202-204  [8], стр.187 - 202</p>
11	Алгебра матриц линейных операторов	28	8	-	8	-	-	-	-	-	12	-	<p><u><b>Подготовка домашнего задания:</b></u>  Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Алгебра матриц линейных операторов". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу</p>
11.1	Алгебра матриц линейных операторов	28	8	-	8	-	-	-	-	-	12	-	<p><u><b>Подготовка расчетных заданий:</b></u> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных пространств" согласно варианту  <u><b>Подготовка к текущему контролю:</b></u>  Подготовка к коллоквиуму по теме "Линейные пространства и Алгебра матриц линейных операторов" линейные операторы"  <u><b>Изучение материалов литературных источников:</b></u>  [4], стр.179-194</p>
12	Собственные векторы линейного оператора	20	6	-	8	-	-	-	-	-	6	-	<p><u><b>Подготовка домашнего задания:</b></u>  Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Собственные векторы линейных операторов". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу</p>
12.1	Собственные векторы линейного оператора	20	6	-	8	-	-	-	-	-	6	-	<p><u><b>Подготовка расчетных заданий:</b></u> Задания</p>

													выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных операторов" согласно варианту <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], стр.207-210 [7], стр.201- 208 [12], стр. 22 - 28
13	Строение линейного оператора	40	10	-	8	-	-	-	-	-	22	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Жорданова форма матриц линейных операторов". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных операторов" согласно варианту <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], стр.226-237 [12], стр. 33 - 36
13.1	Строение линейного оператора	40	10	-	8	-	-	-	-	-	22	-	<b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных операторов" согласно варианту <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], стр.226-237 [12], стр. 33 - 36
14	Теория линейных нормированных пространств	30	8	-	8	-	-	-	-	-	14	-	<b><u>Подготовка расчетно-графического задания:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных операторов" согласно варианту <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Линейные нормированные пространства". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>
14.1	Теория линейных нормированных пространств	30	8	-	8	-	-	-	-	-	14	-	<b><u>Подготовка расчетно-графического задания:</u></b> Задания выполняются индивидуально по вариантам. Студенту необходимо решить задачи типового расчёта по теме "Теория линейных операторов" согласно варианту <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Линейные нормированные пространства". Домашнее задание выдаётся студентам по изученному в этом разделе материалу <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>

														[3], стр. 166 - 174 [12], стр. 36 - 38
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	216.0		48	-	48	-	2	-	-	0.5	84	33.5	
	Итого за семестр	216.0		48	-	48	2	-	-	0.5	117.5			
	<b>ИТОГО</b>	<b>432.0</b>	-	<b>96</b>	-	<b>96</b>	<b>4</b>	-	-	<b>1.0</b>	<b>235.0</b>			

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Алгебра матриц

#### 1.1. Алгебра матриц

Введение. Предмет линейной алгебры и аналитической геометрии. Естествознание как источник основных понятий линейной алгебры и геометрии.. Элементы теории матриц. Операции сложения и умножения матриц на число, сложение, вычитание и умножение матриц. Операция транспонирования матриц, её свойства. Специальные матрицы : симметрические, кососимметрические, треугольные, диагональные..

### 2. Теория определителей

#### 2.1. Теория определителей

Определители второго и третьего порядков. Перестановки и подстановки, их свойства. Чётные и нечётные перестановки. Умножение подстановок.. Определители  $n$  - го порядка, их свойства, связанные с операциями над строками и столбцами. Вычисление определителей. Применение теории определителей : нахождение обратной матрицы, правило Крамера..

### 3. Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений

#### 3.1. Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений

Определение линейной зависимости системы строк (столбцов) матрицы. Критерий линейной зависимости. Ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия . Метод Гаусса вычисления ранга матрицы.. Совместность линейных систем. Теорема Кронекера - Капелли. Исследование и решение систем методом Гаусса. Однородные системы, понятие о фундаментальной системе решений. Теорема о структуре общего решения однородной системы. Формула общего решения для неоднородной системы уравнений..

### 4. Комплексные числа

#### 4.1. Комплексные числа

Определение комплексного числа, его изображение на комплексной плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрический смысл. Действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Операция комплексного сопряжения и её свойства..

### 5. Геометрические векторы

#### 5.1. Геометрические векторы

Геометрические векторы, операции над ними. Линейная зависимость векторов, её геометрический смысл. Понятие базиса на прямой, на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису, координаты вектора в данном базисе. Линейные операции над векторами в координатной форме. Декартова система координат. Метод аналитической геометрии и его применение к простейшим геометрическим задачам..

### 6. Векторная алгебра

#### 6.1. Векторная алгебра

Линейные геометрические объекты . Понятие об уравнениях линии и поверхности. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Различные виды уравнения плоскости.

Нормированное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей; параллельные и перпендикулярные плоскости. Угол между плоскостями. Уравнения прямой в пространстве : общие уравнения, канонические и параметрические уравнения. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью..

## 7. Методы аналитической геометрии

### 7.1. Методы аналитической геометрии

Линейные геометрические объекты . Понятие об уравнениях линии и поверхности. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Различные виды уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей; параллельные и перпендикулярные плоскости. Угол между плоскостями. Уравнения прямой в пространстве : общие уравнения, канонические и параметрические уравнения. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью.

## 8. Кривые и поверхности второго порядка

### 8.1. Кривые и поверхности второго порядка

Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка , их форма и расположение в канонической системе координат. Оптические свойства кривых второго порядка. Геометрические свойства кривых и поверхностей второго порядка.

## 9. Элементы теории линейных пространств

### 9.1. Элементы теории линейных пространств

Понятие линейного пространства, аксиоматика, примеры. Линейная зависимость, базис и размерность линейного пространства, координаты вектора в базисе, их преобразование при переходе к новому базису. Линейные операции с векторами в координатной форме. Евклидовы пространства. Неравенство Коши - Буняковского. Неравенство треугольника. ортогональные системы, процесс ортогонализации. Ортонормированные базисы и их свойства. Ортогональные и симметрические матрицы и их свойства. Определитель Грама и его свойства..

## 10. Основы теории линейных операторов

### 10.1. Основы теории линейных операторов

Линейные операторы. Действия над операторами. Линейное пространство операторов. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Изоморфизм, осуществляемый линейным оператором. Обратный оператор, условия обратимости оператора.

## 11. Алгебра матриц линейных операторов

### 11.1. Алгебра матриц линейных операторов

Матрица оператора в заданных базисах. Операции над матрицами. Преобразование матриц операторов при переходе к новым базисам. Эквивалентные и подобные матрицы. Критерий эквивалентности прямоугольных матриц.

## 12. Собственные векторы линейного оператора

### 12.1. Собственные векторы линейного оператора

Понятие собственного вектора линейного оператора и собственного значения. Характеристический многочлен, его независимость от выбора базиса. Линейная независимость системы собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Базис из собственных векторов. Оператор простой структуры. Матрица оператора в базисе из собственных векторов.

## 13. Строение линейного оператора

### 13.1. Строение линейного оператора

Инвариантные подпространства линейного оператора. Индуцированный оператор, его свойства. Характеристический многочлен индуцированного оператора. Операторный многочлен, его свойства. Существование у линейного оператора, действующего в  $n$ -мерном пространстве, инвариантного подпространства размерности  $n-1$ . Треугольная форма матрицы линейного оператора. Прямая сумма операторов. Базис Жордана. Жорданова форма матрицы линейного оператора. Условие подобия квадратных матриц. Понятие сопряжённого оператора. Основные свойства, его связь с исходным оператором. Матрица сопряжённого оператора в двойственном базисе. Операторные уравнения. Теорема Фредгольма о разрешимости операторного уравнения. Теорема Шура. Нормальный оператор, его свойства. Симметрический (самосопряжённый) линейный оператор, действующий в евклидовом пространстве. Приложения к теории квадратичных форм и к теории кривых и поверхностей второго порядка.

## 14. Теория линейных нормированных пространств

### 14.1. Теория линейных нормированных пространств

Понятие о норме в линейном пространстве. Свойства нормы. Неравенства Юнга, Гёльдера и Минковского. Нормы в пространстве  $R^n$ . Эквивалентность норм в конечномерном пространстве. Сходимость по норме и по координатной сходимость. Операторы в линейном нормированном пространстве, их непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Согласованные нормы линейного оператора. Подчинённая норма и её свойства. Спектральная норма линейного оператора. Матричные нормы линейного оператора.

## **3.3. Темы практических занятий**

1. Приведение общих уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду;
2. Жорданова форма матрицы оператора;
3. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора;
4. Преобразование матрицы оператора при переходе к новым базисам;
5. Матрица линейного оператора;
6. Основные понятия теории линейных операторов;
7. Евклидовы и унитарные пространства;
8. Основы теории линейных пространств;
9. Кривые и поверхности второго порядка;
10. Комплексные числа;
11. Прямая на плоскости;
12. Векторная алгебра;
13. Теория геометрических векторов;
14. Линейное нормированное пространство. Эквивалентность норм;
15. Теория разрешимости систем уравнений;

16. Линейная зависимость и ранг;
17. Определители;
18. Элементы теории матриц;
19. Прямая и плоскость в пространстве;
20. Метрические свойства линейного оператора.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов раздела "Алгебра матриц"
2. Обсуждение материалов раздела "Теория определителей"
3. Обсуждение материалов раздела "Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений"
4. Обсуждение материалов раздела "Комплексные числа"
5. Обсуждение материалов раздела "Геометрические векторы"
6. Обсуждение материалов раздела "Векторная алгебра"
7. Обсуждение материалов раздела "Кривые и поверхности второго порядка"
8. Обсуждение материалов раздела "Элементы теории линейных пространств"
9. Обсуждение материалов раздела "Основы теории линейных операторов"
10. Обсуждение материалов раздела "Алгебра матриц линейных операторов"
11. Обсуждение материалов раздела "Собственные векторы линейного оператора"
12. Обсуждение материалов раздела "Строение линейного оператора"
13. Обсуждение материалов раздела "Теория линейных нормированных пространств"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ** Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)														Оценочное средство (тип и наименование)			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14				
<b>Знать:</b>																			
терминологию теории линейных пространств	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>														+		Тестирование/Линейные пространства		
терминологию и основы метода аналитической геометрии	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>					+	+	+									Контрольная работа/Методы аналитической геометрии		
терминологию и основные результаты теории матриц и её приложений к решению систем линейных алгебраических уравнений	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>	+	+	+													Коллоквиум/Матрицы и системы уравнений		
основные результаты теории линейных пространств и линейных операторов	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>														+	+	+	+	Коллоквиум/Линейные пространства и линейные операторы
<b>Уметь:</b>																			
выполнять действия с матрицами	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>	+	+														Контрольная работа/Матрицы и определители Расчетно-графическая работа/Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений		
вычислять нормы векторов и нормы операторов	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>																+	Контрольная работа/Линейные нормированные пространства	
находить собственные векторы линейных операторов	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>																+	Коллоквиум/Линейные пространства и линейные операторы	
решать задачи теории линейных пространств	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>																+	Контрольная работа/Евклидовы и унитарные пространства	



																Расчетно-графическая работа/Теория линейных пространств
применять методы аналитической геометрии при решении геометрических задач и исследовать кривые и поверхности второго порядка	ИД-2ОПК-1					+	+	+	+							Расчетно-графическая работа/Аналитическая геометрия Контрольная работа/Методы аналитической геометрии
решать системы линейных алгебраических уравнений и выполнять действия с комплексными числами	ИД-2ОПК-1			+	+											Расчетно-графическая работа/Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений Коллоквиум/Матрицы и системы уравнений Контрольная работа/Системы линейных уравнений
решать задачи теории линейных операторов	ИД-2ОПК-1										+	+	+	+		Расчетно-графическая работа/Теория линейных операторов

#### **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

##### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

###### **1 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Матрицы и определители (Контрольная работа)
2. Методы аналитической геометрии (Контрольная работа)
3. Системы линейных уравнений (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Аналитическая геометрия (Расчетно-графическая работа)
2. Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений (Расчетно-графическая работа)

Форма реализации: Смешанная форма

1. Матрицы и системы уравнений (Коллоквиум)

###### **2 семестр**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Линейные пространства и линейные операторы (Коллоквиум)

Форма реализации: Письменная работа

1. Евклидовы и унитарные пространства (Контрольная работа)
2. Линейные нормированные пространства (Контрольная работа)
3. Линейные пространства (Тестирование)

Форма реализации: Проверка задания

1. Теория линейных операторов (Расчетно-графическая работа)
2. Теория линейных пространств (Расчетно-графическая работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

##### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

###### Экзамен (Семестр №1)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

###### Экзамен (Семестр №2)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 2 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

## 5.1 Печатные и электронные издания:

1. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по физическим специальностям и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк ; Ред. А. Н. Тихонов ; и др. – 7-е изд., стер. – М. : Физматлит, 2006 . – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики ; Вып.3) . - ISBN 5-922105-11-6 .;
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г.- "Аналитическая геометрия", (7-е изд., стер.), Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2009 - (224 с.)  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2179](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2179);
3. Воеводин, В. В. Линейная алгебра : учебное пособие / В. В. Воеводин . – 3-е изд., стер. – СПб. : Лань-Пресс, 2006 . – 416 с. – (Лучшие классические учебники. Математика) . - ISBN 5-8114-0671-1 .;
4. В. В. Воеводин- "Линейная алгебра", (2-е изд., перераб. и доп.), Издательство: "Наука", Москва, 1980 - (400 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450129>;
5. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош . – 16-е изд., стер. – СПб. : Лань-Пресс, 2007 . – 432 с. – (Лучшие классические учебники. Математика) . - ISBN 978-5-8114-0521-3 .;
6. Курош А. Г.- "Курс высшей алгебры", (22-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (432 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/152647>;
7. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для физико-математических специальностей вузов / И. В. Проскуряков, Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова (МГУ) . – 9-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005 . – 383 с. – (Классический университетский учебник) . - ISBN 5-947742-09-8 .;
8. Проскуряков И. В.- "Сборник задач по линейной алгебре", (15-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (476 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/152434>;
9. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; Ред. Н. В. Ефимов . – 17-е изд., стер. – СПб. : Лань-Пресс, 2011 . – 224 с. – (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-1051-4 .;
10. Клетеник Д. В.- "Сборник задач по аналитической геометрии", (17-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (224 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/174993>;
11. Григорьев, В. П. Алгебра и аналитическая геометрия. Расчетные задачи : практикум по курсу "Алгебра и аналитическая геометрия" по всем направлениям / В. П. Григорьев, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2016 . – 48 с.  
[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=8133](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=8133);
12. Григорьев, В. П. Линейная алгебра. Расчетные задания : по всем направлениям подготовки / В. П. Григорьев, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2017 . – 40 с.  
[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=8861](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=8861);
13. Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями : учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко . – 4-е изд., испр. – М. : Эдиториал УРСС, 2006 . – 208 с. – (Вся высшая математика в задачах) . - ISBN 5-484-00462-4 .;
14. М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко- "Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости", Издательство: "Наука", Москва, 1971 - (254 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464235>.

## 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции.

## 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Н-202, Лекционная учебная аудитория	парта со скамьей, трибуна, доска меловая, экран, колонки
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-818, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
	М-816, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Д-418, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Г-306, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Линейная алгебра и аналитическая геометрия

(название дисциплины)

#### 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Матрицы и определители (Контрольная работа)
- КМ-2 Системы линейных уравнений (Контрольная работа)
- КМ-3 Матрицы и системы уравнений (Коллоквиум)
- КМ-4 Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений (Расчетно-графическая работа)
- КМ-5 Методы аналитической геометрии (Контрольная работа)
- КМ-6 Аналитическая геометрия (Расчетно-графическая работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6
		Неделя КМ:	4	8	12	12	15	16
1	Алгебра матриц							
1.1	Алгебра матриц		+		+	+		
2	Теория определителей							
2.1	Теория определителей		+		+	+		
3	Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений							
3.1	Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений			+	+	+		
4	Комплексные числа							
4.1	Комплексные числа			+	+	+		
5	Геометрические векторы							
5.1	Геометрические векторы						+	+
6	Векторная алгебра							
6.1	Векторная алгебра						+	+
7	Методы аналитической геометрии							
7.1	Методы аналитической геометрии						+	+

8	Кривые и поверхности второго порядка						
8.1	Кривые и поверхности второго порядка					+	+
Вес КМ, %:		20	20	38	1	20	1

## 2 семестр

### Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-7 Линейные пространства (Тестирование)
- КМ-8 Евклидовы и унитарные пространства (Контрольная работа)
- КМ-9 Теория линейных пространств (Расчетно-графическая работа)
- КМ-10 Линейные пространства и линейные операторы (Коллоквиум)
- КМ-11 Линейные нормированные пространства (Контрольная работа)
- КМ-12 Теория линейных операторов (Расчетно-графическая работа)

### Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10	КМ-11	КМ-12
		Неделя КМ:	4	8	8	12	15	16
1	Элементы теории линейных пространств							
1.1	Элементы теории линейных пространств		+	+	+	+		
2	Основы теории линейных операторов							
2.1	Основы теории линейных операторов					+		+
3	Алгебра матриц линейных операторов							
3.1	Алгебра матриц линейных операторов					+		+
4	Собственные векторы линейного оператора							
4.1	Собственные векторы линейного оператора					+		+
5	Строение линейного оператора							
5.1	Строение линейного оператора							+
6	Теория линейных нормированных пространств							
6.1	Теория линейных нормированных пространств						+	
Вес КМ, %:			20	29	1	29	20	1