

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Комплексный анализ**

**Москва
2023**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)
2. Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
3. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)
4. Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)

БРС дисциплины

4 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	4	8	12	15	15
Функции комплексной переменной						
Функции комплексной переменной		+	+		+	
Интегрирование функций комплексной переменной						
Интегрирование функций комплексной переменной				+		
Ряды в комплексной области. Вычеты						
Ряды в комплексной области. Вычеты					+	+

Операционное исчисление					
Операционное исчисление					+
Вес КМ:	20	30	20	1	29

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 _{ОПК-1} Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной определения и свойства функций комплексной переменной и отображений Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной	Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
ОПК-1	ИД-2 _{ОПК-1} Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях производить действия с функциями комплексной	Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа) Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа) Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)

		переменной и анализировать их свойства разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	
--	--	--	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Действия над комплексными числами и функциями

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 20 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений производить действия над комплексными числами и функциями.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	1. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z=1+i$ 2. Записать комплексное число $z=1+i$ в тригонометрической и экспоненциальной форме 3. Вычислить $(1 + i\sqrt{3})^{40}$ 4. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-i}$ 5. Изобразить множество на комплексной плоскости $\{ z < 2, \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z \geq 0\}$ 6. Найти действительную и мнимую часть функции $w = (z - 1)z$
--	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Не выполнены условия для оценки 3

КМ-2. Функции комплексной переменной. Конформные отображения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания определений и свойств функций комплексной переменной и отображений и умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства

Контрольные вопросы/задания:

Знать: определения и свойства функций комплексной переменной и отображений	1.Привести определение аналитической функции комплексной переменной 2.Привести определения элементарных функций комплексной переменной 3.Сформулировать свойства дробно-линейного отображения
Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	1.Решить уравнение $chz=i$ 2.Является ли функция $w=Re z$ аналитической хотя бы в одной точке 3.Найти аналитическую в окрестности заданной точки $z=i$ функцию $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ по известной действительной части $u(x,y)=x-y+2x$ и значению $f(i)=2i-1$ 4.Найти общий вид линейного отображения, переводящего верхнюю полуплоскость на нижнюю полуплоскость 5.Найти дробно-линейную функцию, отображающую область $D=\{Im z > 1\}$ на область $G=\{ z < 2\}$ так, что $w(i)=2, w(2i)=0$ 6.Найти образ области $1 < z < 2$ при отображении $w=2iz+1$. 7.Найти образ круга $ z < 1$ при дробно-линейном отображении, переводящем точки $1, i, \infty$ соответственно в точки $0, \infty, 1$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Не выполнены условия для оценки 3

КМ-3. Интегрирование функций комплексной переменной

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 30 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания методов интегрирования функций комплексной переменной и умения вычислять интегралы от функций комплексной переменной

Контрольные вопросы/задания:

Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной	1.Привести формулу сведения интеграла от функции комплексной переменной к криволинейным интегралам 2.Привести интегральную формулу Коши 3.Привести обобщенную интегральную формулу Коши
Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной	1.Вычислить интеграл $\int_L z \operatorname{Im} z^2 dz$ по кривой $L = \{ z = 2, \operatorname{Re} z \geq 0\}$ 2.Вычислить интеграл $\int_L (\cos z / z^3) dz$ по кривой $L = \{ z = 1\}$ 3.Вычислить интеграл $\int_L (1/\sqrt{z}) dz$ по кривой $L = \{ z = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$; выбрать ветвь функции $\sqrt{z}$, для которой $\sqrt{1} = -1$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Не выполнены условия для оценки 3

КМ-4. Комплексный анализ

Формы реализации: Проверка задания

Тип контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 1

Процедура проведения контрольного мероприятия: Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

Краткое содержание задания:

Расчетное задание ориентировано на проверку умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства	1.Найти действительную и мнимую часть функции комплексной переменной 2.Найти образ области при дробно-линейном отображении 3.Найти дробно-линейную функцию, отображающую заданную область на заданную область
Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	1.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Тейлора 2.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Лорана

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 100

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если не выполнены условия для оценки 5

КМ-5. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 29

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания разложений элементарных функций комплексной переменной в степенные ряды, классификацию изолированных особых точек и их приложений для вычисления интегралов

Контрольные вопросы/задания:

Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения	1.Привести разложения элементарных функций в ряд Тейлора 2.Привести формулу Коши-Адамара 3.Привести формулу для вычисления интегралов с помощью вычетов 4.Привести формулу для вычисления несобственных интегралов с помощью вычетов 5.Сформулировать определения типов особых точек и их связь с разложениями в ряд Лорана
---	---

Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях	1. Разложить функцию $\sin(2z + 1)$ в ряд Тейлора 2. Разложить функцию $\frac{1}{z+z}$ в ряд Лорана в кольце $(z) > 1$
Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях	1. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} n 0_n n 0_n (\frac{z-1}{2})$ 2. Найти особые точки функции $\frac{(z-\pi)}{\sin z}$ и определить их характер 3. Вычислить интеграл $\int_L (z^2/\sin^3 z) dz$ по кривой $ z = 2$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Не выполнены условия для оценки 3

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Интеграл от функции комплексной переменной и его связь с криволинейными интегралами.
2. Теорема Коши о вычетах.
3. Найти образ области $1 < |z| < 2$ при отображении $w = 2iz + 1$.

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-1} Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

Вопросы, задания

1. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
2. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной
3. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Аналитичность функции комплексной переменной
4. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства
5. Дробно-линейное преобразование и его свойства
6. Интеграл от функции комплексной переменной, свойства и вычисление
7. Интегральная теорема Коши, ее обобщения и следствия
8. Интегральная формула Коши. Высшие производные аналитической функции
9. Первообразная функции комплексной переменной, ее свойства. Аналитичность интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница
10. Теорема Морера, Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры
11. Комплексные числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Теорема Вейерштрасса
12. Преобразование Лапласа, область определения и аналитичности, свойства
13. Применение преобразования Лапласа к решению обыкновенных дифференциальных уравнений
14. Вычислить интеграл $\int_L z \ln z dz$ по параболе $y = x^2$ от точки $z = 0$ до точки $z = 1 + i$
15. Вычислить интеграл $\int_L (z^3 - z) dz$ по кривой $|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$
16. Вычислить интеграл $\int_L \frac{\cos z}{z^2 + 2z} dz$ по кривой $|z| = 1$

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции комплексной переменной является выполнение условий Коши-Римана

Ответы:

1. да 2. нет

Верный ответ: 2

2. Какие из следующих функций являются многозначными: 1) e^z ; 2) $\operatorname{Ln} z$; 3) 2^z ; 4) $\operatorname{Arcsin} z$; 5) $\operatorname{tg} z$

Верный ответ: 2, 3, 4

3. Сколько корней имеет уравнение $e^z + 1 + i = 0$

Ответы:

1. не имеет корней 2. один корень 3. конечное число корней 4. бесконечно много корней

Верный ответ: 4

4. Геометрический смысл аргумента производной функции в точке - это

Ответы:

1. угловой коэффициент касательной к кривой в этой точке 2. угол поворота в этой точке при данном отображении 3. коэффициент растяжения в этой точке при данном отображении

Верный ответ: 2

5. Отображение $w = 3i - 2iz$ переводит верхнюю полуплоскость на

Ответы:

1. верхнюю полуплоскость. 2. правую полуплоскость. 3. нижнюю полуплоскость. 4. левую полуплоскость.

Верный ответ: 2

6. Вычислить интеграл $\int_L \frac{\cos z}{z(z^2+1)} dz$ по кривой $|z - 1| = 1/2$

Ответы:

1. 2π 2. $-\pi$ 3. 0

Верный ответ: 1

7. Вычислить интеграл $\int_L (z + 3z^2) \cdot e^{1/z} dz$ по кривой $|z| = 1/2$

Ответы:

1. π 2. 2π 3. 0 4. $-\pi$

Верный ответ: 2

2. Компетенция/Индикатор: ИД-2_{ОПК-1} Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

Вопросы, задания

1. Степенной ряд. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара

2. Разложение функции в ряды Тейлора и Лорана. Разложения элементарных функций

3. Изолированные особые точки, их классификация. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки

4. Вычет функции. Формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах.

Вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций с помощью вычетов

5.

Записать алгебраическую формулу для $\operatorname{Arctg}(i/3)$

6. Является ли функция $w = \operatorname{Re} z$ аналитической хотя бы в одной точке

7. Решить уравнение $\operatorname{ch} z = i$

8. Найти аналитическую в окрестности точки $z = i$ функцию $f(z)$ по известной действительной части $u = x^2 - y^2 + 2x$ и значению $f(i) = 2i - 1$

9. Найти образ области $|z| > 1$ при отображении $w = \frac{(z+i)}{(z-i)}$

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Исследовать функцию $w = \bar{z} \operatorname{Re} z$ на аналитичность

Ответы:

1. нигде не аналитична 2. аналитична только в точке $z=0$ 3. аналитична на всей комплексной плоскости кроме точки $z=0$ 4. аналитична на всей комплексной плоскости

Верный ответ: 1

2. Найти радиус сходимости ряда Тейлора для функции $\ln(4 + z^2)$

Ответы:

1. $1/2$ 2. 2 3. 4 4. $1/4$

Верный ответ: 2

3. Определить тип особой точки $z=0$ для функции $w = z \cos(1/z)$

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 3

4. Определить порядок полюса $z=0$ для функции $\frac{shz}{e^z - 1 - z}$

Ответы:

1. 1 2. 2 3. 3

Верный ответ: 1

5. В окрестности какой особой точки разложение функции в ряд Лорана не содержит главной части

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 1

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Даны верные ответы на все вопросы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Даны преимущественно верные ответы на все вопросы. Нет существенных или грубых ошибок.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Даны верные ответы не менее, чем на 50% вопросов, или допущены существенные и грубые ошибки

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Не выполнены условия для оценки 3

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих