

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Блок:	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы:	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
№ дисциплины по учебному плану:	Б1.Ч.03
Трудоемкость в зачетных единицах:	5 семестр - 5;
Часов (всего) по учебному плану:	180 часов
Лекции	5 семестр - 48 часа;
Практические занятия	5 семестр - 32 часа;
Лабораторные работы	не предусмотрено учебным планом
Консультации	5 семестр - 2 часа;
Самостоятельная работа	5 семестр - 97,5 часа;
в том числе на КП/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая:	
Контрольная работа	
Промежуточная аттестация:	
Экзамен	5 семестр - 0,5 часа;

Москва 2024

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Амосов А.А.
	Идентификатор	R9a3a6370-AmosovAA-723724c4

А.А. Амосов

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: изучение основ теории функций и функционального анализа

Задачи дисциплины

- освоение элементов теории множеств;
- изучение основ теории метрических пространств;
- освоение теории меры Лебега;
- освоение теории интеграла Лебега.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-1 _{РПК-2} Демонстрирует знание терминологии, базовых результатов и методов фундаментальной математики	знать: - терминологию и базовые результаты теории множеств; - терминологию и основные результаты теории меры и теории измеримых функций.
РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-3 _{РПК-2} Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей	уметь: - исследовать простейшие свойства подмножеств метрических пространств и применять принцип сжимающих отображений; - анализировать свойства измеримости множеств и функций, интегрируемости функций по Лебегу и применять базовые результаты теории интеграла Лебега.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать математический анализ
- знать линейную алгебру и аналитическую геометрию

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Элементы теории множеств	28	5	9	-	7	-	-	-	-	-	12	-	<p><u>Подготовка к контрольной работе:</u> Изучение материалов по разделу «Элементы теории множеств» и подготовка к контрольной работе.</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Элементы теории множеств» материалу.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 17–35 [2], стр. 32, 33 [3], стр. 3–10 [4], стр. 15–17, 23–25, 31–34, 40–42, 46, 47, 51–53</p>	
1.1	Элементы теории множеств	28		9	-	7	-	-	-	-	-	12	-		
2	Элементы теории метрических пространств	42		14	-	9	-	-	-	-	-	-	19		-
2.1	Элементы теории метрических пространств	42		14	-	9	-	-	-	-	-	-	19		-

													<u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 54–72, 81–89 [2], стр. 55 [3], стр. 11–19
3	Мера Лебега и измеримые функции	42	14	-	9	-	-	-	-	-	19	-	<u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Мера Лебега и измеримые функции» материалу.
3.1	Мера Лебега и измеримые функции	42	14	-	9	-	-	-	-	-	19	-	<u>Подготовка к контрольной работе:</u> Изучение материалов по разделу «Мера Лебега и измеримые функции» и подготовка к контрольной работе. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [2], стр. 85, 107, 108 [3], стр. 20–28
4	Интеграл Лебега	32	11	-	7	-	-	-	-	-	14	-	<u>Подготовка домашнего задания:</u>
4.1	Интеграл Лебега	32	11	-	7	-	-	-	-	-	14	-	Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Интеграл Лебега» материалу. <u>Подготовка к контрольной работе:</u> Изучение материалов по разделу «Интеграл Лебега» и подготовка к контрольной работе. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [2], стр. 152, 153 [3], стр. 29–35
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	180.0	48	-	32	-	2	-	-	0.5	64	33.5	
	Итого за семестр	180.0	48	-	32	2	-	-	-	0.5	97.5		

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам

дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. Элементы теории множеств

1.1. Элементы теории множеств

Элементарные операции над множествами. Принцип двойственности. Отношения и отображения. Взаимно однозначные отображения. Операции над бесконечными семействами множеств и их свойства. Отношения эквивалентности и разбиения. Мощность (кардинальное число) множества. Теорема Кантора–Бернштейна. Арифметика кардинальных чисел. Счетные множества. Мощность континуума. Системы множеств. Понятие о кольцах, алгебрах и σ -алгебрах множеств..

2. Элементы теории метрических пространств

2.1. Элементы теории метрических пространств

Определение метрического пространства и примеры. Предел последовательности в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Открытые и замкнутые множества. Внутренние, внешние и граничные точки. Предельные точки, точки прикосновения, изолированные точки. Замыкание и внутренность множества. Теорема об отделимости непересекающихся замкнутых множеств. Плотные в себе и совершенные множества. Открытые и замкнутые множества на числовой прямой. Канторово множество. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизмы. Принцип сжимающих отображений и его обобщение. Примеры применения принципа сжимающих отображений. Ограниченные множества. Компактные множества. Лемма Гейне–Бореля..

3. Мера Лебега и измеримые функции

3.1. Мера Лебега и измеримые функции

Мера промежутка в \mathbb{R}^m и ее свойства. Мера открытого множества и ее свойства. Внешняя мера и ее свойства. Измеримые множества и их свойства. Лебегова σ -алгебра измеримых множеств. Множества типа F_σ и G_δ и их связь с измеримыми множествами. Свойства меры Лебега. Существование неизмеримых множеств. Измеримые функции и их свойства. Теорема Лузина. Арифметические операции над измеримыми функциями. Измеримость функции, непрерывной почти всюду. Последовательности измеримых функций. Сходимость по мере. Связь между сходимостью по мере и сходимостью почти всюду. Теорема Лебега. Теорема Рисса. Теорема Егорова..

4. Интеграл Лебега

4.1. Интеграл Лебега

Интеграл Лебега от ограниченной измеримой функции по множеству конечной меры и его свойства. Теорема Лебега. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману и его следствия. Интеграл Лебега от неограниченной измеримой функции по множеству конечной меры. Интеграл Лебега по множеству бесконечной меры. Абсолютная непрерывность и счетная аддитивность интеграла Лебега. Последовательности суммируемых функций. Сходимость в среднем. Неравенство Чебышева. Теорема Лебега о мажорированной сходимости. Теоремы Б. Леви и Фату. Связь между различными видами сходимости суммируемых функций. Теорема о сечениях измеримого множества. Теорема Фубини..

3.3. Темы практических занятий

1. Связь между различными видами сходимости суммируемых функций.;
2. Последовательности суммируемых функций. Теорема Лебега о мажорированной

- сходимости. Теоремы Леви и Фату.;
3. Интеграл Лебега.;
 4. Сходимость по мере и сходимость почти всюду.;
 5. Измеримые функции и их свойства.;
 6. Внешняя мера. Измеримые множества и их свойства.;
 7. Компактные множества. Лемма Гейне–Бореля.;
 8. Непрерывные отображения. Принцип сжимающих отображений.;
 9. Открытые и замкнутые множества. Внутренние, внешние и граничные точки. Предельные точки, точки прикосновения, изолированные точки. Канторово множество.;
 10. Метрика. Полные и неполные метрические пространства.;
 11. Счетные множества. Мощность континуума.;
 12. Мощность множества. Теорема Кантора–Бернштейна.;
 13. Операции над бесконечными семействами множеств. Разбиения.;
 14. Теорема Фубини.;
 15. Свойства меры Лебега.;
 16. Элементарные операции над множествами. Отношения и отображения..

3.4. Темы лабораторных работ

не предусмотрено

3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов по разделу «Элементы теории множеств».
2. Обсуждение материалов по разделу «Элементы теории метрических пространств».
3. Обсуждение материалов по разделу «Мера Лебега и измеримые функции».
4. Обсуждение материалов по разделу «Интеграл Лебега».

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
Знать:						
терминологию и основные результаты теории меры и теории измеримых функций	ИД-1РПК-2			+		Контрольная работа/Мера Лебега и измеримые функции
терминологию и базовые результаты теории множеств	ИД-1РПК-2	+				Контрольная работа/Элементы теории множеств
Уметь:						
анализировать свойства измеримости множеств и функций, интегрируемости функций по Лебегу и применять базовые результаты теории интеграла Лебега	ИД-3РПК-2				+	Контрольная работа/Интеграл Лебега
исследовать простейшие свойства подмножеств метрических пространств и применять принцип сжимающих отображений	ИД-3РПК-2		+			Контрольная работа/Элементы теории метрических пространств

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

5 семестр

Форма реализации: Письменная работа

1. Интеграл Лебега (Контрольная работа)
2. Мера Лебега и измеримые функции (Контрольная работа)
3. Элементы теории метрических пространств (Контрольная работа)
4. Элементы теории множеств (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Экзамен (Семестр №5)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 5 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин- "Элементы теории функций и функционального анализа", (7-е изд.), Издательство: "Физматлит", Москва, 2012 - (573 с.)
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>;
2. Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов / И. П. Натансон . – 5-е изд., стер . – СПб. : Лань-Пресс, 2008 . – 560 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-0136-9 .;
3. Амосов, А. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу: Множества. Метрические и топологические пространства. Мера и интеграл Лебега : Учебное пособие по курсу "Теория функций и функциональный анализ" / А. А. Амосов, Моск. энерг. ин-т (МЭИ) . – М. : Изд-во МЭИ, 1998 . – 64 с. - ISBN 5-7046-0317-3 : 4.50 .;
4. Боровиков, И. А. Элементы теории множеств : учебное пособие по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" / И. А. Боровиков, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2017 . – 64 с. - ISBN 978-5-7046-1862-1 .
<http://elib.mpei.ru/elib/view.php?id=9942>.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Latex.

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-201, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория функций и функциональный анализ

(название дисциплины)

5 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Элементы теории множеств (Контрольная работа)
- КМ-2 Элементы теории метрических пространств (Контрольная работа)
- КМ-3 Мера Лебега и измеримые функции (Контрольная работа)
- КМ-4 Интеграл Лебега (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Элементы теории множеств					
1.1	Элементы теории множеств		+			
2	Элементы теории метрических пространств					
2.1	Элементы теории метрических пространств			+		
3	Мера Лебега и измеримые функции					
3.1	Мера Лебега и измеримые функции				+	
4	Интеграл Лебега					
4.1	Интеграл Лебега					+
Вес КМ, %:			25	25	25	25