

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Методы вычислительной математики**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Вестфальский А.Е.
	Идентификатор	Rd0dd34ac-VestfalskyAY-542acad

А.Е.
Вестфальский

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей
- ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики
- ИД-4 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты
- ИД-5 Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Защита задания

1. Переопределенные системы (Лабораторная работа)
2. Проекционные методы решения СЛАУ (Лабораторная работа)
3. Решение нелинейных систем (Лабораторная работа)
4. Численное решение двумерной начально-краевой задачи теплопроводности (Лабораторная работа)
5. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона (Лабораторная работа)
6. Численное решение одномерной начально-краевой задачи теплопроводности и колебаний струны (Лабораторная работа)
7. Численное решение уравнения переноса (Лабораторная работа)
8. QR-разложение матриц (Лабораторная работа)

БРС дисциплины

6 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона (Лабораторная работа)
- КМ-2 Численное решение одномерной начально-краевой задачи теплопроводности и колебаний струны (Лабораторная работа)
- КМ-3 Численное решение двумерной начально-краевой задачи теплопроводности (Лабораторная работа)
- КМ-4 Численное решение уравнения переноса (Лабораторная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4

	КМ:				
	Срок КМ:	4	8	12	14
Разностные схемы для уравнения Пуассона					
Разностные схемы для уравнения Пуассона	+				
Методы решения сеточных уравнений					
Методы решения сеточных уравнений	+				
Разностные схемы для эволюционных уравнений					
Разностные схемы для эволюционных уравнений			+	+	
Экономичные методы					
Экономичные методы				+	
Разностные методы для уравнения переноса					
Разностные методы для уравнения переноса					+
Вес КМ:		20	30	35	15

7 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 QR-разложение матриц (Лабораторная работа)
- КМ-2 Переопределенные системы (Лабораторная работа)
- КМ-3 Проекционные методы решения СЛАУ (Лабораторная работа)
- КМ-4 Решение нелинейных систем (Лабораторная работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	16
Ортогонализация и решение линейных систем					
Ортогонализация и решение линейных систем	+				
Решение переопределенных линейных систем. Метод наименьших квадратов					
Решение переопределенных линейных систем. Метод наименьших квадратов			+		
Методы решения задач линейной алгебры					
Методы решения задач линейной алгебры				+	
Решение нелинейных алгебраических систем. Безматричные ньютоновские методы					

Решение нелинейных алгебраических систем. Безматричные ньютоновские методы				+
Вес КМ:	15	30	35	20

БРС курсовой работы/проекта

7 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по курсовой работе:

- КМ-1 Выполнение раздела 1.
- КМ-2 Выполнение раздела 2
- КМ-3 Соблюдение графика выполнения КР
- КМ-4 Качество оформления отчета

Вид промежуточной аттестации – защита КР.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	8	12	15	16
Изучение литературы, составление алгоритмов		+		+	+
Программная реализация алгоритмов			+	+	
Вычислительный эксперимент				+	+
Оформление отчета, устный доклад					+
Вес КМ:		10	50	10	30

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
РПК-2	ИД-1 _{РПК-2} Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики	Знать: основные методы построения и исследования разностных схем современные методы решения задач линейной алгебры, их применение для нелинейных задач методы декомпозиции и ортогонализации матриц, методы решения переопределенных систем	КМ-3 Численное решение двумерной начально-краевой задачи теплопроводности (Лабораторная работа) КМ-5 QR-разложение матриц (Лабораторная работа) КМ-7 Проекционные методы решения СЛАУ (Лабораторная работа)
РПК-2	ИД-4 _{РПК-2} Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений задач	КМ-6 Переопределенные системы (Лабораторная работа)
РПК-2	ИД-5 _{РПК-2} Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей	Знать: специальные методы решения сеточных уравнений Уметь: строить разностные схемы	КМ-1 Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона (Лабораторная работа) КМ-2 Численное решение одномерной начально-краевой задачи теплопроводности и колебаний струны (Лабораторная работа) КМ-4 Численное решение уравнения переноса (Лабораторная работа) КМ-8 Решение нелинейных систем (Лабораторная работа)

		для решения краевых задач математической физики грамотно выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи реализовывать расчетные формулы методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ	
--	--	--	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

6 семестр

КМ-1. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка знаний специальных методов решения сеточных уравнений.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: специальные методы решения сеточных уравнений	1.Опишите структуру уравнений реализуемой разностной схемы (РС). 2.Опишите достоинства и недостатки классических итерационных методов при их применении для решения построенной РС. 3.Опишите особенности применения быстрого дискретного преобразования Фурье для решения полученных сеточных уравнений. 4.Сравните предложенные методы по условиям применения и скорости работы.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-2. Численное решение одномерной начально-краевой задачи теплопроводности и колебаний струны

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения строить разностные схемы для решения краевых задач математической физики.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: строить разностные схемы для решения краевых задач математической физики	1. Сформулируйте постановки основных нестационарных задач математической физики и покажите на их примере суть метода конечно-разностной аппроксимации. 2. Постройте аппроксимацию краевых условий 2 и/или 3 рода с высоким порядком точности. 3. Постройте разностную схему (для рассматриваемого уравнения) порядка точности выше второго. 4. Оцените трудоемкость реализованной в работе разностной схемы (РС).

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-3. Численное решение двумерной начально-краевой задачи теплопроводности

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 35

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка знаний основных методов построения и исследования разностных схем.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: основные методы построения и исследования разностных схем	1.Сформулируйте постановки краевых задач для двумерного уравнения теплопроводности. 2.Опишите основные методы построения разностных схем (РС) для уравнения теплопроводности. 3.Исследуйте порядок аппроксимации реализованной в работе разностной схемы (РС). 4.Исследуйте устойчивость реализованной в работе разностной схемы (РС).

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-4. Численное решение уравнения переноса

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 15

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения грамотно выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: грамотно выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи	1.Опишите постановки основных задач для уравнения переноса, а также основные свойства его решения. 2.Продемонстрируйте свойства численного решения при различных шагах сетки. Укажите способ правильного выбора шагов. 3.Оцените, обладает ли предложенная разностная схема диссипативными или дисперсионными свойствами. Укажите, какой из этих вариантов более пригоден для решения поставленной задачи. 4.Выясните, обладает ли предложенная разностная схема TVD-свойством. Укажите, возникает ли в процессе решения ситуации, в которых применение этого свойства необходимо.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

7 семестр

КМ-1. QR-разложение матриц

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 15

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка знаний методов декомпозиции и ортогонализации матриц, методов решения переопределенных систем.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: методы декомпозиции и ортогонализации матриц, методы решения переопределенных систем	1.Опишите процедуру ортогонализации Грама-Шмидта и ее связь с решением линейных систем. 2.Опишите основные методы построения ортогонального разложения матрицы. 3.Сформулируйте постановку задачи решения переопределенной линейной системы. Опишите технику QR и/или SVD разложения для решения поставленной задачи.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-2. Переопределенные системы

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений задач.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений задач	1. Сформулируйте постановку задачи решения переопределенной системы и различные способы обеспечения ее однозначной разрешимости. 2. Сопоставьте результаты работы встроенных (библиотечных) функций ортогонального разложения матриц с теорией. Объясните различие в размерах получаемых матриц. 3. Приведите примеры неоднозначного ортогонального разложения предложенной матрицы. Объясните причины и способы устранения неоднозначности. 4. Приведите примеры нескольких векторов, являющихся решением поставленной задачи. Объясните, по какому принципу реализованный алгоритм выбирает один из вариантов ответа.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-3. Проекционные методы решения СЛАУ

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 35

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка знания современных проекционных методов решения линейных систем и их применения к нелинейным задачам.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: современные методы решения задач линейной алгебры, их применение для нелинейных задач	1.Сформулируйте проекционную постановку задачи решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). При каких условиях она эквивалентна классической постановке? 2.Дайте определение подпространств Крылова, опишите процедуру построения ортогональных базисов в них и ее связь с задачей решения СЛАУ. 3.Опишите основные способы выбора проекционных подпространств и ограничения на их использование. Сопоставьте им вариационные постановки задачи. 4.Покажите место реализованного метода в общей картине проекционных методов.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-4. Решение нелинейных систем

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита лабораторной работы проводится в форме беседы по оформленному отчету продолжительностью 10-15 минут.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения реализовывать расчетные формулы методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: реализовывать расчетные формулы методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ	1.Объясните (на примере написанного программного кода) безматричный алгоритм метода Ньютона. 2.Объясните (на примере написанного программного кода) алгоритм инкорпорирования линейного итерационного метода в классическую схему метода Ньютона. Изобразите структуру внутренних и внешних итераций метода. 3.Продемонстрируйте работу написанной программы. Покажите правильность ее работы на подготовленных и предложенных тестовых примерах.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы. Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

Для курсового проекта/работы

7 семестр

I. Описание КП/КР

Необходимо разработать компьютерную программу, содержащую функцию (процедуру) с реализацией указанного метода, а также интерфейсную часть к этой функции для обеспечения диалога с пользователем. Входом и выходом функции являются массивы, определяющие матрицу и векторы правой части и решения СЛАУ. Конкретная структура этих массивов уточняется индивидуально. Должна быть обеспечена возможность ввода данных как с клавиатуры (для матриц небольшого размера), так и считывания их из текстового/бинарного файла, содержащего размер (порядок) СЛАУ в первой строке и элементы матрицы (если она задается) по строкам. Элементы вектора правых частей системы считываются из отдельного файла, имеющего аналогичную структуру. Результат работы также должен либо выводиться на экран (для систем небольшого размера), либо записываться в файл (количество элементов, далее – сами элементы). Должна быть предусмотрена возможность генерирования тестовых задач (описанных выше файлов) как псевдослучайным образом, так и для модельной задачи мат. физики, а также подготовлено два – три "ручных" тестовых примера. Одно из главных требований – программа должна работать для матриц большого порядка. Обязательно должны быть подготовлены различные тестовые примеры. Некоторые вопросы могут уточняться и добавляться в процессе обсуждения хода работы.

II. Примеры задания и темы работы

Пример задания

QR-алгоритм со сдвигами для несимметричной проблемы собственных значений.

Тематика КП/КР:

Специальные задачи вычислительной линейной алгебры.

КМ-1. Выполнение раздела 1.

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если раздел выполнен в срок и полностью самостоятельно.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если раздел выполнен с задержкой, не превышающей одной недели. При этом работа выполнена самостоятельно.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если раздел выполнен в срок или с недельной задержкой, но для получения результатов потребовалась совместная работа с преподавателем.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если в течение недели после установленного срока не представлен никакой результат работы.

КМ-2. Выполнение раздела 2

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если раздел выполнен в срок и полностью самостоятельно.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если раздел выполнен с задержкой, не превышающей одной недели. При этом работа выполнена самостоятельно.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если раздел выполнен в срок или с недельной задержкой, но для получения результатов потребовалась совместная работа с преподавателем.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если в течение недели после установленного срока не представлен никакой результат работы.

КМ-3. Соблюдение графика выполнения КР

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 100

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если все предшествующие разделы работы выполнялись без задержек.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если один из предшествующих разделов работы был выполнен с задержкой в одну-две недели.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если происходили систематические нарушения сроков выполнения этапов работы.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа не выполнена.

КМ-4. Качество оформления отчета

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если раздел выполнен в срок и полностью самостоятельно, представленный отчет полностью отражает содержание работы.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если раздел выполнен в срок, но представленный отчет потребовал корректировки, после которой содержание работы стало адекватно отражаться в нем.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, что зафиксировано в отчете, либо если отчет оформлен с существенными пропусками.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа не выполнена или отчет по ней не оформлен.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

6 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Монотонные разностные схемы (для уравнения переноса). Критерий монотонности.
2. Постройте аппроксимацию краевого условия 2 рода в начально-краевой задаче для уравнения теплопроводности со вторым порядком точности.

Процедура проведения

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{РПК-2} Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики

Вопросы, задания

1. Разностная схема “крест” для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Разрешимость. Устойчивость.
2. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какие из следующих утверждений о свойствах разностных схем верны?

Ответы:

При достаточном измельчении сетки любая РС становится устойчивой.
Сходимость схемы является следствием ее монотонности и устойчивости.
Если РС сходится в некоторой сеточной норме, то она сходится и в любой другой сеточной норме.
Порядок сходимости устойчивой РС совпадает с ее порядком аппроксимации.

Верный ответ: 4

2. Компетенция/Индикатор: ИД-5_{РПК-2} Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей

Вопросы, задания

1. Сеточный оператор второй производной и его свойства. Спектр оператора. Ортонормированный базис в пространстве сеточных функций.
2. Быстрое дискретное преобразование Фурье.
3. Разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности.
4. Разностные схемы для волнового уравнения.
5. Разностные схемы для уравнения переноса.
6. Монотонность разностных схем.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Пусть для одномерного уравнения теплопроводности построена разностная схема с весами

\$\$

$$\frac{\hat{u} - u}{\tau} = \sigma L \hat{u} + (1 - \sigma) L u + F,$$

\$\$

где L -- стандартный оператор второй разностной производной.

Какие из следующих утверждений верны?

Ответы:

РС устойчива при всех значениях веса σ .

При любом положительном значении веса σ РС имеет порядок точности $O(\tau + h^2)$.

При специальном выборе веса σ и аппроксимации правой части F можно добиться порядка точности $O(\tau^2 + h^4)$.

Поиск значений решения на верхнем слое можно проводить по явным формулам только при весе $\sigma = 0$.

Верный ответ: 3 и 4

2. Какие из следующих утверждений о разностной схеме <<крест>> для уравнения Пуассона верны?

Ответы:

1. РС имеет первый порядок точности.

Матрица сеточного оператора схемы является симметричной и положительно определенной.

При измельчении сетки минимальное собственное значение сеточного оператора схемы стремится к нулю.

При увеличении шагов сетки РС может терять устойчивость.

Верный ответ: 2

3. Какие из следующих утверждений о разностных схемах для уравнения переноса верны?

Ответы:

1) Монотонная РС сохраняет монотонность профиля (по пространственной переменной) в любой момент времени.

2) Монотонная линейная двухслойная РС для уравнения переноса не может иметь второй порядок точности.

3) Монотонность РС для уравнения переноса следует из ее устойчивости.

4) Монотонные РС непригодны для расчета разрывных решений.

Верный ответ: 1 и 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 4.5.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 3.5, но менее, чем 4.5.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 2.5, но менее, чем 3.5.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается ниже, чем 2.5.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

7 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Псевдообратная матрица (определение через SVD разложение матрицы). Связь матрицы со своей псевдообратной в случае полного ранга. Применение в прикладных задачах.
2. Докажите, что размерность подпространства Крылова $K_m(v, A)$ не превосходит степени вектора v .

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. В течение 60 минут студент(ка) готовит письменный ответ, после чего следует беседа по написанным материалам. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{РПК-2} Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики

Вопросы, задания

1. Подпространства Крылова. Построение ортогонального базиса в подпространстве Крылова для несимметричных матриц. Ортогонализация Арнольди. Матричные представления разложения Арнольди и их свойства. Метод полной ортогонализации (FOM).
2. Отношение Рэлея и его связь с собственными числами матрицы. Степенной метод. Обоснование сходимости для матриц простой структуры. Теорема сходимости и апостериорная оценка (без док-ва). Критерий окончания метода. Степенной метод со сдвигами.
3. Устойчивость задачи на собственные значения матрицы. Теорема Бауэра-Файка.
4. Собственные числа и собственные векторы квадратной матрицы. Постановка задачи. Разрешимость. Матрицы простой структуры. Теоремы о локализации собственных чисел (Гершгорина).
5. Метод бисопряженных градиентов (BiCG). Вывод расчетных формул метода.
6. Биортогональные системы. Алгоритм биортогонализации. Матричные представления биортогонального разложения Ланцоша и их свойства.
7. Построение ортогонального базиса в пространстве Крылова для симметричных матриц. Алгоритм Ланцоша. Метод сопряженных градиентов.
8. Обобщенный метод минимальных навязок (GMRES). Построение расчетных формул метода. Некоторые вопросы реализации (перезапуски).
9. Метод обратных итераций. Классический алгоритм. Идея обоснования сходимости. Теорема сходимости. Стратегия сдвигов. Обратные итерации с уточнением.
10. QR – алгоритм решения полной проблемы собственных значений. Сходимость по форме. Скорость сходимости. Предварительное преобразование матрицы.
11. Понятие об SVD – разложении матрицы. Теорема существования. Использование разложения для решения задачи НК.
12. Построение ортогонального базиса в n-мерном пространстве. Связь с QR – разложением. Классическая процедура Грамма – Шмидта и ее модификация.
13. QR – разложение матрицы. Использование вращений Гивенса. Алгоритм разложения, единственность, устойчивость, трудоемкость. Оптимизация хранения матрицы вращений.
14. Общий подход к построению проекционных методов решения СЛАУ. Задача ортогонального проектирования. Укрупненный алгоритм метода. Два важных частных случая выбора подпространств. Оптимальные свойства задачи ортогонального проектирования.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Среди представленных ниже фактов укажите все, которые верны для произвольной ортогональной матрицы Q .

Ответы:

- $\|Q\|_2 = 1$
- $\|Q\|_F = 1$
- $\det Q = 1$
- $Q^T = Q$

Верный ответ: 1

2. Какие из перечисленных ниже алгоритмов могут применяться для решения систем с несимметричными матрицами?

Ответы:

1. GMRes

2) BiCGstab

3) CG

4) SD

Верный ответ: 1 и 2

3. Какие из перечисленных ниже утверждений верны?

Ответы:

Построение QR-разложения матрицы системы является одной из форм записи процесса проектирования невязок на подпространства Крылова.

Метод GMRes сходится не более, чем за n итераций (где n -- порядок решаемой системы).

Невязки приближений к решению, которые строит метод сопряженных градиентов, ортогональны друг другу.

Рестарты, добавляемые в алгоритмы проекционных методов, служат для ускорения этих методов.

Верный ответ: 3

2. Компетенция/Индикатор: ИД-4РПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты

Вопросы, задания

1. Псевдообратная матрица. Определение через SVD – разложение матрицы. Связь матрицы со своей псевдообратной в случае полного ранга. Применение в задаче НК.

2. Задача НК. Использование QR – разложения. Преимущества подхода. Выбор ведущего столбца. Задача НК неполного ранга.

3. Переопределенные линейные системы. Постановка задачи наименьших квадратов (НК). Использование нормальных уравнений. Достоинства и недостатки подхода.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какие из следующих утверждений об алгоритмах QR-разложения матрицы верны?

Ответы:

Построение QR-разложения матрицы с помощью отражений Хаусхолдера имеет примерно вдвое большую трудоемкость.

Произвольную матрицу A невозможно привести к треугольному виду без явного формирования матрицы Q .

Если матрица A невырожденная, то матрицы Q и R из соответствующего разложения единственны (с точностью до знака).

Если применять ортогональные вращения к прямоугольной матрице A , то некоторые элементы ниже главной диагонали могут остаться ненулевыми.

Верный ответ: 3

2. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ найдите псевдообратную.

Ответы:

1. $\displaystyle A^{+} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$
2. $\displaystyle A^{+} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{pmatrix}$
3. $\displaystyle A^{+} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{pmatrix}$
4. $\displaystyle A^{+} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

Верный ответ: 3

3. Пусть ранг матрицы совпадает с количеством ее столбцов.

По какой формуле можно найти псевдообратную к ней?

Ответы:

1. $\displaystyle A^{+} = \bigl(A^T A \bigr)^{-1} A^T$
2. $\displaystyle A^{+} = \bigl(A^T A \bigr)^{-1} A^T$
3. $\displaystyle A^{+} = \bigl(A A^T \bigr)^{-1} A^T$
4. $\displaystyle A^{+} = \bigl(A A^T \bigr)^{-1} A^T$

Верный ответ: 2

3. Компетенция/Индикатор: ИД-5_{РПК-2} Выбирает, модифицирует и реализует алгоритмы численной и алгебраической реализации математических моделей

Вопросы, задания

1. Использование проекционных методов как внутреннего решателя в методе Ньютона. Безматричный вариант метода Ньютона.

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и, в основном, правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 55

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета, но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который либо не ответил на вопросы экзаменационного билета и не смог наметить правильный путь решения задачи из билета, либо не смог наметить правильный путь

решения ни задачи из экзаменационного билета, ни другой задачи на тот же раздел дисциплины, выданной взамен нее.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

Для курсового проекта/работы:

7 семестр

Форма проведения: Защита КП/КР

I. Процедура защиты КП/КР

Защита проводится в форме беседы, сопровождаемой демонстрацией работы программы при наличии подготовленного печатного отчета.

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 85

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется студенту, правильно реализовавшему выданный метод, продемонстрировавшему корректность работы программы на подготовленных заранее и полученных на месте тестовых примерах и раскрывшему в ходе беседы теоретическую подоплеку метода.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется студенту, правильно реализовавшему выданный метод, продемонстрировавшему корректность работы программы на подготовленных заранее и полученных на месте тестовых примерах, но проявившему частичное непонимание теоретической базы метода.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 55

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется студенту, реализовавшему выданный метод с частичными недоработками, продемонстрировавшему корректность работы программы на некоторых тестовых примерах и показавшему непонимание теории метода.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, который либо не смог добиться верности работы метода ни на каких тестовых примерах, либо не смог объяснить алгоритм и свойства метода и/или написанный программный код.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка за курсовую работу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».