

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.23</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>7 семестр - 4;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>144 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>7 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>7 семестр - 16 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>7 семестр - 16 часов;</b>
<b>Консультации</b>	<b>7 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>7 семестр - 77,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> Тестирование Лабораторная работа Контрольная работа	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>7 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2025**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Заславский А.А.
	Идентификатор	R6247ef5a-ZaslavskyAA-b2eda018

А.А. Заславский

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** состоит в изучении основ теории математических методов оптимизации.

### Задачи дисциплины

- освоение обучающимися экономических и других постановок оптимизационных задач;
- приобретение навыков решения задач линейного, квадратичного и целочисленного программирования.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ИД-2 <sub>ОПК-2</sub> Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы	уметь: - выбирать и реализовывать алгоритмы численного решения задач оптимизации.
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ИД-3 <sub>ОПК-2</sub> Анализирует результаты численного решения задач и оценивает необходимые для выполнения работы ресурсы	уметь: - анализировать и содержательно интерпретировать результаты численного решения задач оптимизации.
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub> Использует и модифицирует математические модели прикладных задач	знать: - постановки и математические модели задач оптимизации.  уметь: - составлять математические модели задач оптимизации; - составлять математические модели экономических задач.
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей	уметь: - использовать методы математического программирования для анализа моделей задач оптимизации.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО**

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать Для освоения дисциплины необходимо знание математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, численных методов

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования	15	7	4	-	3	-	-	-	-	-	8	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Составление математических моделей экономических задач <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 4-10 [3], 13-29 [4], 4-10 [7], 13-29</p>	
1.1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования	15		4	-	3	-	-	-	-	-	-	8		-
2	Симплекс-метод	20		4	4	2	-	-	-	-	-	-	10	-	<p><b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Изучение материала по разделу "Симплекс-метод" и подготовка к лабораторной работе <b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Студенту необходимо привести задачу линейного программирования к каноническому и стандартному виду <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 11-15 [7], 35-52</p>
2.1	Симплекс-метод	20		4	4	2	-	-	-	-	-	-	10	-	
3	Двойственность в линейном программировании	18		7	3	4	2	-	-	-	-	-	9	-	<p><b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Изучение материалов по теме "Двойственность" и подготовка к выполнению лабораторной работы <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p>
3.1	Двойственность в линейном программировании	18	3		4	2	-	-	-	-	-	-	9	-	

	программировании												<b><u>источников:</u></b> [1], 16-22 [7], 86-99
4	Задачи целочисленного линейного программирования	10	3	-	2	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Студенты изучают особенности задач целочисленного линейного программирования и готовятся к контрольной работе
4.1	Задачи целочисленного линейного программирования	10	3	-	2	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 28-33 [7], 164-167
5	Нелинейное программирование	22	8	2	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Студенты изучают методы оптимизации функции одной переменной и готовятся к выполнению лабораторной работы
5.1	Нелинейное программирование	22	8	2	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Студенты изучают особенности задач нелинейного программирования и готовятся к выполнению контрольной работы <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 33-42 [2], 33-39,53-62 [5], 450-466 [6], 33-39, 53-62
6	Численные методы решения задач математического программирования	23	10	6	3	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Студенты изучают численные методы оптимизации и готовятся к выполнению лабораторной работы
6.1	Численные методы решения задач математического программирования	23	10	6	3	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [5], 371-430
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	<b>Всего за семестр</b>	<b>144.0</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.5</b>	<b>44</b>	<b>33.5</b>	
	<b>Итого за семестр</b>	<b>144.0</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.5</b>	<b>77.5</b>		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

1.1. Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

Экономическая постановка задачи линейного программирования. Свойства выпуклых множеств. Выпуклость допустимого множества задачи линейного программирования. Выпуклый многогранник и его вершины. Теорема о представлении выпуклого многогранника в виде выпуклой оболочки вершин. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования и графический метод ее решения..

#### 2. Симплекс-метод

2.1. Симплекс-метод

Базисные допустимые точки. Теорема о соответствии вершинах допустимой области и базисных точек. Критерий оптимальности вершины. Переход к соседней вершине. Алгоритм симплекс-метода и его геометрический смысл. Нахождение начальной вершины. Метод искусственного базиса..

#### 3. Двойственность в линейном программировании

3.1. Двойственность в линейном программировании

Постановка и экономическая интерпретация двойственной задачи. Построение двойственных задач для задач различного вида. Теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Восстановление решения исходной задачи по решению двойственной. Двойственный симплекс-метод. Постановка транспортной задачи. Существование решения. Описание базисных точек транспортной задачи. Методы построения начального плана. Метод потенциалов..

#### 4. Задачи целочисленного линейного программирования

4.1. Задачи целочисленного линейного программирования

Содержательные постановки задач целочисленного линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ. Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Методы решения задач целочисленного программирования, использующие сильные оценки..

#### 5. Нелинейное программирование

5.1. Нелинейное программирование

Постановка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования. Свойства выпуклых функций. Теорема Куна-Таккера. Постановка и методы решения задачи квадратичного программирования. Линейная задача дополнителности и ее решение. Сведение задачи квадратичного программирования к задаче дополнителности..

#### 6. Численные методы решения задач математического программирования

6.1. Численные методы решения задач математического программирования



Численная минимизация функции одной переменной. Прямые методы. Методы, использующие производные. Градиентные методы минимизации функции многих переменных: метод скорейшего спуска, метод Ньютона. Проблема оврагов и методы ее решения. Метод сопряженных градиентов. Методы оптимизации, основанные на аппроксимации целевой функции кусочно-линейными: метод уровней..

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Составление задач линейного программирования и решение их графическим методом;
2. Решение задач линейного программирования симплекс-методом и методом искусственного базиса;
3. Составление двойственных задач. Решение задач линейного программирования с помощью теорем двойственности;
4. Решение транспортной задачи методом потенциалов;
5. Решение задач целочисленного линейного программирования методом Гомори и методом ветвей и границ;
6. Решение задач нелинейного программирования графическим методом и методом множителей Лагранжа;
7. Решение задач квадратичного программирования;
8. Численные методы математического программирования.

### **3.4. Темы лабораторных работ**

1. Численная минимизация функции многих переменных;
2. Решение задач линейного программирования графическим методом;
3. Решение задач линейного программирования симплекс-методом;
4. Численная минимизация функции одной переменной.

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов раздела "Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования"
2. Обсуждение материалов раздела "Симплекс-метод"
3. Обсуждение материалов раздела "Двойственность в линейном программировании"
4. Обсуждение материалов раздела "Задачи целочисленного линейного программирования"
5. Обсуждение материалов раздела "Нелинейное программирование"
6. Обсуждение материалов раздела "Численные методы решения задач математического программирования"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)						Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	6	
<b>Знать:</b>								
постановки и математические модели задач оптимизации	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub>	+	+					Тестирование/Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду  Тестирование/Составление математических моделей экономических задач
<b>Уметь:</b>								
выбирать и реализовывать алгоритмы численного решения задач оптимизации	ИД-2 <sub>ОПК-2</sub>						+	Лабораторная работа/Численная минимизация функции многих переменных  Лабораторная работа/Численная минимизация функции одной переменной
анализировать и содержательно интерпретировать результаты численного решения задач оптимизации	ИД-3 <sub>ОПК-2</sub>		+	+				Лабораторная работа/Решение задач линейного программирования графическим методом  Лабораторная работа/Решение задач линейного программирования симплекс-методом
составлять математические модели экономических задач	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub>	+						Тестирование/Составление математических моделей экономических задач
составлять математические модели задач оптимизации	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub>			+	+			Контрольная работа/Решение задач линейного программирования
использовать методы математического программирования для анализа моделей задач оптимизации	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub>						+	Контрольная работа/Решение задач нелинейного программирования.

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**7 семестр**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Решение задач линейного программирования графическим методом (Лабораторная работа)
2. Решение задач линейного программирования симплекс-методом (Лабораторная работа)
3. Численная минимизация функции многих переменных (Лабораторная работа)
4. Численная минимизация функции одной переменной (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Решение задач линейного программирования (Контрольная работа)
2. Решение задач нелинейного программирования. (Контрольная работа)

Форма реализации: Смешанная форма

1. Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду (Тестирование)
2. Составление математических моделей экономических задач (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Экзамен (Семестр №7)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 7 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Заславский, А. А. Методы оптимизации : учебное пособие [для студентов старших курсов математических специальностей] / А. А. Заславский, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ") . – М. : Изд-во МЭИ, 2019 . – 52 с. - ISBN 978-5-7046-2229-1 .  
<http://elibr.mpei.ru/elibr/view.php?id=11009>;
2. Карманов, В. Г. Математическое программирование : учебное пособие / В. Г. Карманов . – 5-е изд., стер . – М. : Физматлит, 2004 . – 264 с. - ISBN 5-922101-70-6 .;
3. Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие / И. Л. Акулич . – 2-е изд., испр . – СПб. : Лань-Пресс, 2009 . – 352 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-0916-7 .;
4. Вентцель, Е. С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель . – 2-е изд., стереотип . – М. : Наука, 1988 . – 208 с.;

5. Базара, М. Нелинейное программирование: Теория и алгоритмы : пер. с англ. / М. Базара, К. Шетти . – М. : Мир, 1982 . – 583 с.;
6. Карманов В. Г.- "Математическое программирование", (6-е изд.), Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2008 - (264 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59532](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59532);
7. Акулич И. Л.- "Математическое программирование в примерах и задачах", (3-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (352 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/167896>.

### 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Python.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный

		проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Методы оптимизации

(название дисциплины)

#### 7 семестр

#### Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Составление математических моделей экономических задач (Тестирование)
- КМ-2 Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду (Тестирование)
- КМ-3 Решение задач линейного программирования графическим методом (Лабораторная работа)
- КМ-4 Решение задач линейного программирования симплекс-методом (Лабораторная работа)
- КМ-5 Решение задач линейного программирования (Контрольная работа)
- КМ-6 Решение задач нелинейного программирования. (Контрольная работа)
- КМ-7 Численная минимизация функции одной переменной (Лабораторная работа)
- КМ-8 Численная минимизация функции многих переменных (Лабораторная работа)

#### Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8
		Неделя КМ:	4	8	8	12	12	15	15	16
1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования									
1.1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования		+	+						
2	Симплекс-метод									
2.1	Симплекс-метод		+	+	+	+				
3	Двойственность в линейном программировании									
3.1	Двойственность в линейном программировании				+	+	+			
4	Задачи целочисленного линейного программирования									
4.1	Задачи целочисленного линейного программирования						+			
5	Нелинейное программирование									
5.1	Нелинейное программирование							+		
6	Численные методы решения задач математического									

	программирования								
6.1	Численные методы решения задач математического программирования							+	+
Вес КМ, %:		10	10	10	15	15	15	10	15