

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое и программное обеспечение  
вычислительных машин и компьютерных сетей**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Комплексный анализ**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

|  |  |                               |
|--|--|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|  | Владелец   | Черепова М.Ф.                 |
|  | Идентификатор                                      | R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1 |

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

|  |  |                            |
|--|--|----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                            |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                            |
|  | Владелец   | Маран М.М.                 |
|  | Идентификатор                                      | R7be141f2-MaranMM-804b01e2 |

(подпись)

М.М. Маран

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

|  |  |                                |
|--|--|--------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                |
|  | Владелец   | Варшавский П.Р.                |
|  | Идентификатор                                      | R9a563c96-VarshavskyPR-efb4bbd |

(подпись)

П.Р.

Варшавский

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)
2. Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)
3. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа)
4. Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

4 семестр

| Раздел дисциплины                             | Веса контрольных мероприятий, % |      |      |      |      |      |
|---|---------------------------------|------|------|------|------|------|
|   | Индекс КМ:                      | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 | КМ-5 |
|   | Срок КМ:                        | 4    | 8    | 12   | 15   | 15   |
| Функции комплексной переменной                |                                 |      |      |      |      |      |
| Функции комплексной переменной                |                                 | +    | +    |      | +    |      |
| Интегрирование функций комплексной переменной |                                 |      |      |      |      |      |
| Интегрирование функций комплексной переменной |                                 |      |      | +    |      |      |
| Ряды в комплексной области. Вычеты            |                                 |      |      |      |      |      |
| Ряды в комплексной области. Вычеты            |                                 |      |      |      | +    | +    |

|                         |    |    |    |   |    |
|-------------------------|----|----|----|---|----|
| Операционное исчисление |    |    |    |   |    |
| Операционное исчисление |    |    |    |   | +  |
| Вес КМ:                 | 20 | 30 | 20 | 1 | 29 |

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

| Индекс компетенции | Индикатор   | Запланированные результаты обучения по дисциплине   | Контрольная точка  |
|--------------------|---|---|--|
| ОПК-1              | ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук | Знать:<br>методы интегрирования функций комплексной переменной<br>определения и свойства функций комплексной переменной и отображений<br>Уметь:<br>вычислять интегралы от функций комплексной переменной  | Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)<br>Интегрирование функций комплексной переменной (Контрольная работа)  |
| ОПК-1              | ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач                               | Знать:<br>разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения<br>Уметь:<br>находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях<br>производить действия с функциями комплексной | Действия над комплексными числами и функциями (Контрольная работа)<br>Функции комплексной переменной. Конформные отображения (Контрольная работа)<br>Комплексный анализ (Расчетно-графическая работа)<br>Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление (Контрольная работа) |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  | переменной и<br>анализировать их свойства<br>разложить функцию<br>комплексной переменной в<br>степенной ряд и<br>использовать ряды в<br>приложениях |  |
|--|--|---|--|

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Действия над комплексными числами и функциями

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 20 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку умений производить действия над комплексными числами и функциями.

#### Контрольные вопросы/задания:

|  |  |
|--|--|
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Найти модуль и аргумент комплексного числа <math>z=1+i</math></li><li>2. Записать комплексное число <math>z=1+i</math> в тригонометрической и экспоненциальной форме</li><li>3. Вычислить <math>(1 + i\sqrt{3})^{40}</math></li><li>4. Найти все значения корня <math>\sqrt[4]{-i}</math></li><li>5. Изобразить множество на комплексной плоскости <math>\{ z  &lt; 2, \operatorname{Re}z + \operatorname{Im}z \geq 0\}</math></li><li>6. Найти действительную и мнимую часть функции <math>w = (z - 1)z</math></li></ol> |
|--|--|

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнены все задания. Приведены достаточные пояснения по ходу решения и необходимые формулы

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнено не менее 75% заданий. Приведены необходимые пояснения и формулы по ходу решения. Нет грубых ошибок в решениях или пояснениях.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Выполнено правильно не менее 50% заданий или допущены существенные и грубые ошибки

### КМ-2. Функции комплексной переменной. Конформные отображения

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания определений и свойств функций комплексной переменной и отображений и умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства

**Контрольные вопросы/задания:**

|  |  |
|--|--|
| Знать: определения и свойства функций комплексной переменной и отображений                 | <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Привести определение аналитической функции комплексной переменной</li> <li>2.Привести определения элементарных функций комплексной переменной</li> <li>3.Сформулировать свойства дробно-линейного отображения</li> </ol>  |
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства | <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Решить уравнение <math>chz=i</math></li> <li>2.Является ли функция <math>w=Rez</math> аналитической хотя бы в одной точке</li> <li>3.Найти аналитическую в окрестности заданной точки <math>z = i</math> функцию <math>f(z) = u(x, y) + v(x, y)</math> по известной действительной части <math>u(x, y) = x - y + 2x</math> и значению <math>f(i) = 2i - 1</math></li> <li>4.Найти общий вид линейного отображения, переводящего верхнюю полуплоскость на нижнюю полуплоскость</li> <li>5.Найти дробно-линейную функцию, отображающую область <math>D = \{Imz &gt; 1\}</math> на область <math>G = \{ z  &lt; 2\}</math> так, что <math>w(i) = 2, w(2i) = 0</math></li> <li>6.Найти образ области <math>1 &lt;  z  &lt; 2</math> при отображении <math>w = 2iz + 1</math>.</li> <li>7.Найти образ круга <math> z  &lt; 1</math> при дробно-линейном отображении, переводящем точки <math>1, i, \infty</math> соответственно в точки <math>0, \infty, 1</math></li> </ol> |

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-3. Интегрирование функций комплексной переменной**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 30 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания методов интегрирования функций комплексной переменной и умения вычислять интегралы от функций комплексной переменной

**Контрольные вопросы/задания:**

|  |   |
|--|---|
| Знать: методы интегрирования функций комплексной переменной  | 1.Привести формулу сведения интеграла от функции комплексной переменной к криволинейным интегралам<br>2.Привести интегральную формулу Коши<br>3.Привести обобщенную интегральную формулу Коши   |
| Уметь: вычислять интегралы от функций комплексной переменной | 1.Вычислить интеграл $\int_L z \operatorname{Im} z^2 dz$ по кривой $L = \{ z  = 2, \operatorname{Re} z \geq 0\}$<br>2.Вычислить интеграл $\int_L (\cos z / z^3) dz$ по кривой $L = \{ z  = 1\}$<br>3.Вычислить интеграл $\int_L (1/\sqrt{z}) dz$ по кривой $L = \{ z  = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$ ; выбрать ветвь функции $\sqrt{z}$ , для которой $\sqrt{1} = -1$ |

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Описание характеристики выполнения знания:***КМ-4. Комплексный анализ****Формы реализации:** Проверка задания**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства.

**Контрольные вопросы/задания:**

|   |   |
|---|---|
| Уметь: производить действия с функциями комплексной переменной и анализировать их свойства        | 1.Найти действительную и мнимую часть функции комплексной переменной<br>2.Найти образ области при дробно-линейном отображении<br>3.Найти дробно-линейную функцию, отображающую заданную область на заданную область |
| Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях | 1.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Тейлора<br>2.Функцию комплексной переменной разложить в ряд Лорана   |

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "зачтено" (отлично) выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" (неудовлетворительно) выставляется, если не выполнены условия для оценки "зачтено"

### КМ-5. Ряды в комплексной области и приложения. Операционное исчисление

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 29

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания разложений элементарных функций комплексной переменной в степенные ряды, классификацию изолированных особых точек и их приложений для вычисления интегралов

#### Контрольные вопросы/задания:

|  |   |
|--|---|
| Знать: разложения функций комплексной переменной в степенные ряды и их приложения  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Привести разложения элементарных функций в ряд Тейлора</li> <li>2.Привести формулу Коши-Адамара</li> <li>3.Привести формулу для вычисления интегралов с помощью вычетов</li> <li>4.Привести формулу для вычисления несобственных интегралов с помощью вычетов</li> <li>5.Сформулировать определения типов особых точек и их связь с разложениями в ряд Лорана</li> </ol> |
| Уметь: находить изображения по Лапласу, восстанавливать функции-оригиналы, использовать преобразование Лапласа в приложениях | <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Разложить функцию <math>\sin(2z + 1)</math> в ряд Тейлора</li> <li>2.Разложить функцию <math>\frac{1}{z+z}</math> в ряд Лорана в кольце <math>(z) &gt; 1</math></li> </ol>   |
| Уметь: разложить функцию комплексной переменной в степенной ряд и использовать ряды в приложениях                            | <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Найти область сходимости ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} n 0_{n0} n 0_{n0} \left(\frac{z-1}{2}\right)</math></li> <li>2.Найти особые точки функции <math>\frac{(z-\pi)}{\sin z}</math> и определить их характер</li> <li>3.Вычислить интеграл <math>\int_L (z^2/\sin^3 z) dz</math> по кривой <math> z  = 2</math></li> </ol>   |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка:* 5

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено вовремя и в полном объеме

*Оценка:* 4

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, но с ошибками, которые исправлены

*Оценка:* 3

*Описание характеристики выполнения знания:*



# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 4 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Интеграл от функции комплексной переменной и его связь с криволинейными интегралами.
2. Теорема Коши о вычетах.
3. Найти образ области  $1 < |z| < 2$  при отображении  $w = 2iz + 1$ .

### Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

1. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
2. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной
3. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Аналитичность функции комплексной переменной
4. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства
5. Дробно-линейное преобразование и его свойства
6. Интеграл от функции комплексной переменной, свойства и вычисление
7. Интегральная теорема Коши, ее обобщения и следствия
8. Интегральная формула Коши. Высшие производные аналитической функции
9. Первообразная функции комплексной переменной, ее свойства. Аналитичность интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница
10. Теорема Морера, Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры
11. Комплексные числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Теорема Вейерштрасса
12. Преобразование Лапласа, область определения и аналитичности, свойства
13. Применение преобразования Лапласа к решению обыкновенных дифференциальных уравнений
14. Вычислить интеграл  $\int_L z \operatorname{Im} z dz$  по параболе  $y = x^2$  от точки  $z = 0$  до точки  $z = 1 + i$
15. Вычислить интеграл  $\int_L (z^3 - z) dz$  по кривой  $|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$
16. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{\cos z}{z^2 + 2z} dz$  по кривой  $|z| = 1$

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции комплексной переменной является выполнение условий Коши-Римана

Ответы:

1. да 2. нет  
Верный ответ: 2
2. Какие из следующих функций являются многозначными: 1)  $e^z$ , 2)  $\operatorname{Ln} z$ ; 3)  $2^z$ ; 4)  $\operatorname{Arcsin} z$ ; 5)  $\operatorname{tg} z$   
Верный ответ: 2, 3, 4
3. Сколько корней имеет уравнение  $e^z + 1 + i = 0$   
Ответы:  
1. не имеет корней 2. один корень 3. конечное число корней 4. бесконечно много корней  
Верный ответ: 4
4. Геометрический смысл аргумента производной функции в точке - это  
Ответы:  
1. угловой коэффициент касательной к кривой в этой точке 2. угол поворота в этой точке при данном отображении 3. коэффициент растяжения в этой точке при данном отображении  
Верный ответ: 2
5. Отображение  $w = 3i - 2iz$  переводит верхнюю полуплоскость на  
Ответы:  
1. верхнюю полуплоскость. 2. правую полуплоскость. 3. нижнюю полуплоскость. 4. левую полуплоскость.  
Верный ответ: 2
6. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{\cos z}{z(z^2+1)} dz$  по кривой  $|z - 1| = 1/2$   
Ответы:  
1.  $2\pi$  2.  $-\pi$  3. 0  
Верный ответ: 1
7. Вычислить интеграл  $\int_L (z + 3z^2) \cdot e^{1/z} dz$  по кривой  $|z| = 1/2$   
Ответы:  
1.  $\pi$  2.  $2\pi$  3. 0 4.  $-\pi$   
Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

- Степенной ряд. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара
- Разложение функции в ряды Тейлора и Лорана. Разложения элементарных функций
- Изолированные особые точки, их классификация. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки
- Вычет функции. Формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций с помощью вычетов
- Записать алгебраическую формулу числа  $\operatorname{Arctg}(i/3)$
- Является ли функция  $w = \operatorname{Re} z$  аналитической хотя бы в одной точке
- Решить уравнение  $\operatorname{ch} z = i$
- Найти аналитическую в окрестности точки  $z = i$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u = x^2 - y^2 + 2x$  и значению  $f(i) = 2i - 1$
- Найти образ области  $|z| > 1$  при отображении  $w = \frac{(z+i)}{(z-i)}$

### Материалы для проверки остаточных знаний

- Исследовать функцию  $w = \bar{z} \operatorname{Re} z$  на аналитичность  
Ответы:

1. нигде не аналитична 2. аналитична только в точке  $z=0$  3. аналитична на всей комплексной плоскости кроме точки  $z=0$  4. аналитична на всей комплексной плоскости

Верный ответ: 1

2. Найти радиус сходимости ряда Тейлора для функции  $\ln(4 + z^2)$

Ответы:

1. 1/2 2. 2 3. 4 4. 1/4

Верный ответ: 2

3. Определить тип особой точки  $z=0$  для функции  $w = z\cos(1/z)$

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 3

4. Определить порядок полюса  $z=0$  для функции  $\frac{shz}{e^z-1-z}$

Ответы:

1. 1 2. 2 3. 3

Верный ответ: 1

5. В окрестности какой особой точки разложение функции в ряд Лорана не содержит главной части

Ответы:

1. устранимая особая точка 2. полюс 3. существенно особая точка

Верный ответ: 1

## ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня.*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 65*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня.*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня.*

## ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих