

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ОБЩАЯ АЛГЕБРА**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.17</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>3 семестр - 3;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>108 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>3 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>3 семестр - 16 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>3 семестр - 59,7 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> Тестирование Перекрестный опрос Контрольная работа Коллоквиум	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Зачет с оценкой</b>	<b>3 семестр - 0,3 часа;</b>

**Москва 2024**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Горелов В.А.
	Идентификатор	R2b96487a-GorelovVA-211cc7f4

В.А. Горелов

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** состоит в изучении основ общей алгебры

### Задачи дисциплины

- ознакомление с основными понятиями теории множеств и основными алгебраическими моделями, их применением в различных областях математики и информатики.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	знать: - основные определения и теоремы теории множеств; - основные алгебраические структуры.  уметь: - применять основные определения теории множеств.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	знать: - методы модулярной арифметики.  уметь: - проводить вычисления в главных модельных структурах: булевой алгебре, группах подстановок, кольце вычетов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать требуется знание математического анализа и линейной алгебры

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Основы теории множеств	26	3	10	-	4	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Студентам необходимо повторить теоретический материал по разделу "Основы теории множеств", разобрать примеры решения задач.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Основы теории множеств" материалу. Дополнительно студенту необходимо прорабатывать лекции и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится путём опроса и по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Основы теории множеств", подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], гл.1, 4 [3], с. 4-8, 15-21</p>	
1.1	Основы теории множеств	26		10	-	4	-	-	-	-	-	12	-		
2	Элементы теории чисел	27		8	-	4	-	-	-	-	-	-	15		-
2.1	Элементы теории чисел	27		8	-	4	-	-	-	-	-	-	15		-

																<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Элементы теории чисел" материалу. Дополнительно студенту необходимо прорабатывать лекции и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится путём опроса и по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Элементы теории чисел" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], с.15-19 [3], с. 12, 13, 27, 28</p>
3	Основные алгебраические структуры	37	14	-	8	-	-	-	-	-	-	15	-			<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Студентам необходимо повторить теоретический материал по разделу "Основные алгебраические структуры", разобрать примеры решения задач.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Основные алгебраические структуры" материалу. Дополнительно студенту необходимо прорабатывать лекции и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится путём опроса и по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Основные алгебраические структуры" , подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 10, 11, 24-27 [4], гл.1,7,8</p>
3.1	Основные алгебраические структуры	37	14	-	8	-	-	-	-	-	-	15	-			<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Основные алгебраические структуры" материалу. Дополнительно студенту необходимо прорабатывать лекции и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится путём опроса и по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Основные алгебраические структуры" , подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 10, 11, 24-27 [4], гл.1,7,8</p>

														[5], гл.10,14
	Зачет с оценкой	18.0	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	17.7		
	<b>Всего за семестр</b>	<b>108.0</b>	<b>32</b>	<b>-</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.3</b>	<b>42</b>	<b>17.7</b>		
	<b>Итого за семестр</b>	<b>108.0</b>	<b>32</b>	<b>-</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.3</b>	<b>59.7</b>			

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Основы теории множеств

#### 1.1. Основы теории множеств

Множества и подмножества. Число подмножеств конечного множества. Операции над множествами и их свойства. Декартово произведение множеств. Отображения. Образы и прообразы элементов и подмножеств. Сюръекции, инъекции и биекции. Отношение эквивалентности. Свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности. Классы эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Фактор-множество по отношению эквивалентности. Примеры. Парадоксы теории множеств (парадокс Рассела, парадокс брадобрея и др.), пути их преодоления. Равномощные множества. Сравнения мощностей. Счётные и несчётные множества. Примеры. Основные теоремы о счётных множествах. Теорема о равномощности множеств точек отрезка и квадрата. Теорема Кантора – Бернштейна. Мощности континуума и гиперконтинуума. Теорема о несуществовании множества наибольшей мощности. Алгебраические и трансцендентные числа. Континуум-гипотеза.  $n$ -арные отношения. Способы представления отношений. Примеры. Бинарные отношения. Однородные бинарные отношения. Соответствия. Частично упорядоченные и линейно упорядоченные множества. Максимальные и минимальные элементы. Наибольший и наименьший элементы. Верхняя и нижняя грани подмножеств. Верхний и нижний конусы подмножества. Точные верхняя и нижняя грани подмножества. Вполне упорядоченные множества. Примеры. Обсуждение теоремы Цермело, леммы Цорна, аксиомы выбора и эквивалентных им утверждений. Построение множества действительных чисел по Дедекинду. Представление чисел бесконечными десятичными и двоичными дробями. Универсальные алгебры. Изоморфизм и гомоморфизм универсальных алгебр. Примеры. Решётки. Алгебраические свойства решётки. Эквивалентность алгебраического и теоретико-множественного определений решётки. Булевы решётки. Критерий модулярности решётки. Критерий дистрибутивности решётки. Универсальные верхняя и нижняя граница решётки и их свойства. Решётки с дополнениями. Булевы решётки и булевы алгебры. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

### 2. Элементы теории чисел

#### 2.1. Элементы теории чисел

Необходимые факты из элементарной теории чисел. Диофантовы уравнения. Вычеты. Арифметика вычетов. Китайская теорема об остатках и её применение в модулярной арифметике. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона. Алгоритмы решения линейных сравнений. Квадратичные вычеты и невычеты. Символы Лежандра и Якоби. Закон взаимности. Решение сравнений второй степени.

### 3. Основные алгебраические структуры

#### 3.1. Основные алгебраические структуры

Множества с операциями. Группы. Группы по умножению и сложению. Подгруппы. Циклические группы и подгруппы. Порядок группы и элемента. Примеры: числовые множества, подстановки, матрицы. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Индекс подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Теорема Кэли. Нормальные подгруппы. Примеры. Теоремы о гомоморфизмах. Центр и коммутант группы, связь между ними. Кольца. Примеры. Делители нуля и другие особенности теории колец. Изоморфизм и гомоморфизм колец. Идеалы. Поля. Мультипликативная группа поля. Подполе. Простое поле. Характеристика поля. Примеры. Конечные поля. Кольца и поля вычетов.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Основы теории множеств;
2. Основные алгебраические структуры;
3. Элементы теории чисел.

### **3.4. Темы лабораторных работ**

не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены



### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
основные алгебраические структуры	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>			+	Коллоквиум/Основные определения и теоремы общей алгебры
основные определения и теоремы теории множеств	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>	+			Коллоквиум/Основные определения и теоремы общей алгебры Тестирование/Основы теории множеств
методы модулярной арифметики	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>		+		Контрольная работа/Вычисления в модельных структурах Перекрестный опрос/Методы модулярной арифметики
<b>Уметь:</b>					
применять основные определения теории множеств	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub>	+			Тестирование/Основы теории множеств
проводить вычисления в главных модельных структурах: булевой алгебре, группах подстановок, кольце вычетов	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub>		+	+	Контрольная работа/Вычисления в модельных структурах

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**3 семестр**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Основы теории множеств (Тестирование)

Форма реализации: Письменная работа

1. Вычисления в модельных структурах (Контрольная работа)

Форма реализации: Смешанная форма

1. Основные определения и теоремы общей алгебры (Коллоквиум)

Форма реализации: Устная форма

1. Методы модулярной арифметики (Перекрестный опрос)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет с оценкой (Семестр №3)*

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 3 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата вузов по естественнонаучным направлениям / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов . – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018 . – 448 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-04435-5 .;
2. Набебин, А. А. Сборник заданий по дискретной математике : учебное пособие для вузов / А. А. Набебин . – М. : Научный мир, 2009 . – 280 с. - ISBN 978-5-915220-72-9 .;
3. Мамонтов, А. И. Указания к решению задач по общей алгебре. Основы дискретных математических моделей : методическое пособие по курсу "Общая алгебра" по направлению "Прикладная математика и информатика" / А. И. Мамонтов, Д. Г. Мещанинов, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2015 . – 32 с.  
<http://elib.mpei.ru/elib/view.php?id=7485>;
4. Болотов, А. А. Алгебраические структуры : учебное пособие по курсам "Линейная алгебра и аналитическая геометрия", "Дискретная математика" для слушателей ФПКП по направлению "Прикладная математика и информатика" / А. А. Болотов, Д. Г. Мещанинов, А. Б. Фролов, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Изд-во МЭИ, 2005 . – 80 с. - ISBN 5-7046-1312-8 .;

5. Курош А. Г.- "Курс высшей алгебры", (22-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (432 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/152647>.

### 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др).

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	С-201, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	М-915, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-201, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Общая алгебра

(название дисциплины)

## 3 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Основы теории множеств (Тестирование)

КМ-2 Методы модулярной арифметики (Перекрестный опрос)

КМ-3 Вычисления в модельных структурах (Контрольная работа)

КМ-4 Основные определения и теоремы общей алгебры (Коллоквиум)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Основы теории множеств					
1.1	Основы теории множеств		+			+
2	Элементы теории чисел					
2.1	Элементы теории чисел			+	+	
3	Основные алгебраические структуры					
3.1	Основные алгебраические структуры				+	+
Вес КМ, %:			20	5	40	35