

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ**


<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.09</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>8 семестр - 4;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>144 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>8 семестр - 28 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>8 семестр - 28 часа;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>8 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>8 семестр - 85,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Коллоквиум</b> <b>Программирование (код)</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>8 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2018**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Гриценко С.А.
	Идентификатор	R377574cf-GritsenkoSA-232ed48f

(подпись)


С.А. Гриценко

(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** состоит в изучении математических моделей механики сплошных сред и методов их численной реализации

### Задачи дисциплины

- изучение основных понятий, общих свойств и законов движения сплошной среды;
- изучение принципов построения математических моделей на основе физических законов;
- приобретение навыков численного решения задач механики сплошных сред.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-2 <sub>ПК-2</sub> Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов	знать: - основные понятия, общие свойства и законы движения сплошной среды.  уметь: - выводить уравнения математических моделей на основе законов сохранения.
ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-4 <sub>ПК-2</sub> Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	знать: - теорию построения и исследования сходимости разностных схем.  уметь: - исследовать сходимость разностных схем.
ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-5 <sub>ПК-2</sub> Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей	уметь: - выполнять программную реализацию математической модели.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать линейная алгебру и аналитическую геометрию, математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, численные методы, физику

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры	26	8	6	-	6	-	-	-	-	-	14	-	<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры Решение задач</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 22-47 [4], стр. 286—308 [5], стр. 251 – 262 [6], стр. 323 -- 343 [8], 286 -- 308 [9], стр. 251 – 262 [10], 323 -- 343</p>	
1.1	Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры	26		6	-	6	-	-	-	-	-	14	-		
2	Математическое моделирование механики сплошной среды	26		6	-	6	-	-	-	-	-	14	-		<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Математическое моделирование механики сплошной среды и подготовка к контрольной работе Решение задач</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 64-98</p>
2.1	Математическое моделирование механики сплошной среды	26		6	-	6	-	-	-	-	-	14	-		
3	Математические модели газовой динамики	28		8	-	8	-	-	-	-	-	12	-		<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Математические модели газовой динамики и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], стр. 56-81</p>
3.1	Математические модели газовой динамики	28		8	-	8	-	-	-	-	-	12	-		

4	Численная реализация математических моделей газовой динамики	28	8	-	8	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизаданий по разделу "Численная реализация математических моделей газовой динамики". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач, провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения:</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p> <p>[2], стр. 94 – 132  [3], стр. 210 – 230  [7], стр. 210 – 230</p>
4.1	Численная реализация математических моделей газовой динамики	28	8	-	8	-	-	-	-	-	12	-	
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	144.0	28	-	28	-	2	-	-	0.5	52	33.5	
	Итого за семестр	144.0	28	-	28		2		-	0.5		85.5	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры

##### 1.1. Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры

Построение математической модели. Системы координат. Векторы базиса. Переменные Лагранжа, переменные Эйлера. Преобразование векторов базиса при переходе от одной системы координат к другой. Ковариантные векторы базиса Тензоры, их свойства. Метрический тензор. Контравариантные векторы базиса. Взаимосвязь ковариантных и контравариантных базисов Тензор деформаций. Тензор скоростей деформаций.

#### 2. Математическое моделирование механики сплошной среды

##### 2.1. Математическое моделирование механики сплошной среды

Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и в переменных Лагранжа. Массовые и поверхностные силы. Уравнение количества движения. Уравнения движения сплошной среды. Тензор внутренних напряжений. Уравнения Эйлера движения идеальной жидкости (газа). Полные системы уравнений движения идеальной жидкости (газа). Упругое тело. Вязкая жидкость. Линейные модели. Закон Гука и закон Навье-Стокса для изотропной среды. Уравнения Навье-Стокса. Уравнения Ламе.

#### 3. Математические модели газовой динамики

##### 3.1. Математические модели газовой динамики

Основные понятия термодинамики. Интегральная форма уравнений газовой динамики в переменных Эйлера и Лагранжа. Уравнения одномерного движения газа. Лагранжевы массовые переменные. Акустическое приближение. Характеристическая форма уравнений газовой динамики. Контактные разрывы и ударные волны. Задача о поршне.

#### 4. Численная реализация математических моделей газовой динамики

##### 4.1. Численная реализация математических моделей газовой динамики

Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Пример построения и анализа разностной схемы газовой динамики. Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем. Построение параметрического семейства консервативных схем. Акустика – линейная модель газовой динамики. Исследование устойчивости методом гармоник на примере задачи Коши для уравнения переноса. Спектральный метод исследования устойчивости разностных схем. Исследование устойчивости схемы с левой производной с помощью принципа максимума. Реализация полностью консервативной схемы газовой динамики.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Переменные Лагранжа, переменные Эйлера. Тензоры, их свойства;
2. Контравариантные векторы базиса. Взаимосвязь ковариантных и контравариантных базисов;
3. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и в переменных Лагранжа. Уравнения движения сплошной среды;
4. Интегральная форма уравнений газовой динамики в переменных Эйлера;
5. Уравнения одномерного движения газа. Лагранжевы массовые переменные;
6. Характеристическая форма уравнений газовой динамики;
7. Построение и анализ разностной схемы газовой динамики. Построение параметрического семейства консервативных схем;

8. Исследование устойчивости методом гармоник на примере задачи Коши для уравнения переноса;
9. Реализация полностью консервативной схемы газовой динамики;
10. Исследование сходимости зейделевского итерационного процесса;
11. Расчет ударной волны.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов раздела "Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры"
2. Обсуждение материалов раздела "Математическое моделирование механики сплошной среды"
3. Обсуждение материалов раздела "Математические модели газовой динамики"
4. Обсуждение материалов раздела "Численная реализация математических моделей газовой динамики"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ** Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
<b>Знать:</b>						
основные понятия, общие свойства и законы движения сплошной среды	ИД-2 <sub>ПК-2</sub>	+	+			Контрольная работа/Тензоры
теорию построения и исследования сходимости разностных схем	ИД-4 <sub>ПК-2</sub>				+	Контрольная работа/Разностные схемы
<b>Уметь:</b>						
выводить уравнения математических моделей на основе законов сохранения	ИД-2 <sub>ПК-2</sub>	+	+			Коллоквиум/Модели механики сплошной среды
исследовать сходимость разностных схем	ИД-4 <sub>ПК-2</sub>			+	+	Контрольная работа/Разностные схемы
выполнять программную реализацию математической модели	ИД-5 <sub>ПК-2</sub>				+	Программирование (код)/Численная реализация моделей газовой динамики



## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**8 семестр**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Модели механики сплошной среды (Коллоквиум)

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Численная реализация моделей газовой динамики (Программирование (код))

Форма реализации: Письменная работа

1. Разностные схемы (Контрольная работа)
2. Тензоры (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Экзамен (Семестр №8)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 8 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Седов, Л. И. Механика сплошной среды: Т.1. : Учебник для университетов / Л. И. Седов . – М. : Наука, 1970 . – 492 с.;
2. Самарский, А. А. Разностные методы решения задач газовой динамики : Учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика" / А. А. Самарский, Ю. П. Попов . – 3-е изд., доп. – М. : Наука, 1992 . – 424 : 21.60 .;
3. Амосов, А. А. Вычислительные методы : учебное пособие / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова . – 4-е изд., стер . – СПб. : Лань-Пресс, 2014 . – 672 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-1623-3 .;
4. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебник для вузов / Д. В. Беклемишев . – 9-е изд., испр . – М. : Физматлит, 2001 . – 376 с. - ISBN 5-922101-47-1 .;
5. Проскураков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскураков . – 10-е изд., стер . – СПб. : Лань-Пресс, 2007 . – 480 с. – (Лучшие классические учебники. Математика) . - ISBN 978-5-8114-0707-1 .;
6. Беклемишева, Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре / Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров . – 2-е изд., перераб . – М. : Физматлит, 2001 . – 496 с. - ISBN 5-922100-10-6 .;

7. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В.- "Вычислительные методы", (4-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2014 - (672 с.)  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190);
8. Беклемишев Д. В.- "Курс аналитической геометрии и линейной алгебры", (18-е изд., перераб.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (448 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/152643>;
9. Проскураков И. В.- "Сборник задач по линейной алгебре", (15-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (476 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/152434>;
10. Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.- "Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре", (8-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (496 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/166924>.

## 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Python.

## 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия

Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Математическое моделирование в естествознании

(название дисциплины)

#### 8 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Тензоры (Контрольная работа)
- КМ-2 Модели механики сплошной среды (Коллоквиум)
- КМ-3 Разностные схемы (Контрольная работа)
- КМ-4 Численная реализация моделей газовой динамики (Программирование (код))

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	11	13
1	Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры					
1.1	Построение математической модели. Сведения из тензорной алгебры		+	+		
2	Математическое моделирование механики сплошной среды					
2.1	Математическое моделирование механики сплошной среды		+	+		
3	Математические модели газовой динамики					
3.1	Математические модели газовой динамики				+	
4	Численная реализация математических моделей газовой динамики					
4.1	Численная реализация математических моделей газовой динамики				+	+
Вес КМ, %:			25	25	25	25