

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Численные методы**

**Москва  
2024**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

|  |                                                    |                              |
|--|----------------------------------------------------|------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                              |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                              |
|  | Владелец                                           | Амосова О.А.                 |
|  | Идентификатор                                      | Rf7ad01b5-AmosovaOA-b62f9924 |

О.А. Амосова

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

|  |                                                    |                               |
|--|----------------------------------------------------|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|  | Владелец                                           | Черепова М.Ф.                 |
|  | Идентификатор                                      | R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1 |

М.Ф.  
Черепова

Заведующий  
выпускающей кафедрой

|  |                                                    |                             |
|--|----------------------------------------------------|-----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                             |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                             |
|  | Владелец                                           | Зубков П.В.                 |
|  | Идентификатор                                      | R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c |

П.В. Зубков

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

ИД-2 Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы

ИД-3 Анализирует результаты численного решения задач и оценивает необходимые для выполнения работы ресурсы

2. ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

ИД-2 Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Защита задания

1. Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)
2. Решение систем линейных уравнений итерационными методами (Лабораторная работа)
3. Теория погрешностей (Лабораторная работа)
4. Численное дифференцирование (Лабораторная работа)
5. Численное интегрирование (Лабораторная работа)

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Решение задачи Коши (Лабораторная работа)
2. Решение начально-краевых задач (Лабораторная работа)
3. Решение систем линейных уравнений прямыми методами (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Приближение функций (Тестирование)
2. Решение систем уравнений (Контрольная работа)
3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Численные методы (Расчетно-графическая работа)

**БРС дисциплины**

#### 4 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Теория погрешностей (Лабораторная работа)
- КМ-2 Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)
- КМ-3 Решение систем линейных уравнений прямыми методами (Лабораторная работа)
- КМ-4 Решение систем линейных уравнений итерационными методами (Лабораторная работа)
- КМ-5 Решение систем уравнений (Контрольная работа)
- КМ-6 Приближение функций (Тестирование)
- КМ-7 Численные методы (Расчетно-графическая работа)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

| Раздел дисциплины                                               | Веса контрольных мероприятий, % |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|                                                                 | Индекс КМ:                      | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 | КМ-5 | КМ-6 | КМ-7 |
|                                                                 | Срок КМ:                        | 4    | 8    | 12   | 12   | 15   | 15   | 16   |
| Введение в теорию погрешностей                                  |                                 |      |      |      |      |      |      |      |
| Введение в теорию погрешностей                                  | +                               |      |      |      |      |      |      |      |
| Численные методы решения скалярных уравнений                    |                                 |      |      |      |      |      |      |      |
| Численные методы решения скалярных уравнений                    |                                 |      | +    |      |      |      |      | +    |
| Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений |                                 |      |      |      |      |      |      |      |
| Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений |                                 |      |      | +    | +    | +    |      | +    |
| Приближение функций                                             |                                 |      |      |      |      |      |      |      |
| Приближение функций                                             |                                 |      |      |      |      |      | +    | +    |
| Вес КМ:                                                         |                                 | 10   | 25   | 15   | 15   | 15   | 10   | 10   |

#### 5 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-8 Численное интегрирование (Лабораторная работа)
- КМ-9 Численное дифференцирование (Лабораторная работа)
- КМ-10 Решение задачи Коши (Лабораторная работа)
- КМ-11 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (Контрольная работа)
- КМ-12 Решение начально-краевых задач (Лабораторная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

| Раздел дисциплины | Веса контрольных мероприятий, % |      |      |       |       |       |
|-------------------|---------------------------------|------|------|-------|-------|-------|
|                   | Индекс                          | КМ-8 | КМ-9 | КМ-10 | КМ-11 | КМ-12 |

|                                              |          |    |    |    |    |    |
|----------------------------------------------|----------|----|----|----|----|----|
|                                              | КМ:      |    |    |    |    |    |
|                                              | Срок КМ: | 4  | 8  | 12 | 12 | 16 |
| Численное интегрирование и дифференцирование |          |    |    |    |    |    |
| Численное интегрирование и дифференцирование |          | +  | +  |    |    |    |
| Численные методы решения задачи Коши         |          |    |    |    |    |    |
| Численные методы решения задачи Коши         |          |    |    | +  | +  |    |
| Разностные методы решения краевой задачи     |          |    |    |    |    |    |
| Разностные методы решения краевой задачи     |          |    |    |    |    | +  |
| Теория разностных схем                       |          |    |    |    |    |    |
| Теория разностных схем                       |          |    |    |    |    | +  |
| Вес КМ:                                      |          | 20 | 20 | 20 | 15 | 25 |

### БРС курсовой работы/проекта

### 5 семестр

#### Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по курсовой работе:

КМ-1 Разработка алгоритма решения задачи

КМ-2 Составление и тестирование программы

КМ-3 Получение результатов моделирования для исходной задачи

#### Вид промежуточной аттестации – защита КР.

| Раздел дисциплины                                       | Веса контрольных мероприятий, % |      |      |      |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------|------|------|------|
|                                                         | Индекс КМ:                      | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 |
|                                                         | Срок КМ:                        | 8    | 12   | 16   |
| Разработка алгоритма решения задачи                     |                                 | +    |      |      |
| Составление и тестирование программы                    |                                 |      | +    |      |
| Получение результатов моделирования для исходной задачи |                                 |      |      | +    |
| Вес КМ:                                                 |                                 | 25   | 50   | 25   |

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

| Индекс компетенции | Индикатор                                                                                                                     | Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Контрольная точка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-2              | ИД-2 <sub>ОПК-2</sub> Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы | Знать:<br>численные методы решения скалярных уравнений<br>методы численного интегрирования<br>методы приближения функций<br>численные методы решения систем линейных уравнений<br>методы численного дифференцирования<br>численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений<br>элементарную теорию погрешностей<br>Уметь:<br>использовать алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов | КМ-1 Теория погрешностей (Лабораторная работа)<br>КМ-2 Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)<br>КМ-3 Решение систем линейных уравнений прямыми методами (Лабораторная работа)<br>КМ-4 Решение систем линейных уравнений итерационными методами (Лабораторная работа)<br>КМ-5 Решение систем уравнений (Контрольная работа)<br>КМ-6 Приближение функций (Тестирование)<br>КМ-8 Численное интегрирование (Лабораторная работа)<br>КМ-9 Численное дифференцирование (Лабораторная работа)<br>КМ-11 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (Контрольная работа) |

|       |                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                        |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                                                                                                                                            | для решения задач<br>выбирать численный<br>метод, опираясь на анализ<br>поставленной задачи<br>применять численные<br>методы алгебры для<br>решения систем уравнений                                                                                                                    |                                                                                                        |
| ОПК-2 | ИД-3 <sub>ОПК-2</sub> Анализирует<br>результаты численного<br>решения задач и оценивает<br>необходимые для<br>выполнения работы<br>ресурсы | Знать:<br>критерии оценки<br>правильности решения<br>задачи<br>Уметь:<br>оценивать полученные<br>результаты, а также<br>планировать необходимые<br>для выполнения работы<br>ресурсы                                                                                                     | КМ-12 Решение начально-краевых задач (Лабораторная работа)                                             |
| ОПК-3 | ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет<br>существующие<br>математические методы<br>для анализа свойств<br>математических моделей                  | Знать:<br>базовые математические<br>модели инженерных задач<br>Уметь:<br>анализировать свойства<br>математических моделей и<br>применять<br>инструментальную базу<br>для их численной<br>реализации<br>применять численные<br>методы для решения<br>стандартных<br>вычислительных задач | КМ-7 Численные методы (Расчетно-графическая работа)<br>КМ-10 Решение задачи Коши (Лабораторная работа) |

## **II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания**

### **4 семестр**

#### **КМ-1. Теория погрешностей**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа состоит из двух частей. Одно задание выполняется в лаборатории ЭВМ на компьютере, второе задание выполняется при домашней подготовке.

#### **Краткое содержание задания:**

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания элементарной теории погрешностей

#### **Контрольные вопросы/задания:**

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: элементарную теорию погрешностей           | 1. Дайте определения абсолютной и относительной погрешностей.<br>2. Объясните различие между округлением по дополнению и округлением усечением<br>3. Что такое машинная бесконечность, машинный ноль и машинное эpsilon.<br>4. Сформулировать способ вычисления погрешности арифметических операций над приближенными числами<br>5. Сформулировать способ оценки погрешности вычисления функций одной и нескольких переменных |

#### **Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме.

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат не критичные ошибки.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

## **КМ-2. Решение нелинейных уравнений**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа состоит из двух частей. Одно задание выполняется в лаборатории ЭВМ на компьютере, второе задание выполняется при домашней подготовке .

### **Краткое содержание задания:**

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания численных методов решения скалярных уравнений и умения выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи

### **Контрольные вопросы/задания:**

| Запланированные результаты обучения по дисциплине   | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: численные методы решения скалярных уравнений | <ol style="list-style-type: none"><li>1.Сформулировать постановку задачи приближенного решения нелинейных уравнений и основные этапы решения задач по поиску корней скалярного уравнения.</li><li>2. Описать алгоритм метода бисекции, дать определение скорости сходимости и критерия окончания.</li><li>3.Описать алгоритм метода простой итерации. Сформулировать условие применимости метода. и указать скорость сходимости метода.</li><li>4.Вывести расчетную формулу метода Ньютона решения нелинейного уравнения. Сформулировать теорему о сходимости метода. Дать геометрическую интерпретацию метода.</li><li>5.Описать недостатки метода Ньютона. Перечислить модификации метода Ньютона.</li></ol> |

### **Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме .

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат некритичные ошибки.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

### КМ-3. Решение систем линейных уравнений прямыми методами

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Первая часть лабораторной работы выполняется в лаборатории ЭВМ, вторая часть выполняется при домашней подготовке с помощью алгоритмического языка Python. Студенты выполняют задания лабораторной работы согласно индивидуальным вариантам.

#### Краткое содержание задания:

Лабораторная работа ориентирована на проверку умения использовать алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов для решения задач;

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                            | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уметь: использовать алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов для решения задач | 1. Составить программу на языке Python, выполняющую LU - разложение матрицы. Воспользоваться встроенной процедурой пакета NUMPY и также получить LU-разложение, сравнить полученные результаты.<br>2. Для системы уравнений с разреженной матрицей разработать алгоритм нахождения решения, составить программу на языке Python и убедиться в ее работоспособности.<br>3. Используя встроенные процедуры пакета NUMPY, вычислить число обусловленности матрицы. Затем, увеличивая порядок матрицы, выяснить как меняется обусловленности задачи. |

#### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если часть задания выполнено неверно

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

#### КМ-4. Решение систем линейных уравнений итерационными методами

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Первая часть лабораторной работы выполняется в лаборатории ЭВМ, вторая часть выполняется при домашней подготовке с помощью алгоритмического языка Python. Студенты выполняют задания лабораторной работы согласно индивидуальным вариантам, используя также специализированную библиотеку `matplotlib`.

#### Краткое содержание задания:

Лабораторная работа ориентирована на проверку умения использовать алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов для решения задач

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                            | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уметь: использовать алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов для решения задач | 1. Составить программу на алгоритмическом языке Python, реализующую методы Зейделя и Якоби.<br>Сравнить число итераций, потребовавшихся для достижения заданной точности для решения задачи каждым методом.<br>2. Используя библиотеку <b><i>matplotlib</i></b> , построить графики норм невязок, полученных на каждой итерации при решении системы итерационным методом, указанным в индивидуальном варианте. |

#### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме.

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат не критичные ошибки.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

## КМ-5. Решение систем уравнений

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа выполняется по вариантам. Работа содержит 5 заданий на 90 минут.

### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания численных методов решения систем уравнений и умения применять численные методы алгебры для решения систем уравнений

### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                      | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: численные методы решения систем линейных уравнений              | 1. Сформулировать условия применимости метода прогонки для решения СЛАУ<br>2. Вычислить число обусловленности матрицы. Определить, является ли матрица плохо обусловленной.<br>3. Для решения системы линейных алгебраических уравнений используется метод Зейделя. Вывести критерий окончания итераций для метода Зейделя.<br>4. Как выглядит метод релаксации, записанный в канонической форме? |
| Уметь: применять численные методы алгебры для решения систем уравнений | 1. Решить систему уравнений одним из итерационных методов (методом простой итерации, Зейделя)<br>2. Решить систему уравнений одним из прямых методов (методом Гаусса, LU-разложения)<br>3. Решить систему уравнений с симметричной положительно определенной матрицей методом Холецкого                                                                                                           |

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если правильно выполнены 4 задания варианта и пятая задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если правильно выполнены 3 задания варианта и одна задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если правильно выполнены 2 задания варианта и еще одна задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

## КМ-6. Приближение функций

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тестирование выполняется по вариантам. В каждом варианте 10 задач. Время для выполнения 45 минут.

**Краткое содержание задания:**

Тест ориентирован на проверку знания методов приближения функций

**Контрольные вопросы/задания:**

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: методы приближения функций                 | <p>1. Функция задана таблицей своих значений в 11 точках. Многочлен Лагранжа какой степени можно построить по этой таблице, используя все значения функции?</p> <p>2. Функция задана своими значениями в узлах <math>x_0, x_1, \dots, x_n</math>. По этим значениям строят интерполяционные многочлены Ньютона и Лагранжа. Какое утверждение верно:</p> <p>1) значения многочленов совпадают только в узлах интерполяции</p> <p>2) многочлены равны между собой</p> <p>3) многочлены не равны и их значения не совпадают ни в одной точке</p> <p>4) многочлены не равны между собой, но их значения совпадают в узлах интерполяции</p> <p>3. Какой порядок точности по <math>h</math> обеспечивает интерполирование многочленом Лагранжа 3-ей степени?</p> <p>4. Функция задана значениями: <math>y(0)=1, y(1)=2, y(2)=3</math>. Является ли функция <math>s_1(x)=x+1</math> линейным сплайном?</p> <p>5. Оценить величину погрешности интерполяции функции <math>y=\ln(x)</math> в точке <math>x=2.1</math> при интерполировании многочленом первой степени по точкам <math>x_0=2</math> и <math>x_1=2.2</math></p> <p>6. Функция задана значениями: <math>y(0)=-1, y(1)=2, y(2)=3, y(3)=1</math>. Приблизить функцию многочленом первой степени по методу наименьших квадратов.</p> <p>7. Функция приближается по точкам <math>(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)</math> интерполяционным многочленом. Чему равен коэффициент при старшей степени <math>x</math>?</p> <p>8. Может ли многочлен, построенный по методу наименьших квадратов совпадать с интерполяционным многочленом? Ответ обосновать.</p> <p>9. В каком случае нельзя построить интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями при интерполировании по узлам:</p> |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | 1) число точек $n+1$ - нечетное<br>2) число точек $n+1$ - четное<br>3) точки заданы с постоянным шагом<br>4) точки заданы с переменным шагом<br><br>10. Как выбрать узлы интерполяции при приближении функции интерполяционным многочленом первой степени на отрезке $[-1, 1]$ , чтобы погрешность интерполяции была минимальной? |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если даны правильные ответы на 10 или 9 вопросов.*

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если правильные ответы даны на 8 или 7 вопросов*

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если правильные ответы даны на 6 или 5 вопросов*

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3*

#### КМ-7. Численные методы

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 10**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту.

#### Краткое содержание задания:

Расчетное задание ориентировано на проверку умения применять численные методы для решения стандартных вычислительных задач

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                              | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уметь: применять численные методы для решения стандартных вычислительных задач | 1. Вычислить значение $Z$ и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что исходные данные получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры. |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>2.Локализовать корень нелинейного уравнения и найти его методом бисекции с точностью <math>\epsilon_1=0.01</math>.</p> <p>3.Найти корень нелинейного уравнения из задачи 2 методом простой итерации. Для этого преобразовать уравнение <math>f(x)=0</math> к виду, удобному для итераций и проверить выполнение условия сходимости. В качестве отрезка локализации взять отрезок, полученный методом бисекции при решении задачи 2. Найти корень методом простой итерации с точностью <math>\epsilon_2=0.0001</math>.</p> <p>4.Найти корень нелинейного уравнения <math>f(x)=0</math>, локализованный на отрезке <math>[a,b]</math>, методом Ньютона с точностью <math>\epsilon_3=10^{-8}</math>.</p> <p>5.Решить систему уравнений <math>Ax=b</math> методом Гаусса (схема единственного деления).</p> <p>6.Записать LU-разложение матрицы <math>A</math> из задачи 5 (не проводя дополнительных расчетов). Используя полученное разложение, найти решение системы <math>Ax=d</math></p> <p>7.Решить систему уравнений <math>Ax=b</math> методом Холецкого.</p> <p>8.Решить систему уравнений <math>Ax=b</math> методом прогонки.</p> <p>УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой.</p> <p>9.Вычислить нормы матрицы <math>A</math> и нормы вектора <math>b</math>. Считая, что компоненты вектора получены в результате округления по дополнению, найти его относительную погрешность в каждой из трех указанных норм.</p> <p>10.Вычислить норму обратной матрицы <math>A</math>, оценить погрешность решения СЛАУ <math>Ax=b</math> в каждой из трех указанных норм для найденных в задании 9 погрешностей вектора <math>b</math>.</p> <p>11.Дана система уравнений <math>Ax=b</math>. Привести ее к виду, удобному для итераций, проверить выполнение достаточного условия сходимости указанных ниже методов. Выполнить три итерации по методу Якоби и три итерации по методу Зейделя. Определить во сколько раз уменьшится норма невязки в каждом случае. Используя апостериорную оценку, вычислить погрешность приближенного решения, полученного на третьей итерации каждого метода.</p> <p>12.Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений <math>Ax=b</math> (не переставляя строк) В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить наблюдаемое поведение метода с выполнением достаточных условий сходимости метода.</p> <p>13.Функция <math>y=u(x)</math> задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный</p> |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>график функции и графики многочленов.</p> <p>14. Функция <math>y=y(x)</math> задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить ее функцией вида . Определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный график исходных данных и график функции .</p> <p>15. Для функции <math>y=y(x)</math>, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке <math>x^*</math>.</p> <p>16. Функция <math>y=y(x)</math> задана таблицей своих значений. Вычислить приближенно значение функции в точке <math>x^*</math>, используя интерполяционные многочлены Ньютона первой, второй и третьей степеней. Для каждого вычисленного значения найти практическую оценку погрешности. Записать все результаты с учетом погрешности.</p> <p>17. Функция задана таблицей своих значений. Построить параболический сплайн дефекта 1 .</p> |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "зачтено" выставляется если все задания выполнены верно

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" выставляется если не выполнены условия на оценку "зачтено"

#### 5 семестр

#### КМ-8. Численное интегрирование

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа состоит из двух частей. Одно задание выполняется в лаборатории ЭВМ на компьютере, второе задание выполняется при домашней подготовке .

#### Краткое содержание задания:

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания методов численного интегрирования

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки |
|---------------------------------------------------|------------------------------|
|                                                   |                              |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: методы численного интегрирования           | <p>1. Существует ли связь между какими-либо квадратурными формулами и формулой Ньютона – Лейбница?</p> <p>2. Можно ли применять квадратурные формулы, если интегрируемая функция задана таблицей своих значений?</p> <p>3. Почему из правила Рунге (оценки погрешности) можно вывести способ уточнения квадратурной суммы, а из априорной оценки нельзя?</p> <p>4. Убедитесь в том, что квадратурная формула Гаусса с одним узлом точна для многочленов <math>1, t, t^2, t^3</math>.</p> <p>5. Приведите пример функции, интегрирование которой по квадратурной формуле трапеций не будет давать погрешности. Ответ обоснуйте.</p> |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме .

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат не критичные ошибки.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

#### КМ-9. Численное дифференцирование

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа состоит из двух частей. Одно задание выполняется в лаборатории ЭВМ на компьютере, второе задание выполняется при домашней подготовке .

#### Краткое содержание задания:

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания методов численного дифференцирования

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: методы численного дифференцирования        | <p>1. Пусть функция задана таблицей с переменным шагом. Можно ли построить формулы численного дифференцирования для такой функции? Если ответ положительный, то указать способ построения</p> <p>2. Каков будет порядок точности формулы численного дифференцирования для функции <math>f'(x)+f''(x)</math>, если первая производная аппроксимирована правой разностной производной, а вторая производная аппроксимирована со вторым порядком точности</p> <p>3. Всегда ли при уменьшении шага дифференцирования погрешность вычисления уменьшается?</p> <p>4. Чему равно число обусловленности задачи вычисления правой разностной производной?</p> <p>5. Как вывести формулу численного дифференцирования для нахождения первой производной со вторым порядком точности?</p> |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме .

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат не критичные ошибки.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

#### КМ-10. Решение задачи Коши

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа состоит из двух частей. Одно задание выполняется в лаборатории ЭВМ на компьютере, второе задание выполняется при домашней подготовке .

#### Краткое содержание задания:

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания базовых математических моделей инженерных задач и умения анализировать свойства математических моделей и применять инструментальную базу для их численной реализации

### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                  | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: базовые математические модели инженерных задач                                                              | 1. Выбрать математическую модель для описания процесса изменения биомассы промыслового вида рыбы в океане.<br>2. Выбрать математическую модель для описания химического взаимодействия двух веществ.<br>3. Привести пример физического процесса, описываемого дифференциальным уравнением второго порядка с начальными условиями в нулевой точке.<br>4. Привести пример динамического процесса, описываемого с помощью задачи Коши.                                                                                                                                 |
| Уметь: анализировать свойства математических моделей и применять инструментальную базу для их численной реализации | 1. Промоделировать процесс изменения биомассы в зависимости от интенсивности промысла. Выбрать метод решения и составить программу, реализующую выбранный метод.<br>2. Определить диапазон хищнического лова (т.е. значения интенсивности промысла, при которых вид полностью исчезает).<br>3. Составить программу для моделирования изменения концентрации вещества в зависимости от скорости химической реакции. Подобрать процедуры из пакета NUMPY, позволяющие вычислить мощность химической реакции при всех заданных параметрах задачи за оптимальное время. |

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы в полном объеме .

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если выполнены обе части задания и даны ответы на теоретические вопросы преимущественно верно

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется в случае, если задания преимущественно выполнены, ответы на теоретические вопросы содержат не критичные ошибки.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

## КМ-11. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа выполняется по вариантам. Работа содержит 5 заданий на 90 минут.

### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и умения выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи

### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                       | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | 1.Как построить метод решения задачи Коши третьего порядка, используя метод разложения по формуле Тейлора?<br>2.Как выполнить практически оценку погрешности приближенного решения задачи Коши?<br>3.Что такое нуль-устойчивость задачи и как определить, является ли метод нуль-устойчивым?<br>4.Как вывести расчетную формулу метода Адамса-Башфорта?<br>5.Можно ли получить расчетную формулу неявного метода Эйлера, применяя одну из квадратурных формул? |
| Уметь: выбирать численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи | 1.Найти решение задачи Коши методом Эйлера<br>2.Исследовать устойчивость задачи Коши и предложить наиболее эффективный метод для ее решения.<br>3.Найти решение задачи Коши, используя один из методов Рунге-Кутты второго порядка точности.                                                                                                                                                                                                                   |

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если правильно выполнены 4 задания варианта и пятая задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если правильно выполнены 3 задания варианта и одна задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если правильно выполнены 2 задания варианта и еще одна задача содержит незначительные ошибки.

*Оценка:* 2 («неудовлетворительно»)

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

## **КМ-12. Решение начально-краевых задач**

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Первая часть лабораторной работы выполняется в лаборатории ЭВМ, вторая часть выполняется при домашней подготовке с помощью алгоритмического языка Python. Студенты выполняют задания лабораторной работы согласно индивидуальным вариантам, используя также специализированную библиотеку matplotlib и NUMPY.

### **Краткое содержание задания:**

Лабораторная работа ориентирована на проверку знания критериев оценки правильности решения задачи и умения оценивать полученные результаты, а также планировать необходимые для выполнения работы ресурсы

### **Контрольные вопросы/задания:**

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                     | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: критерии оценки правильности решения задачи                                                    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сформулируйте правило Рунге практической оценки погрешности решения краевой задачи.</li> <li>2. Для решения краевой задачи с постоянными коэффициентами используется разностная схема второго порядка точности. Можно ли априорно оценить, какой шаг по пространству следует взять для достижения заданной точности <math>\epsilon</math>.</li> <li>3. Сформулируйте стандартный способ оценивания правильности найденного приближенного решения на основе построения тестового примера.</li> <li>4. Может ли граничное условие в разностной схеме быть аппроксимировано без погрешности?</li> <li>5. Может ли решение, полученное по разностной схеме, быть точным?</li> </ol> |
| Уметь: оценивать полученные результаты, а также планировать необходимые для выполнения работы ресурсы | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Составить программу для решения краевой задачи методом баланса. Коэффициенты разностной схемы в программе вычислять с помощью соответствующих процедур из пакета NUMPY. Решить поставленную задачу, представить графики решения, построенные с помощью библиотеки matplotlib. Продемонстрировать правильность решения задачи, построив графики погрешности, найденной по правилу Рунге.</li> <li>2. Выбрать итерационный метод для численного решения задачи Дирихле, основываясь на входных данных задачи, а именно на конфигурации пластины. Составить</li> </ol>                                                                                                             |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>программу решения задачи и представить результаты решения, подтвердив правильность найденного ответа.</p> <p>3.Разработать алгоритм решения двухточечной краевой задачи с учетом разрывности коэффициента теплопроводности и функции внешнего источника тепла. Проверить правильность работы программы на непрерывной модели, используя критерий сходимости разностной схемы.</p> |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме*

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если часть задания выполнено неверно*

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3*

#### Для курсового проекта/работы

#### 5 семестр

##### *I. Описание КП/КР*

Обучающемуся выдается индивидуальное задание, состоящее из трех частей: 1) самостоятельное изучение дополнительного материала по численным методам 2) разработка алгоритма решения поставленной задачи 3) получение и анализ результатов решения задачи на компьютере.

##### *II. Примеры задания и темы работы*

##### Пример задания

Дано: начально-краевая задача для уравнения колебаний струны с граничными условиями второго рода. Промоделировать процесс колебаний струны в зависимости от начальной скорости и начального положения струны.

Для этого: изучить методы построения разностных схем для гиперболических уравнений, построить не менее двух тестовых примеров для отладки программы, разработать программу, реализующую конкретный метод и проверить ее работоспособность на тестовых примерах.. Промоделировать исследуемый процесс в

зависимости от указанных в индивидуальном варианте входных данных. Результаты моделирования представить в графическом виде или в виде анимационного клипа.

### **Тематика КП/КР:**

Моделирование нестационарных процессов теплопроводности в одномерном и двумерном случае.

Моделирование стационарных процессов теплопроводности в областях сложной формы

Моделирование движений, описываемых задачами Коши ( баллистика, движение в атмосфере, реактивное движение, движение в гравитационном поле)

Моделирование колебаний, описываемых задачами Коши ( затухающие колебания, движение на двух пружинах, автоколебания в химических процессах)

### **КМ-1. Разработка алгоритма решения задачи**

#### **Описание шкалы оценивания**

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка зачтено ставится если алгоритм решения задачи в основном разработан

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка не зачтено ставится если алгоритм решения задачи не представлен

### **КМ-2. Составление и тестирование программы**

#### **Описание шкалы оценивания**

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка зачтено ставится если предъявлена работающая программа с двумя тестовыми примерами

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка не зачтено ставится, если не выполнены условия на оценку зачтено.

### **КМ-3. Получение результатов моделирования для исходной задачи**

#### **Описание шкалы оценивания**

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка зачтено ставится если результаты по решению исходной задачи в целом получены

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка не зачтено ставится, если не выполнены условия на оценку зачтено

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет с оценкой

### Пример билета

|                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                        |                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| МЭИ                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>БИЛЕТ № 2</b>                                                                                       | <b>“Утверждаю”</b><br>Зав. кафедрой |
|                                                                                                                                                                                                                                                                    | Кафедра Математического и компьютерного моделирования<br>Дисциплина Численные методы<br>Факультет ИВТИ |                                     |
| 1.Сформулировать постановку задачи интерполяции. Как вывести коэффициенты многочлена Ньютона с конечными разностями? Записать оценку погрешности интерполяции<br>2. Вычислить положительный корень уравнения $x^4 - 2x - 2 = 0$ методом бисекции с точностью 0.25. |                                                                                                        |                                     |

### Процедура проведения

Зачет проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 30 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-2</sub> Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы

### Вопросы, задания

1. Определение верной цифры в приближенной записи числа. Приведите иллюстрирующий пример.
2. Может ли погрешность функции оказаться меньше погрешности ее аргументов?
3. Какие методы поиска приближенного решения уравнения называют итерационными?
4. Во сколько раз изменится погрешность приближенного решения уравнения после первых двух шагов метода бисекции?
5. Приведите геометрическую интерпретацию работы метода Ньютона для поиска приближенного решения уравнения.
6. Какие методы решения СЛАУ называют прямыми? Чем характеризуются такие методы?
7. Пусть СЛАУ  $Ax=b$  преобразовано к виду  $x=Bx+c$  с помощью выражения из каждого уравнения диагональной переменной  $x_i$ . Всегда ли такое преобразование СЛАУ позволяет построить сходящийся процесс метода простой итерации?
8. Верно ли, что итерационным методом можно получить решение со сколь угодно большой точностью?
9. Объясните, что такое нормальная система метода наименьших квадратов. Приведите ее общий вид и частный случай при аппроксимации многочленом первой степени.

10. Приводит ли увеличение количества узлов интерполяции на заданном отрезке к увеличению точности интерполяции?
11. Функция задана таблицей. Известно, что значения функции получены из эксперимента. Выбрать метод приближения с возможностью сглаживания ошибок.
12. Решить систему уравнений прямым методом.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Пусть решается уравнение  $x - \ln x - 3 = 0$ . Определить, какой из итерационных процессов сходится к корню приближенно равному 4.5

Ответы:

1.  $x_{n+1}^{n+1} = \ln x_n^n x_{n+1} + 3$     2.  $x_{n+1}^{n+1} = e$     3.  $x_{n+1}^{n+1} = 2x_n^n - \ln x_n^n - 3$

Верный ответ: 1.

2. Можно ли найти решение системы методом Холецкого:

$$2x + y - z = 1$$

$$x - y + 2z = 0$$

$$-x - y + 3z = 5$$

Ответы:

1. 1. можно, так как метод Холецкого - прямой метод решения систем 2. можно, так как система небольшой размерности 3. нельзя так как не выполнены условия применимости метода

Верный ответ: 3

3. Решается нелинейное уравнение, имеющее кратный корень четной кратности. Каким методом нельзя найти этот корень?

Ответы:

1. 1) методом Ньютона 2) методом ложного положения 3) методом бисекции 4) методом секущих

Верный ответ: 3)

4. По известным значениям  $\sqrt{9} = 3$  и  $\sqrt{4} = 2$  найти значение  $\sqrt{7}$ , используя интерполяционный многочлен первой степени.

Ответы:

- 1) 2.646    2) 2.6    3) 2.6458

Верный ответ: 2)

5. Пусть система линейных уравнений  $Ax = b$  имеет трехдиагональную матрицу системы  $A$ . Какой метод решения системы будет менее трудоемким?

Ответы:

- 1) Холецкого 2) Гаусса 3) прогонки

Верный ответ: 3)

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-3ОПК-2 Анализирует результаты численного решения задач и оценивает необходимые для выполнения работы ресурсы

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Чему равна величина абсолютной погрешности функции  $f(x) = \cos x$ , если аргумент функции задан с погрешностью 0.01, а функция вычисляется в точке  $x \approx \frac{\pi}{4}$ ?

Ответы:

1. 1) 0.01    2) 0.005    3) 0.1    4) 0.2

Верный ответ: 1)

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.

Функция задана таблицей значений. Определить какой из многочленов приближает функцию наилучшим образом “в среднем”.

|        |      |     |     |     |
|--------|------|-----|-----|-----|
| x=-2   | x=-1 | x=0 | x=1 | x=2 |
| y=-1.8 | -0.9 | 0.1 | 0.9 | 2.1 |

Ответы:

1.  $y=x$  2.  $y=x-0.1$  3.  $y=x+0.1$

Верный ответ: 3.

### II. Описание шкалы оценивания

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если даны правильные ответы на два вопроса билета и дополнительный вопрос, заданный в устной форме.

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если ответы на вопросы билета содержат не критичные ошибки и дан правильный ответ на дополнительный вопрос, заданный в устной форме

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если нет ответа на один из вопросов билета.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку 3

### III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и зачетной составляющей.

### 5 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

|            |                                                                                                                                                                                       |                                     |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>МЭИ</b> | <b>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23</b><br>Кафедра Математического и компьютерного моделирования<br>Дисциплина Численные методы<br>Факультет ИВТИ                                           | <b>“Утверждаю”</b><br>Зав. Кафедрой |
|            | 1. Описание метода наискорейшего спуска решения систем линейных алгебраических уравнений.<br>Условие применимости метода, критерий окончания.<br>2. Найти приближенное решение задачи |                                     |

$y' = t^2 + 2y$ ,  $y(0) = 1$  в точке  $t = 0.2$   
по методу Адамса-Моултона 2-го порядка точности.

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-2</sub> Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы

#### **Вопросы, задания**

1. Численные методы решения задачи Коши: методы Рунге–Кутты. Идея построения расчетных формул.  
Однопараметрическое семейство метод Рунге-Кутты 2-го порядка точности.
2. Составить процедуру нахождения приближенного значения интеграла с заданной точностью на любом языке программирования

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-3<sub>ОПК-2</sub> Анализирует результаты численного решения задач и оценивает необходимые для выполнения работы ресурсы

#### **Вопросы, задания**

1. Численное дифференцирование. Вычисление первой и второй производной, вывод оценок погрешности.
2. Выбрать итерационный метод для численного решения задачи Дирихле. Объяснить способ оценки правильности найденного приближенного решения.
3. Какие критерии используются для оценки точности приближенного решения задачи Коши?
4. Оценить, объем памяти компьютера, требуемый для хранения матрицы системы при дискретизации задачи Дирихле.

### **Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Чему равно значение интеграла  $\int_0^1 \cos(\pi x) dx$ , вычисленное по элементарной формуле трапеций?

Ответы:

1. 1) 0    2) 0.5    3)  $\frac{1}{\pi}$

Верный ответ: 1)

2. Как можно оценить погрешность приближенного решения краевой

задачи:  $-\frac{d}{dx} \left( \frac{k(x) du}{dx} \right) + q(x)u = f(x)$ ,  $u(a) = \alpha$ ,  $u(b) = \beta$

Ответы:

1. 1) используя правило Рунге двойного пересчета 2) используя априорную оценку погрешности разностной схемы 3) используя апостериорную оценку погрешности разностной схемы

Верный ответ: 1)

3. Какой из представленных физических процессов можно описать задачей Коши  $y' = f(t, y)$ ,  $y(t_0) = y_0$  ?

Ответы:

1) процесс распространения тепла в стержне 2) процесс колебаний в струне 3) процесс движения снаряда в баллистике

Верный ответ: 3)

4. Сколько примерно потребуется вычислений для системы линейных уравнений порядка  $m$  методом Гаусса?

Ответы:

1. 1)  $8m$  арифметических операций 2)  $\frac{2}{3}m$  арифметических операций 3)  $\frac{1}{3}m$  арифметических действий

Верный ответ: 2)

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-2ОПК-3 Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей

### Вопросы, задания

1. Привести пример физического процесса, описываемого с помощью задачи Коши.
2. Записать математическую модель, описывающую стационарный процесс теплопроводности в стержне с заданной температурой на концах.
3. Какой критерий следует применить для анализа устойчивости дискретной задачи Коши?
4. Предложить способ решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
5. Как провести анализ системы дифференциальных уравнений на жесткость системы?

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какое из соотношений аппроксимирует первую производную функции со вторым порядком точности по  $h$ ?

Ответы:

1. 1)  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  2)  $\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$  3)  $\frac{f(x)-f(x-h)}{h}$

Верный ответ: 2)

2. Дана задача Коши:  $y' = t + y$ ,  $y(0) = 1$ . Для ее решения применяется метод Эйлера с шагом  $h=0.2$ . Чему равно значение приближенного решения в точке 0.4 ?

Ответы:

1. 1) 1.2 2) 1.44 3) 1.528

Верный ответ: 3)

3. Дана математическая модель, представленная системой обыкновенных дифференциальных уравнений:  $u' = -2u + 5v$ ,  $v' = 25v$ ,  $u(0) = 1$ ,  $v(0) = 2$ . Какой из классов методов следует выбрать для численной реализации ?

Ответы:

1. 1) метод Гира , так как система является жесткой 2) явный метод Эйлера, так как метод достаточной простой в реализации
2. 3) метод разложения по формуле Тейлора, так как он допускает высокий порядок точности решения.

Верный ответ: 1)

4. При решении задачи Дирихле для системы уравнений, полученной по разностной схеме, следует применять:

Ответы:

1. 1) итерационные методы 2) метод Гаусса 3) метод прогонки

Верный ответ: 1)

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если даны правильные ответы на два вопроса билета и дополнительный вопрос, заданный в устной форме.

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если ответы на вопросы билета содержат не критичные ошибки и дан правильный ответ на дополнительный вопрос, заданный в устной форме

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если нет ответа на один из вопросов билета .

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если не выполнены условия на оценку "удовлетворительно"

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

**Для курсового проекта/работы:**

**5 семестр**

**Форма проведения: Защита КП/КР**

### ***I. Процедура защиты КП/КР***

На защите курсовой работы обучающемуся задаются теоретические и практические вопросы по представленной расчетно-пояснительной записке.

### ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированы особенности практических решений

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. ответы на вопросы теоретического плана содержат не критические неточности.

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа не выполнена или выполнена преимущественно неправильно

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка за курсовую работу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».