

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Наименование образовательной программы: Математическое и программное обеспечение
вычислительных машин и компьютерных сетей**

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Комплексный анализ**

**Москва
2021**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

| | | |
|--|--|-------------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Черепова М.Ф. |
| | Идентификатор | R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1 |

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень,
ученое звание)

| | | |
|--|--|----------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Маран М.М. |
| | Идентификатор | R7be141f2-MaranMM-804b01e2 |

(подпись)

М.М. Маран

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень,
ученое звание)

| | | |
|--|--|--------------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Варшавский П.Р. |
| | Идентификатор | R9a563c96-VarshavskyPR-efb4bbd |

(подпись)

П.Р.

Варшавский

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)
2. Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
3. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)
4. Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)

БРС дисциплины

4 семестр

| Раздел дисциплины | Веса контрольных мероприятий, % | | | | | |
|---|---------------------------------|------|------|------|------|------|
| | Индекс КМ: | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 | КМ-5 |
| | Срок КМ: | 4 | 8 | 12 | 15 | 15 |
| Функции комплексной переменной | | | | | | |
| Функции комплексной переменной | | + | + | | + | |
| Интегрирование функций комплексной переменной | | | | | | |
| Интегрирование функций комплексной переменной | | | | + | | |
| Ряды в комплексной области. Вычеты | | | | | | |
| Ряды в комплексной области. Вычеты | | | | | + | + |

| | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|---|----|
| Операционное исчисление | | | | | |
| Операционное исчисление | | | | | + |
| Вес КМ: | 20 | 30 | 20 | 1 | 29 |

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

| Индекс компетенции | Индикатор | Запланированные результаты обучения по дисциплине | Контрольная точка |
|--------------------|---|---|--|
| ОПК-1 | ИД-1 _{ОПК-1} Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук | Знать: определения и свойства функций комплексной переменной и отображений методы интегрирования функций комплексной переменной Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной | Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа) |
| ОПК-1 | ИД-2 _{ОПК-1} Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач | Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях производить действия с функциями комплексной переменной и | Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа) Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа) Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа) Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа) |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | анализировать их свойства находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях | |
|--|--|---|--|

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Действия над комплексными числами и функциями

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 20 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений производить действия над комплексными числами и функциями.

Контрольные вопросы/задания:

| | |
|--|--|
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства | <ol style="list-style-type: none">1. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z=1+i$2. Записать комплексное число $z=1+i$ в тригонометрической и экспоненциальной форме3. Вычислить $(1 + i\sqrt{3})^{40}$4. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-i}$5. Изобразить множество на комплексной плоскости $\{ z < 2, \operatorname{Re}z + \operatorname{Im}z \geq 0\}$6. Найти действительную и мнимую часть функции $w = (z - 1)z$ |
|--|--|

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

КМ-2. Функции комплексной переменной. Конформные отображения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания определений и свойств функций комплексной переменной и отображений и умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства

Контрольные вопросы/задания:

| | |
|--|--|
| Знать: определения и свойства функций комплексной переменной и отображений | <ol style="list-style-type: none"> 1.Привести определение аналитической функции комплексной переменной 2.Привести определения элементарных функций комплексной переменной 3.Сформулировать свойства дробно-линейного отображения |
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства | <ol style="list-style-type: none"> 1.Решить уравнение $chz=i$ 2.Является ли функция $w=Rez$ аналитической хотя бы в одной точке 3.Найти аналитическую в окрестности заданной точки $z = i$ функцию $f(z) = u(x, y) + v(x, y)$ по известной действительной части $u(x, y) = x - y + 2x$ и значению $f(i) = 2i - 1$ 4.Найти общий вид линейного отображения, переводящего верхнюю полуплоскость на нижнюю полуплоскость 5.Найти дробно-линейную функцию, отображающую область $D = \{Imz > 1\}$ на область $G = \{ z < 2\}$ так, что $w(i) = 2, w(2i) = 0$ 6.Найти образ области $1 < z < 2$ при отображении $w = 2iz + 1$. 7.Найти образ круга $z < 1$ при дробно-линейном отображении, переводящем точки $1, i, \infty$ соответственно в точки $0, \infty, 1$ |

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания:

КМ-3. Интегрирование функций комплексной переменной

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 30 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания методов интегрирования функций комплексной переменной и умения вычислять интегралы от функций комплексной переменной

Контрольные вопросы/задания:

| | |
|--|---|
| Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной | 1.Привести формулу сведения интеграла от функции комплексной переменной к криволинейным интегралам 2.Привести интегральную формулу Коши 3.Привести обобщенную интегральную формулу Коши |
| Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной | 1.Вычислить интеграл $\int_L z \operatorname{Im} z^2 dz$ по кривой $L = \{ z = 2, \operatorname{Re} z \geq 0\}$ 2.Вычислить интеграл $\int_L (\cos z / z^3) dz$ по кривой $L = \{ z = 1\}$ 3.Вычислить интеграл $\int_L (1/\sqrt{z}) dz$ по кривой $L = \{ z = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$; выбрать ветвь функции \sqrt{z} , для которой $\sqrt{1} = -1$ |

Описание шкалы оценивания:*Оценка: 5**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Описание характеристики выполнения знания:***КМ-4. Комплексный анализ****Формы реализации:** Проверка задания**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства.

Контрольные вопросы/задания:

| | |
|---|---|
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства | 1.Найти действительную и мнимую часть функции комплексной переменной 2.Найти образ области при дробно-линейном отображении 3.Найти дробно-линейную функцию, отображающую заданную область на заданную область |
| Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях | 1.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Тейлора 2.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Лорана |

Описание шкалы оценивания:*Оценка: зачтено*

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" (отлично) выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "не зачтено" (неудовлетворительно) выставляется, если не выполнены условия для оценки "зачтено"

КМ-5. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 29

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания разложений элементарных функций комплексной переменной в степенные ряды, классификацию изолированных особых точек и их приложений для вычисления интегралов

Контрольные вопросы/задания:

| | |
|--|--|
| Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения | <ol style="list-style-type: none"> 1. Привести разложения элементарных функций в ряд Тейлора 2. Привести формулу Коши-Адамара 3. Привести формулу для вычисления интегралов с помощью вычетов 4. Привести формулу для вычисления несобственных интегралов с помощью вычетов 5. Сформулировать определения типов особых точек и их связь с разложениями в ряд Лорана |
| Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях | <ol style="list-style-type: none"> 1. Разложить функцию $\sin(2z + 1)$ в ряд Тейлора 2. Разложить функцию $\frac{1}{z+z}$ в ряд Лорана в кольце $(z) > 1$ |
| Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях | <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} n 0_{n0} n 0_{n0} \left(\frac{z-1}{2}\right)$ 2. Найти особые точки функции $\frac{(z-\pi)}{\sin z}$ и определить их характер 3. Вычислить интеграл $\int_L (z^2/\sin^3 z) dz$ по кривой $z = 2$ |

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, но с ошибками, которые исправлены

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания:

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Интеграл от функции комплексной переменной и его связь с криволинейными интегралами.
2. Теорема Коши о вычетах.
3. Найти образ области $1 < |z| < 2$ при отображении $w = 2iz + 1$.

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-1} Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

Вопросы, задания

1. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
2. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной
3. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Аналитичность функции комплексной переменной
4. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства
5. Дробно-линейное преобразование и его свойства
6. Интеграл от функции комплексной переменной, свойства и вычисление
7. Интегральная теорема Коши, ее обобщения и следствия
8. Интегральная формула Коши. Высшие производные аналитической функции
9. Первообразная функции комплексной переменной, ее свойства. Аналитичность интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница
10. Теорема Морера, Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры
11. Комплексные числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Теорема Вейерштрасса
12. Преобразование Лапласа, область определения и аналитичности, свойства
13. Применение преобразования Лапласа к решению обыкновенных дифференциальных уравнений
14. Вычислить интеграл $\int_L z \operatorname{Im} z dz$ по параболе $y = x^2$ от точки $z = 0$ до точки $z = 1 + i$
15. Вычислить интеграл $\int_L (z^3 - z) dz$ по кривой $|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$
16. Вычислить интеграл $\int_L \frac{\cos z}{z^2 + 2z} dz$ по кривой $|z| = 1$

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции комплексной переменной является выполнение условий Коши-Римана

Ответы:

1. да 2. нет
Верный ответ: 2
2. Какие из следующих функций являются многозначными: 1) e^z , 2) $\operatorname{Ln} z$; 3) 2^z ; 4) $\operatorname{Arcsin} z$; 5) $\operatorname{tg} z$
Верный ответ: 2, 3, 4
3. Сколько корней имеет уравнение $e^z + 1 + i = 0$
Ответы:
1. не имеет корней 2. один корень 3. конечное число корней 4. бесконечно много корней
Верный ответ: 4
4. Геометрический смысл аргумента производной функции в точке - это
Ответы:
1. угловой коэффициент касательной к кривой в этой точке 2. угол поворота в этой точке при данном отображении 3. коэффициент растяжения в этой точке при данном отображении
Верный ответ: 2
5. Отображение $w = 3i - 2iz$ переводит верхнюю полуплоскость на
Ответы:
1. верхнюю полуплоскость. 2. правую полуплоскость. 3. нижнюю полуплоскость. 4. левую полуплоскость.
Верный ответ: 2
6. Вычислить интеграл $\int_L \frac{\cos z}{z(z^2+1)} dz$ по кривой $|z - 1| = 1/2$
Ответы:
1. 2π 2. $-\pi$ 3. 0
Верный ответ: 1
7. Вычислить интеграл $\int_L (z + 3z^2) \cdot e^{1/z} dz$ по кривой $|z| = 1/2$
Ответы:
1. π 2. 2π 3. 0 4. $-\pi$
Верный ответ: 2

2. Компетенция/Индикатор: ИД-2_{ОПК-1} Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

Вопросы, задания

- Степенной ряд. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара
- Разложение функции в ряды Тейлора и Лорана. Разложения элементарных функций
- Изолированные особые точки, их классификация. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки
- Вычет функции. Формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций с помощью вычетов
- Записать алгебраическую формулу числа $\operatorname{Arctg}(i/3)$
- Является ли функция $w = \operatorname{Re} z$ аналитической хотя бы в одной точке
- Решить уравнение $\operatorname{ch} z = i$
- Найти аналитическую в окрестности точки $z = i$ функцию $f(z)$ по известной действительной части $u = x^2 - y^2 + 2x$ и значению $f(i) = 2i - 1$
- Найти образ области $|z| > 1$ при отображении $w = \frac{(z+i)}{(z-i)}$

Материалы для проверки остаточных знаний

- Исследовать функцию $w = \bar{z} \operatorname{Re} z$ на аналитичность
Ответы:

1. нигде не аналитична 2. аналитична только в точке $z=0$ 3. аналитична на всей комплексной плоскости кроме точки $z=0$ 4. аналитична на всей комплексной плоскости

Верный ответ: 1

2. Найти радиус сходимости ряда Тейлора для функции $\ln(4 + z^2)$

Ответы:

1. 1/2 2. 2 3. 4 4. 1/4

Верный ответ: 2

3. Определить тип особой точки $z=0$ для функции $w = z\cos(1/z)$

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 3

4. Определить порядок полюса $z=0$ для функции $\frac{shz}{e^z-1-z}$

Ответы:

1. 1 2. 2 3. 3

Верный ответ: 1

5. В окрестности какой особой точки разложение функции в ряд Лорана не содержит главной части

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 1

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих