

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое и программное обеспечение  
вычислительных машин и компьютерных сетей**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Математический анализ**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Маран М.М.
	Идентификатор	R7be141f2-MaranMM-804b01e2

(подпись)

М.М. Маран

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Варшавский П.Р.
	Идентификатор	R9a563c96-VarshavskyPR-efb4bbd

(подпись)

П.Р.

Варшавский

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ИД-1 Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

ИД-2 Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Векторный анализ (Контрольная работа)
2. Дифференцирование функций нескольких переменных и приложения (Контрольная работа)
3. Дифференцирование функций одной переменной и приложения (Контрольная работа)
4. Кратные, криволинейные, поверхностный интегралы (Контрольная работа)
5. Неопределенный интеграл (Контрольная работа)
6. Несобственные интегралы (Контрольная работа)
7. Определенный интеграл и его приложения (Контрольная работа)
8. Предел последовательности (Контрольная работа)
9. Предел функции (Контрольная работа)
10. Функциональные ряды (Контрольная работа)
11. Числовые ряды (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Дифференцирование и графики (Расчетно-графическая работа)
2. Интегралы (Расчетно-графическая работа)
3. Кратные интегралы и векторный анализ (Расчетно-графическая работа)
4. Пределы (Расчетно-графическая работа)
5. Ряды (Расчетно-графическая работа)
6. Функции нескольких переменных (Расчетно-графическая работа)

Форма реализации: Смешанная форма

1. Пределы и непрерывность (Коллоквиум)

## БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс	КМ-	КМ-	КМ-	КМ-	КМ-

	КМ:	1	2	3	4	5	6
	Срок КМ:	4	8	12	12	15	16
Введение в анализ (теория пределов, непрерывность)							
Множества. Числовые последовательности		+		+	+		
Предел функции			+	+	+		
Непрерывность функции					+		
Дифференциальное исчисление функции одной переменной							
Дифференциальное исчисление функции одной переменной						+	
Исследование функций и построение графиков							
Исследование функций и построение графиков							+
Вес КМ:		20	25	1	25	28	1

### 2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %						
	Индекс КМ:	КМ-7	КМ-8	КМ-9	КМ-10	КМ-11	КМ-12
	Срок КМ:	4	8	12	12	15	16
Неопределенный интеграл							
Неопределенный интеграл		+			+		
Определенный интеграл							
Определенный интеграл			+		+		
Несобственные интегралы							
Несобственные интегралы				+	+		
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных							
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных						+	+
Вес КМ:		20	29	20	1	29	1

### 3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %						
	Индекс КМ:	КМ-13	КМ-14	КМ-15	КМ-16	КМ-17	КМ-18
	Срок КМ:	4	8	12	12	15	16
Числовые и функциональные ряды							
Числовые ряды		+		+			

Функциональные ряды		+	+			
Несобственные интегралы, зависящие от параметра						
Несобственные интегралы, зависящие от параметра		+	+			
Кратные, криволинейные и поверхностный интегралы						
Кратные, криволинейные и поверхностный интегралы				+		+
Векторный анализ						
Векторный анализ					+	+
Вес КМ:	24	25	1	25	24	1

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук	<p>Знать:</p> <p>терминологию и базовые результаты векторного анализа</p> <p>признаки сходимости числовых рядов</p> <p>терминологию и методы дифференциального исчисления функций нескольких действительных переменных</p> <p>признаки сходимости несобственных интегралов</p> <p>терминологию и основные результаты теории пределов</p> <p>Уметь:</p> <p>вычислять предел функции</p> <p>вычислять предел последовательности</p> <p>анализировать поведение несобственных интегралов</p> <p>исследовать на сходимость функциональные ряды и</p>	<p>Предел последовательности (Контрольная работа)</p> <p>Предел функции (Контрольная работа)</p> <p>Пределы (Расчетно-графическая работа)</p> <p>Пределы и непрерывность (Коллоквиум)</p> <p>Несобственные интегралы (Контрольная работа)</p> <p>Интегралы (Расчетно-графическая работа)</p> <p>Дифференцирование функций нескольких переменных и приложения (Контрольная работа)</p> <p>Числовые ряды (Контрольная работа)</p> <p>Функциональные ряды (Контрольная работа)</p> <p>Ряды (Расчетно-графическая работа)</p> <p>Векторный анализ (Контрольная работа)</p>

		несобственные интегралы, зависящие от параметра исследовать числовые ряды на сходимость	
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач	Знать: правила дифференцирования функций одной действительной переменной и приложения производной основные методы интегрирования функций одной действительной переменной методы интегрального исчисления функций нескольких действительных переменных Уметь: вычислять интегралы от функций одной действительной переменной использовать методы векторного анализа в приложениях вычислять производную и дифференциал функции и использовать их в приложениях анализировать поведение	Дифференцирование функций одной переменной и приложения (Контрольная работа) Дифференцирование и графики (Расчетно-графическая работа) Неопределенный интеграл (Контрольная работа) Определенный интеграл и его приложения (Контрольная работа) Интегралы (Расчетно-графическая работа) Дифференцирование функций нескольких переменных и приложения (Контрольная работа) Функции нескольких переменных (Расчетно-графическая работа) Кратные, криволинейные, поверхностный интегралы (Контрольная работа) Векторный анализ (Контрольная работа) Кратные интегралы и векторный анализ (Расчетно-графическая работа)

		<p>вещественных функций использовать определенные интегралы в приложениях вычислять частные производные и и дифференциал функции нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях вычислять интегралы от функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях</p>	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### 1 семестр

#### КМ-1. Предел последовательности

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 30 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку понимания основных понятий теории предела последовательности и умений вычислять предел последовательности

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: вычислять предел последовательности	1. Доказать по определению, что предел последовательности равен заданному числу 2. Записать в кванторах, что последовательность не является бесконечно малой 3. Записать в кванторах, что последовательность не является бесконечно большой 4. Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-2})$
--	--

#### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания:

#### КМ-2. Предел функции

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 5 заданий на 40 минут

#### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку понимания определения предела функции и умения вычислять предел функции

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: вычислять предел	1. Записать в кванторах определение предела
-------------------------	---

функции	<p>функции</p> <p>2. Записать в кванторах отрицание определения предела функции</p> <p>3. Вычислить предел функции <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} x}{\ln(\operatorname{ch}(3x))}</math></p> <p>4. Вычислить предел функции <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x - \frac{\pi}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} (\sin x)</math></p>
---------	---

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания:

**КМ-3. Пределы**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений вычислять предел последовательности и функции

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: вычислять предел последовательности	<p>1. Вычислить предел последовательности <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{1+n^2+27n^3}}{n+\sqrt{3n-2}}</math></p> <p>2. Вычислить предел последовательности <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n</math> ?</p>
Уметь: вычислять предел функции	<p>1. Вычислить предел функции <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x+3x^2}{\sqrt{3-x^2+9x^4}}</math></p>

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

**КМ-4. Пределы и непрерывность**

**Формы реализации:** Смешанная форма

**Тип контрольного мероприятия:** Коллоквиум

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенту выдается билет с теоретическим вопросом и задачей, на подготовку которого дается 20 минут. После этого студент устно отвечает на вопросы билета и на дополнительные вопросы по программе.

**Краткое содержание задания:**

Коллоквиум ориентирован на проверку знания терминологии и основных результатов теории пределов

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: терминологию и основные результаты теории пределов</p>	<p>1. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числового множества. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани множества.          Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Связь сходящейся и бесконечно малой последовательности.          Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их связь с бесконечно малыми последовательностями.          Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.          Число <math>e</math>.          Лемма о вложенных отрезках.          Подпоследовательности, частичные пределы. Связь предела последовательности с частичными пределами.          Теорема Больцано-Вейерштрасса.          Критерий Коши сходимости числовой последовательности.          Предел функции: два определения и их эквивалентность.          Свойства пределов функций.          Односторонние пределы и их связь с пределом функции.          Замечательные пределы.          Бесконечно малые функции и их свойства.          Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями.          Сравнение бесконечно малых функций.          Эквивалентные бесконечно малые функции. Теорема об эквивалентных бесконечно малых функциях.          Сравнение бесконечно больших функций.          Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.          Непрерывность сложной функции.          Классификация точек разрыва функции.          Точки разрыва монотонной функции.          Первая теорема Вейерштрасса.          Вторая теорема Вейерштрасса.          Теорема о нуле непрерывной функции.          Теорема Больцано-Коши и ее следствие.</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Описание характеристики выполнения знания:***КМ-5. Дифференцирование функций одной переменной и приложения****Формы реализации:** Письменная работа**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 28**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 5 заданий на 90 минут**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знаний правил дифференцирования функций одной действительной переменной и умения вычислять производную и дифференциал функции и использовать их в приложениях

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: правила дифференцирования функций одной действительной переменной и приложения производной</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Написать формулы производных элементарных функций</li> <li>2. Написать формулу для дифференциала функции</li> <li>3. Написать формулу Лейбница для вычисления производной n-го порядка</li> <li>4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции в точке</li> <li>5. Написать разложение элементарных функций по формуле Тейлора</li> </ol>
<p>Уметь: вычислять производную и дифференциал функции и использовать их в приложениях</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти производную функции <math>y = \frac{\ln x}{x}</math></li> <li>2. Найти дифференциал функции <math>y = (\sin x)</math></li> <li>3. Найти производную n-го порядка функции <math>y = \cos(5x)</math></li> <li>4. Найти касательную и нормаль к графику функции <math>y = \arccos(3x)</math> в точке пересечения с осью ординат</li> <li>5. Найти разложение по степеням <math>x</math> функции <math>\ln(\cos x)</math> по формуле Тейлора до <math>o(x)</math></li> </ol>

**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 4**Описание характеристики выполнения знания:**Оценка: 3**Описание характеристики выполнения знания:*

## КМ-6. Дифференцирование и графики

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

### Краткое содержание задания:

Расчетное задание ориентировано на проверку умений вычислять производную функции, использовать ее в приложениях и анализировать поведение вещественных функций

### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: анализировать поведение вещественных функций	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Найти промежутки возрастания и убывания и точки локального экстремума функции <math>y = 2 + x - x^2</math></li><li>2.Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции <math>y = x + \sin x</math></li><li>3.Найти асимптоты графика функции <math>y = \frac{x}{(1+x)}</math></li></ol>
---	--

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:*

2 семестр

## КМ-7. Неопределенный интеграл

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 30 минут

### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знаний основных методов интегрирования функций одной действительной переменной и умений вычислять интегралы от функций одной действительной переменной и использовать их в приложениях

### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные методы интегрирования функций одной действительной переменной	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Написать таблицу интегралов</li><li>2.Написать формулу замены переменной в неопределенном интеграле</li><li>3.Написать формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле</li><li>4.Написать разложение рациональной дроби на простые дроби</li></ol>
Уметь: вычислять интегралы от	1.Вычислить интеграл $\int \frac{x \text{ differential } Dx}{x^2+1}$

функций одной действительной переменной	2. Вычислить интеграл $\int x \sin x \, dx$ 3. Вычислить интеграл $\int \frac{(x-1) \, dx}{(x+1)(x^2+4)}$ 4. Вычислить интеграл $\int \cos x \sqrt{\sin x} \, dx$ 5. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \, dx$
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-8. Определенный интеграл и его приложения**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 29

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 45 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умений вычислять интегралы от функций одной действительной переменной и использовать их в приложениях

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: использовать определенные интегралы в приложениях	1. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{x \, dx}{\sqrt{5-4x}}$ 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = y^2$ , $y = x^2$ 3. Найти длину кривой $y = a \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$ от точки $A(0, a)$ до точки $B(b, h)$ ?
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-9. Несобственные интегралы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 40 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания признаков сходимости несобственных интегралов и умений анализировать поведение несобственных интегралов

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: признаки сходимости несобственных интегралов	1. Написать определение несобственных интегралов 2. Сформулировать признаки сравнения для несобственных интегралов 3. Сформулировать определение абсолютной и условной сходимости несобственных интегралов 4. Сформулировать признак Дирихле сходимости несобственного интеграла
Уметь: анализировать поведение несобственных интегралов	1. Исследовать несобственный интеграл первого рода на сходимость 2. Исследовать несобственный интеграл второго рода на сходимость 3. Исследовать несобственный интеграл с несколькими особенностями на сходимость

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-10. Интегралы**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений вычислять интегралы от функций одной действительной переменной, использовать их в приложениях и исследовать несобственные интегралы на сходимость

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: анализировать поведение несобственных интегралов	1. Исследовать несобственный интеграл $\int_1^{\infty} 1_{\infty} 1_{\infty} \frac{x}{x^2+1} \backslash differential Dx$ на сходимость 2. Исследовать несобственный интеграл $\int_2^{\infty} 2_{\infty} 2_{\infty} \frac{\backslash differential Dx}{x \ln x}$ на сходимость
Уметь: вычислять интегралы от функций одной действительной	1. Вычислить интеграл $\int \frac{\backslash differential Dx}{x \ln x}$

переменной	
Уметь: использовать определенные интегралы в приложениях	1. Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах $r = \sin(3\varphi)$ 2. Вычислить длину кривой, заданной параметрически $x = (t - \sin t)$ , $y = 1 - \cos t$ , $0 \leq t \leq 2\pi$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-11. Дифференцирование функций нескольких переменных и приложения**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 29

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 5 заданий на 90 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания терминологии и методов дифференциального исчисления функций нескольких действительных переменных и умений вычислять частные производные и дифференциалы функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: терминологию и методы дифференциального исчисления функций нескольких действительных переменных	1. Сформулировать определение дифференцируемости функции нескольких переменных 2. Написать формулы для вычисления частных производных сложной функции 3. Написать формулу для вычисления дифференциала произвольного порядка для функции нескольких переменных 4. Написать формулу Тейлора для функции нескольких переменных 5. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности 6. Сформулировать необходимые условия локального экстремума и условного экстремума 7. Сформулировать достаточные условия наличия (отсутствия) локального экстремума
Уметь: вычислять частные производные и дифференциал функции нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях	1. Вычислить частные производные первого и второго порядка функции $z = x^2 + \sin(xy)$ 2. Вычислить дифференциал функции нескольких переменных $z = \sqrt{\frac{x}{y}}$ 3. Вычислить частные производные сложной функции нескольких переменных

	<p>4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности <math>z = \arctg(\frac{y}{x})</math> в точке <math>(1, 1, \frac{\pi}{4})</math></p> <p>5. Найти формулу Тейлора для функции нескольких переменных <math>f(x, y) = \sqrt{1+x+y}</math> с центром в точке <math>(0, 0)</math> до 3-го порядка и остаточным членом в форме Пеано</p> <p>6. Исследовать функцию <math>z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}</math> на локальный экстремум</p> <p>7. Исследовать функцию <math>z = xy</math> на условный экстремум при условии <math>x + y = 1</math></p> <p>8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции <math>z = x - 2y - 3</math> на компакте <math>x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1</math></p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-12. Функции нескольких переменных**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений вычислять частные производные и дифференциалы функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: вычислять частные производные и дифференциал функции нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях</p>	<p>1. Вычислить частные производные первого и второго порядка функции <math>u = (\frac{x}{y})z</math></p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: не зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

### 3 семестр

#### КМ-13. Числовые ряды

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 24

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 40 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку знания признаков сходимости числовых рядов и умения исследовать числовые ряды на сходимость

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: признаки сходимости числовых рядов	1. Сформулировать признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными членами 2. Сформулировать определение абсолютной и условной сходимости ряда 3. Сформулировать признаки сходимости знакопеременных числовых рядов
Уметь: исследовать числовые ряды на сходимость	1. Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 1_{\infty} n \cdot 1_{\infty} \frac{\arctg n}{\sqrt{n^2+1}}$ на сходимость 2. Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 1_{\infty} n \cdot 1_{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ на абсолютную и условную сходимость

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

#### КМ-14. Функциональные ряды

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 60 минут

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа ориентирована на проверку умения исследовать функциональные ряды и несобственные интегралы, зависящие от параметра, на сходимость

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: исследовать на сходимость функциональные ряды и несобственные	1. Исследовать функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 1_{\infty} n \cdot 1_{\infty} \frac{n^2}{n^x+1}$ на сходимость 2. Исследовать степенной
--	---

интегралы, зависящие от параметра	<p>ряд <math>\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot 0_{\infty} n \cdot 0_{\infty} \frac{(x+2)}{n}</math> на сходимость</p> <p>3. Исследовать функциональный ряд <math>\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot 0_{\infty} n \cdot 0_{\infty} \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}</math> на равномерную сходимость на промежутке <math>0 &lt; x &lt; +\infty</math></p> <p>4. Найти разложение функции <math>\ln(1 + 4x)</math> в ряд Тейлора по степеням <math>x</math>. Найти область сходимости.</p> <p>5. Исследовать несобственный интеграл <math>\int_0^{\infty} 0_{\infty} 0_{\infty} \frac{\cos(ax)}{1+x^2} \setminus differential Dx</math>, зависящий от параметра, на равномерную сходимость на промежутке <math>-\infty &lt; x &lt; +\infty</math></p>
-----------------------------------	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

**КМ-15. Ряды**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений анализировать поведение числовых и функциональных рядов

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: исследовать на сходимость функциональные ряды и несобственные интегралы, зависящие от параметра	1. Вычислить интеграл $\int_0^{0,1} 0_{0,1} \sin(4x) \setminus differential Dx$ приближенно с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$
Уметь: исследовать числовые ряды на сходимость	1. Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 1_{\infty} n \cdot 1_{\infty} (1 - \cos(\frac{1}{n}))$ ? на сходимость

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: не зачтено*

*Описание характеристики выполнения знания:*

## КМ-16. Кратные, криволинейные, поверхностный интегралы

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 4 задания на 90 минут

### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания методов интегрального исчисления функций нескольких действительных переменных и умений вычислять интегралы от функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях

### Контрольные вопросы/задания:

Знать: методы интегрального исчисления функций нескольких действительных переменных	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Привести формулу сведения двойного интеграла к повторному</li><li>2.Привести формулу замены переменных в двойном интеграле</li><li>3.Привести формулу сведения тройного интеграла к повторному</li><li>4.Привести формулу замены переменных в тройном интеграле</li><li>5.Привести формулу для вычисления поверхностного интеграла</li><li>6.Привести формулы для вычисления криволинейных интегралов</li></ol>
Уметь: вычислять интегралы от функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Найти массу плоской фигуры ограниченной кривыми <math>xу = 4</math>, <math>x + y = 10</math> с плотностью <math>\rho = x</math></li><li>2.Найти массу тела, ограниченного поверхностями <math>x + y + z = 4</math>, <math>x = 0</math>, <math>y = 0</math>, <math>z = 0</math>, с плотностью <math>\rho = z</math></li><li>3.Найти объем тела, ограниченного поверхностями <math>z = x^2 + y^2</math>, <math>z = 1</math></li><li>4.Найти массу поверхности <math>я = \sqrt{x^2 + y^2}</math>, отсекаемую плоскостью <math>я = 1</math>, с плотностью <math>\rho = я</math></li><li>5.Найти площадь части поверхности <math>z = x^2 + y^2</math>, отсекаемую плоскостью <math>я = 4</math></li><li>6.Найти массу кривой <math>y^2 = x</math>, <math>x \in [0,1]</math>, с плотностью <math>\rho = (y)</math></li></ol>

### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания:

## КМ-17. Векторный анализ

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 24

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится по вариантам. Работа содержит 3 задания на 60 минут

### Краткое содержание задания:

Контрольная работа ориентирована на проверку знания терминологии и базовых результатов векторного анализа и умений использовать их в приложениях

### Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и базовые результаты векторного анализа	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Привести формулу для вычисления производной скалярного поля по направлению</li><li>2.Привести формулу для вычисления градиента скалярного поля</li><li>3.Привести определение потока векторного поля через поверхность</li><li>4.Привести формулу для вычисления циркуляции</li><li>5.Привести формулу для нахождения векторных линий векторного поля</li><li>6.Привести формулу Гаусса-Остроградского</li></ol>
Уметь: использовать методы векторного анализа в приложениях	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Найти угол между градиентами скалярных полей <math>u = x + y</math> и <math>u = x^2 + y^2</math> в точке (1,1)</li><li>2.Найти производную скалярного поля <math>u = xy - z^2</math> по направлению вектора <math>\{1,2,-2\}</math> в точке (2,1,-1)</li><li>3.Вычислить работу силы <math>a = \{x, y\}</math> по перемещению точки вдоль отрезка <math>MN</math>, где <math>M = (1,0)</math>, <math>N = (0,3)</math></li><li>4.Вычислить циркуляцию векторного поля <math>a = \{-y, x\}</math> вдоль кривой <math>x^2 + y^2 = 1</math></li><li>5.Вычислить поток векторного поля <math>a = \{9x, 2y, 3z\}</math> через поверхность <math>x^2 + y^2 + z^2 = 1</math>, расположенную в первом октанте, в сторону внешней нормали</li></ol>

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

## КМ-18. Кратные интегралы и векторный анализ

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 1

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания. Студенту необходимо решить задачи расчетного задания согласно индивидуальному варианту

**Краткое содержание задания:**

Расчетное задание ориентировано на проверку умений вычислять интегралы от функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: вычислять интегралы от функций нескольких действительных переменных и использовать их в приложениях	1. Вычислить двойной интеграл Вычислить тройной интеграл Вычислить поверхностный интеграл Вычислить криволинейный интеграл
Уметь: использовать методы векторного анализа в приложениях	1. Найти поток вектора $a = \{xu, yz, zx\}$ через поверхность $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ в сторону внешней нормали

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Арифметические свойства пределов последовательностей.
2. Теорема Ролля.
3. Задача.

### Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

1. Ограниченные и неограниченные множества.  
Верхняя и нижняя грани числового множества. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани множества.  
Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Связь сходящейся и бесконечно малой последовательности.  
Бесконечно малые последовательности и их свойства.  
Бесконечно большие последовательности и их связь с бесконечно малыми последовательностями.  
Свойства сходящихся последовательностей.  
Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.  
Число  $e$ .  
Лемма о вложенных отрезках.  
Подпоследовательности, частичные пределы. Связь предела последовательности с частичными пределами.  
Теорема Больцано-Вейерштрасса.  
Критерий Коши сходимости числовой последовательности.  
Предел функции: два определения и их эквивалентность.  
Свойства пределов функций:  
Односторонние пределы и их связь с пределом функции.  
Замечательные пределы.  
Бесконечно малые функции и их свойства.  
Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями.  
Сравнение бесконечно малых функций.  
Эквивалентные бесконечно малые функции. Теорема об эквивалентных бесконечно малых функциях.  
Сравнение бесконечно больших функций.  
Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.  
Непрерывность сложной функции.

Классификация точек разрыва функции.  
 Точки разрыва монотонной функции.  
 Первая теорема Вейерштрасса.  
 Вторая теорема Вейерштрасса.  
 Теорема о нуле непрерывной функции.  
 Теорема Больцано-Коши и ее следствие.  
 Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.  
 Критерий непрерывности монотонной функции.  
 Непрерывность обратной функции.  
 2. Вычислить предел последовательности  
 3. Вычислить предел функции

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Что можно сказать о сумме двух сходящихся последовательностей

Ответы:

1. сходится
2. расходится
3. может сходиться и может расходиться

Верный ответ: 1

2. Какие из следующих утверждений являются верными

Ответы:

1. бесконечно большая последовательность является неограниченной
2. неограниченная последовательность является бесконечно большой
3. бесконечно малая последовательность является сходящейся
4. Монотонная последовательность является сходящейся

Верный ответ: 1, 3

3. Какие из следующих последовательностей являются бесконечно большими

Ответы:

1.  $n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$
2.  $\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$
3.  $n(\sqrt{n} - \sqrt{n-2})$
4. 2

Верный ответ: 3, 4

4. Какие из следующих последовательностей являются бесконечно малыми

Ответы:

1.  $n/(n+2)$
2.  $\arctg(n)$
3.  $n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$
4.  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

Верный ответ: 1, 3

5. Вычислить предел последовательности  $n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$

Ответы:

1. 0
2. 1
3. 2
4.  $\infty$

Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

- 1.1. Доказать, что последовательность ограничена.
  2. Доказать, что последовательность не ограничена.
  3. Доказать, что последовательность является бесконечно малой.
  4. Доказать, что последовательность является бесконечно большой.
  5. Вычислить предел последовательности.
  6. Исходя из определения доказать, что предел функции равен заданному числу.
  7. Вычислить предел функции.
  8. Доказать, что функции эквивалентны при  $x \rightarrow a$ .
  9. Доказать асимптотическое равенство.
  10. Доказать, что функция непрерывна в заданной точке.
  11. Найти точки разрыва функции и определить их тип.
  12. Исследовать функцию на равномерную непрерывность.
2. Производная функции в точке. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.  
Дифференцируемость функции в точке. Непрерывность дифференцируемой функции.  
Арифметические свойства дифференцируемых функций.  
Производная сложной функции.  
Производная обратной функции.  
Производная функции, заданной параметрически.  
Производные высших порядков. Формула Лейбница.  
Дифференциал функции. Свойства дифференциала. Инвариантность формы записи первого дифференциала.  
Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы записи второго дифференциала.  
Теорема Ферма.  
Теорема Ролля.  
Теорема Лагранжа.  
Теорема Коши для дифференцируемых функций.  
Правило Лопиталю.  
Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.  
Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.  
Формулы Тейлора для элементарных функций.
3. Исходя из определения найти производную функции.  
Найти дифференциал функции.  
Написать уравнения касательной и нормали к графику функции.  
Найти производную заданного порядка функции.  
Найти интервалы возрастания и убывания и точки локального экстремума функции.  
Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции.  
Найти асимптоты графика функции.  
Разложить функцию по формуле Тейлора.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Укажите характер монотонности последовательности  $x_n^n = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

Ответы:

1. возрастает
2. не убывает
3. убывает
4. не возрастает

Верный ответ: 2

2. Пусть  $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$  при  $x \neq 0$  и  $f(0) = A$ . При каком значении  $A$  функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x = 0$

Ответы:

1. 0
2. 1
3. 2
4. 4

Верный ответ: 3

3. Найти уравнение касательной к графику функции  $y = \sqrt{5 - x}$  в точке  $x = 1$

Ответы:

1.  $2x + y = 4$
2.  $2x - y = 0$
3.  $x + 2y = 5$
4.  $x - 2y = 5$

Верный ответ: 3

4. Найти промежуток убывания функции  $f(x) = x - 8 \ln x$

Ответы:

1. (0,2)
2. (-2,2)
3. (2,3)
4. (1,3)

Верный ответ: 1

5. Найти точку перегиба функции  $f(x) = 4x - 3x$

Ответы:

1. 0
2. 1/2
3. 1
4. 1/4

Верный ответ: 4

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня*

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

### **2 семестр**

**Форма промежуточной аттестации: Экзамен**

## Пример билета

1. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов
2. Дифференцируемость сложной функции нескольких переменных.
3. Задача.

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

### Вопросы, задания

1. Первообразная функции. Структура множества первообразных функции.
- Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов.
- Замена переменной в неопределенном интеграле.
- Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
- Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.
- Суммы Дарбу и их свойства.
- Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства.
- Критерии интегрируемости.
- Интегрируемость непрерывной функции.
- Интегрируемость монотонной функции.
- Свойства определенного интеграла.
- Теорема о среднем для определенного интеграла.
- Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
- Формула Ньютона-Лейбница.
- Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
- Площадь плоской фигуры. Критерий квадрируемости.
- Площадь криволинейной трапеции.
- Площадь криволинейного сектора.
- Длина кривой, заданной параметрически.
- Длина плоской кривой, заданной в декартовых и полярных координатах.
- Определение несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
- Критерий сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции.
- Признаки сравнения для несобственных интегралов.
- Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
- Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
- Различные типы множеств в  $n$ -мерном пространстве.
- Последовательность в  $n$ -мерном пространстве. Предел последовательности. Связь сходимости последовательности точек со сходимостью координат.
- Теорема Больцано-Вейерштрасса.
- Функции нескольких переменных. Предел функции. Арифметические свойства пределов.

Непрерывность функции нескольких переменных в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.  
 Непрерывность сложной функции.  
 Теорема о промежуточном значении функции, непрерывной на связном множестве.  
 Свойства функций, непрерывных на компакте.  
 Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Непрерывность дифференцируемой функции  
 Частные производные. Необходимое условие дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.  
 Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.  
 Дифференцируемость сложной функции.  
 Касательная плоскость к поверхности.  
 Производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.  
 Дифференциал функции многих переменных. Дифференциалы высших порядков.  
 Формула Тейлора.  
 Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.  
 Достаточное условие локального экстремума функции нескольких переменных.  
 Теорема о неявной функции.  
 Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума. Функция Лагранжа.  
 Непрерывность собственного интеграла, зависящего от параметра.  
 Дифференцирование собственного интеграла, зависящего от параметра.  
 2. Исследовать несобственный интеграл на сходимость

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какие из следующих утверждений являются верными

Ответы:

1. непрерывная на отрезке функция является интегрируемой на этом отрезке
2. ограниченная на отрезке функция является интегрируемой на этом отрезке
3. монотонная на отрезке функция является интегрируемой на этом отрезке

Верный ответ: 1, 3

2. Какие из следующих множеств являются открытыми в пространстве  $R$

Ответы:

1. (1,2)
2. (3,4]
3. (2,  $+\infty$ )
4. [-5,0)

Верный ответ: 1, 3

3. Какие из следующих множеств являются замкнутыми

Ответы:

1. (2,4]
2. [3,5]
3. (7,  $+\infty$ )
4.  $(-\infty, 0]$

Верный ответ: 2, 4

4. Достаточным условием дифференцируемости функции  $f(x, y)$  в точке является существование частных производных 1-го порядка  $f(x, y)$  в этой точке

Ответы:

1. да
2. нет

Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

- 1.1. Вычислить неопределенный интеграл.
2. Вычислить определенный интеграл.
3. Найти площадь криволинейной трапеции.
4. Найти площадь криволинейного сектора.
5. Найти длину кривой.
7. Исходя из определения доказать, что функция нескольких переменных непрерывна в точке.
8. Исходя из определения доказать, что функция нескольких переменных дифференцируема в заданной точке.
9. Исследовать функцию нескольких переменных на дифференцируемость.
10. Найти частные производные функции.
11. Найти дифференциал функции нескольких переменных.
12. Найти дифференциал функции нескольких переменных, заданной неявно.
13. Разложить функцию нескольких переменных по формуле Тейлора.
14. Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности.
15. Исследовать на экстремум функцию нескольких переменных.
16. Исследовать функцию на условный экстремум.
17. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на компакте.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = x + y - 3xy + 4x$  в точке (1,1,4)

Ответы:

1.  $4x + y - z - 1 = 0$
2.  $4x + z - 3 = 0$
3.  $x + 2y - 2z + 1 = 0$
4.  $x - 2y + z - 5 = 0$

Верный ответ: 1

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = x$ ,  $x - y + 2 = 0$

Ответы:

1.  $3/2$
2.  $5/2$
3.  $7/2$
4.  $9/2$

Верный ответ: 4

3. Найти дифференциал функции  $z = xy - 4x + 2y$  в точке (1,2)

Ответы:

1.  $dz = 10 \text{ differential} Dx - 6 \text{ differential} Dy$
2.  $dz = 8 \text{ differential} Dx + 10 \text{ differential} Dy$
3.  $dz = 8 \text{ differential} Dx + 6 \text{ differential} Dy$
4.  $dz = 16 \text{ differential} Dx - 10 \text{ differential} Dy$

Верный ответ: 2

4. Найти точку локального максимума функции  $f(x, y) = x + 3xy - 39x - 36y + 26$

Ответы:

1. (2,3)
2. (-2,-3)
3. (3,2)
4. (-3,-2)

Верный ответ: 4

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "базового" уровня

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "порогового" уровня

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

### **3 семестр**

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

#### **Пример билета**

1. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Задача.

#### **Процедура проведения**

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа студенту дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

#### **I. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины**

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных результатов и методов базовых дисциплин в области математических наук

#### **Вопросы, задания**

1. Числовой ряд, его сумма. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки Дирихле и Абеля. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Функциональная последовательность. Область сходимости. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Критерий Коши. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей. Функциональный ряд. Область сходимости. Абсолютная сходимость. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши. Необходимое условие равномерной сходимости ряда.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.  
 Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функционального ряда  
 Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.  
 Степенной ряд. Теорема Абеля.  
 Радиус сходимости степенного ряда. Теорема о существовании радиуса сходимости.  
 Формула Коши-Адамара.  
 Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда.  
 Интегрирование и дифференцирование степенного ряда.  
 Ряд Тейлора. Условия разложения функции в ряд Тейлора.  
 Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.  
 Двойной интеграл и его свойства. Теорема о среднем для двойного интеграла.  
 Сведение двойного интеграла к повторному.  
 Замена переменных в двойном интеграле.  
 Тройной интеграл и его свойства. Сведение тройного интеграла к повторному.  
 Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.  
 Криволинейный интеграл первого рода и его свойства.  
 Существование криволинейного интеграла первого рода и его вычисление.  
 Криволинейный интеграл второго рода и его свойства  
 Существование криволинейного интеграла второго рода и его вычисление. Формула Грина.  
 Площадь поверхности.  
 Поверхностный интеграл и его свойства.  
 Существование поверхностного интеграла и его вычисление.  
 Скалярное поле. Градиент. Производная скалярного поля по направлению.  
 Векторное поле. Векторные линии.  
 Поток вектора через поверхность. Дивергенция.  
 Теорема Остроградского-Гаусса.  
 Ротор. Циркуляция. Теорема Стокса.  
 Соленоидальное векторное поле. Критерий соленоидальности.  
 Потенциальное векторное поле. Критерий потенциальности.  
 Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.  
 2.1. Исследовать числовой ряд на сходимость.  
 2. Найти область сходимости функционального ряда.  
 3. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость.  
 4. Разложить функцию в ряд Тейлора. Найти интервал сходимости ряда.  
 5. Вычислить интеграл приближенно с заданной точностью.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Числовой ряд сходится, если

Ответы:

1. сходится последовательность членов ряда
2. последовательность членов ряда сходится к нулю
3. сходится последовательность частичных сумм ряда

Верный ответ: 3

2. Сумма функционального ряда непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , если

Ответы:

1. все члены ряда непрерывны на  $[a, b]$  и ряд сходится на  $[a, b]$
2. все члены ряда непрерывны на  $[a, b]$  и ряд сходится равномерно на  $[a, b]$
3. все члены ряда непрерывны на  $[a, b]$  и ряд сходится абсолютно на  $[a, b]$

Верный ответ: 2

3. При каких значениях параметра  $a$  сходится ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} n 2_{n-2} n 2_{n-2} \frac{1}{n \ln n}$

Ответы:

1.  $a < 1$
2.  $a > 1$
3.  $a \geq 1$
4.  $a > 0$

Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Использует базовые знания и методы математических наук для решения прикладных задач

### Вопросы, задания

1. Найти площадь плоской фигуры.
- Найти массу плоской фигуры.
- Найти объем тела.
- Найти массу тела.
- Найти площадь поверхности.
- Найти массу поверхности.
- Найти массу дуги кривой.
- Найти производную скалярного поля по направлению.
- Найти градиент скалярного поля.
- Найти работу векторного поля при перемещении материальной точки вдоль кривой.
- Найти дивергенцию и ротор векторного поля.
- Найти поток вектора через поверхность.
- Найти циркуляцию вектора вдоль кривой.
- Доказать, что векторное поле соленоидально.
- Показать, что векторное поле потенциально и найти его потенциал.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти радиус сходимости ряда Тейлора функции  $f(x) = \ln(1 + 4x)$  с центром в точке  $x = 0$

Ответы:

1. 1
2. 2
3. 1/2
4. 1/4
5. 4

Верный ответ: 3

2. Найти массу пластины, ограниченной линиями  $y = 4x, x = 1, y = 0$ , с плотностью  $\rho(x, y) = 3xy$

Ответы:

1. 2
2. 7/3
3. 3
4. 10/3

Верный ответ: 1

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x + y, z = 4$

Ответы:

1.  $\pi$
2.  $2\pi$
3.  $8\pi$
4.  $16\pi$

Верный ответ: 3

4. Найти угол между градиентами скалярного поля  $u = xy - yz + z$  в точках  $(1,1,1)$  и  $((3,0,1))$

Ответы:

1. 0
2.  $\pi/6$
3.  $\pi/3$
4.  $\pi/2$

Верный ответ: 4

5. Найти дивергенцию вектора  $\vec{a} = xzi + yzj - xyzk$  в точке  $(1,2,0)$

Ответы:

1. -2
2. -1
3. 2
4. 3

Верный ответ: 1

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня*

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня*

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня*

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих