

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б4.Ч.02</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>2 семестр - 2;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>72 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>2 семестр - 16 часов;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>2 семестр - 16 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>2 семестр - 39,7 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Проверочная работа</b> <b>Тестирование</b> <b>Контрольная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Зачет</b>	<b>2 семестр - 0,3 часа;</b>

**Москва 2022**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

(подпись)

И.А. Боровиков

(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение постановок задач и базовых результатов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными, основанных на применении методов теории функций и функционального анализа

### Задачи дисциплины

- изучение основ теории пространств Соболева;
- изучение основ теории обобщённых решений эллиптических краевых задач;
- изучение основ теории обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-1 <sub>ПК-1</sub> Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	знать: - терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева.  уметь: - исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач; - исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к факультативным дисциплинам основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Пространства Соболева	19.7	2	4	-	4	-	-	-	-	-	11.7	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Изучение материалов по разделу «Пространства Соболева» и подготовка к контрольному опросу и тестированию.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Пространства Соболева» материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 166–169 [2], стр. 46–107</p>	
1.1	Пространства Соболева	19.7		4	-	4	-	-	-	-	-	11.7	-		
2	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений	26		6	-	6	-	-	-	-	-	-	14		-
2.1	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений	26		6	-	6	-	-	-	-	-	-	14		-

													Изучение материалов по разделу «Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений» и подготовка к контрольной работе. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 261–264
3	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений	26	6	-	6	-	-	-	-	-	14	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений» материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений» и подготовка к контрольной работе. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 385–387
3.1	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений	26	6	-	6	-	-	-	-	-	14	-	
	Зачет	0.3	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	-	
	Всего за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	39.7	-	
	Итого за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	39.7	-	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Пространства Соболева

#### 1.1. Пространства Соболева

Обобщённые производные. Определения и простейшие свойства. Обобщённые производные и средние функции. Пространство  $W_2^1(G)$ . Определение. Полнота и сепарабельность. Пространство  $W_0^1(G)$ . Неравенство Фридрихса. Приближение функций из  $W_2^1(G)$  гладкими функциями. Продолжение функций из  $W_2^1(G)$  с сохранением класса. Понятие о следах функций из  $W_2^1(G)$ . Теоремы вложения  $W_2^1(G)$  в  $L_q(G)$  и  $L_q(\partial G)$ . Компактность вложений. Эквивалентные нормировки пространства  $W_2^1(G)$ . Неравенство Пуанкаре. Пространства  $W_2^{1/2}(\partial G)$  и  $W_2^{-1}(G)$ .

### 2. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений

#### 2.1. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений

Задача Дирихле для общего линейного эллиптического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки. Связь между ними. Первое основное неравенство для эллиптических операторов. Теорема существования и единственности обобщённого решения из  $W_0^1(G)$  задачи Дирихле для самосопряжённого эллиптического уравнения. Теорема Лакса–Мильграма–Вишика. Метод Галёркина. Разрешимость по Фредгольму в  $W_0^1(G)$  задачи Дирихле для общего эллиптического уравнения. Обобщённая постановка задачи на собственные значения для самосопряжённого эллиптического оператора в  $W_0^1(G)$ . Простейшие свойства собственных значений, теорема разложения в ряд по собственным функциям. Вариационные свойства и минимаксный принцип собственных значений. Краевая задача для эллиптического уравнения с неоднородным условием Дирихле. Другие краевые задачи.

### 3. Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений

#### 3.1. Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений

Начально-краевая задача для общего линейного параболического уравнения 2-го порядка. Классическое решение. Обобщённое решение из  $V_2(Q_T)$ . Леммы Гронуолла и Гронуолла–Беллмана. Теорема существования решения из  $V_2(Q_T)$  и метод Фаэдо–Галёркина: построение приближенных решений, их существование и единственность, равномерная энергетическая оценка, предельный переход. Дробная гладкость по  $t$  обобщённого решения из  $V_2(Q_T)$ . Теорема единственности решения из  $V_2(Q_T)$ .

## 3.3. Темы практических занятий

1. Методы Фаэдо–Галёркина и Фурье для параболических уравнений.;
2. Обобщённые решения из энергетического класса параболических начально-краевых задач.;
3. Метод Галёркина.;
4. Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.;
5. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений.;
6. Пространства Соболева..

## 3.4. Темы лабораторных работ

не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по разделу «Пространства Соболева».
2. Обсуждение материалов по разделу «Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений».
3. Обсуждение материалов по разделу «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений».

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	ИД-1пк-1	+			Проверочная работа/Обобщённые производные и их свойства Тестирование/Пространства Соболева
<b>Уметь:</b>					
исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач	ИД-1пк-1			+	Контрольная работа/Обобщённые решения параболических уравнений
исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	ИД-1пк-1		+		Контрольная работа/Обобщённые решения эллиптических уравнений

#### **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

##### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**2 семестр**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)
2. Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)
3. Пространства Соболева (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

##### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет (Семестр №2)*

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 2 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. В. П. Михайлов- "Дифференциальные уравнения в частных производных", Издательство: "Наука", Москва, 1976 - (391 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468230>;
2. Соболев, С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С. Л. Соболев ; Ред. О. А. Олейник . – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988 . – 336 с. - ISBN 5-02-013756-1 ..

##### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Latex.

##### **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Краевые задачи математической физики

(название дисциплины)

## 2 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)  
 КМ-2 Пространства Соболева (Тестирование)  
 КМ-3 Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)  
 КМ-4 Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Пространства Соболева					
1.1	Пространства Соболева		+	+		
2	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений					
2.1	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений				+	
3	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					
3.1	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					+
Вес КМ, %:			15	15	35	35