

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ**

<b>Блок:</b>	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
<b>Часть образовательной программы:</b>	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	Б1.Ч.06.03.02
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	3 семестр - 4;
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	144 часа
<b>Лекции</b>	3 семестр - 32 часа;
<b>Практические занятия</b>	3 семестр - 16 часов;
<b>Лабораторные работы</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Консультации</b>	3 семестр - 2 часа;
<b>Самостоятельная работа</b>	3 семестр - 93,5 часа;
<b>в том числе на КП/КР</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Иная контактная работа</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>включая:</b> Тестирование Контрольная работа	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	3 семестр - 0,5 часа;

**Москва 2021**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

(подпись)

И.А. Боровиков

(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение постановок нелинейных краевых задач, возникающих при математическом моделировании, и освоение основных результатов теории нелинейных дифференциально-операторных уравнений, основанных на применении методов теории функций и функционального анализа

### Задачи дисциплины

- изучение методов функционального анализа, применяемых для исследования нелинейных стационарных краевых задач;
- изучение теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач;
- изучение методов функционального анализа, применяемых для исследования эволюционных задач;
- приобретение навыков применения методов функционального анализа для исследования краевых и начально-краевых задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-1 <sub>ПК-1</sub> Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	знать: - основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нелинейных стационарных краевых задач; - терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач.  уметь: - применять теорию интеграла Бохнера при исследовании нестационарных задач; - применять методы функционального анализа для исследования нестационарных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать прикладной функциональный анализ
- знать методы функционального анализа в математической физике

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Нелинейные стационарные задачи	21	3	6	-	3	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу «Нелинейные стационарные задачи» и подготовка к тестированию.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Нелинейные стационарные задачи» материалу.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], стр. 182–201</p>
1.1	Нелинейные стационарные задачи	21		6	-	3	-	-	-	-	-	12	-	
2	Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач	54		16	-	8	-	-	-	-	-	-	30	
2.1	Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач	54	16	-	8	-	-	-	-	-	-	30	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач» и подготовка к контрольной работе и тестированию.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач» материалу.</p>

													<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 208–215 [2], стр. 156–162 [3], стр. 57–77
3	Нестационарные задачи	33	10	-	5	-	-	-	-	-	18	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Нестационарные задачи» материалу.
3.1	Нестационарные задачи	33	10	-	5	-	-	-	-	-	18	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу «Нестационарные задачи» и подготовка к контрольной работе. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 216–265 [2], стр. 336–338, 385–387 [3], стр. 108–120, 210–216, 222–225 [4], стр. 166–181, 233–238
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	144.0	32	-	16	-	2	-	-	0.5	60	33.5	
	Итого за семестр	144.0	32	-	16		2		-	0.5		93.5	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Нелинейные стационарные задачи

#### 1.1. Нелинейные стационарные задачи

Оператор Немыцкого. Применение принципов неподвижной точки для исследования разрешимости нелинейных стационарных краевых задач. Вариационный метод. Методы монотонности и компактности..

### 2. Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач

#### 2.1. Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач

Пространство  $C([a,b];V)$ . Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. Пространство  $C_w([a,b];V)$ . Пространства  $C^m([a,b];V)$  и  $C_w^m([a,b];V)$ . Сильная и слабая измеримость. Теорема Петтиса. Интеграл Бохнера. Теорема Бохнера. Свойства интеграла Бохнера. Теорема о приближении функции из  $L(G;V)$  функцией из  $C_0^\infty(G;V)$ . Теорема о дифференцируемости интеграла Бохнера с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Теорема Егорова. Теорема Лузина. Теорема Витали. Точка плотности измеримого множества. Максимальная функция. Точки Лебега, теорема Лебега. Теорема о сильной дифференцируемости интеграла Бохнера с переменным верхним пределом от функции из  $L(a,b;V)$ . Аппроксимативная непрерывность. Теорема Данжуа. Пространство  $L_p(a,b;V)$ . Теорема о плотности пространства  $C_0^\infty(G;V)$  в пространстве  $L_p(a,b;V)$  и следствия из неё. Теорема о плотности множества ступенчатых функций в пространстве  $L_p(a,b;V)$ . Пространство  $L_\infty(a,b;V)$ . Неравенство Гёльдера. Изометрический изоморфизм пространств  $L_p(a,b;L_p(G))$  и  $L_p((a,b) \times G)$ . Обобщённые функции со значением в банаховом пространстве. Регулярные обобщённые функции. Производная обобщённой функции. Основная лемма вариационного исчисления. Теоремы о производной обобщённой функции. Пространство  $W^1_{p,0,p_1}(a,b;V_0,V_1)$ . Компактность вложения в пространство  $C([a,b];V_1)$ . Теорема Обэна о компактности. Теорема Дубинского о компактности. Теорема о вложении сопряжённых пространств. Теорема о дуальном произведении. Пространство  $W^1_{p,0,p_1}(a,b;V,V')$ . Теорема о непрерывном вложении в пространство  $C([a,b];H)$ ..

### 3. Нестационарные задачи

#### 3.1. Нестационарные задачи

Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения. Неравенство Гронуолла. Теорема Каратеодори о локальной разрешимости задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о глобальной разрешимости. Метод Фаздо–Галёркина. Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения. Использование метода компактности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для квазилинейного параболического уравнения. Использование метода монотонности для доказательства разрешимости начально-краевой задачи для нелинейного параболического уравнения. Существование и единственность решения начальной задачи для эволюционного операторного уравнения  $u' + A(u) = f$  с монотонным оператором  $A$ . Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного гиперболического уравнения..

## 3.3. Темы практических занятий

1. Применение принципов неподвижной точки.;
2. Методы монотонности и компактности.;

3. Пространства  $C^m([a,b];V)$  и  $C_w^m([a,b];V)$ ;
4. Сильная и слабая измеримости.;
5. Интеграл Бохнера. Свойства интеграла Бохнера.;
6. Пространства  $L_p(a,b;V)$ ;
7. Обобщённые функции со значением в банаховом пространстве.;
8. Пространства  $W^1_{p0,p1}(a,b;V0,V1)$ ;
9. Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения.;
10. Метод Фаэдо–Галёркина. Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения.;
11. Использование метода компактности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для квазилинейного параболического уравнения.;
12. Использование метода монотонности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для нелинейного параболического уравнения.;
13. Существование и единственность решения начальной задачи для эволюционного операторного уравнения  $u' + A(u) = f$  с монотонным оператором  $A$ .

### 3.4. Темы лабораторных работ не предусмотрено

### 3.5 Консультации

#### Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов раздела «Нелинейные стационарные задачи».
2. Обсуждение материалов раздела «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач».
3. Обсуждение материалов раздела «Нестационарные задачи».

### 3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач	ИД-1ПК-1		+		Тестирование/Функциональные пространства
основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нелинейных стационарных краевых задач	ИД-1ПК-1	+			Тестирование/Методы исследования нелинейных стационарных задач
<b>Уметь:</b>					
применять методы функционального анализа для исследования нестационарных задач	ИД-1ПК-1			+	Контрольная работа/Методы исследования нестационарных задач
применять теорию интеграла Бохнера при исследовании нестационарных задач	ИД-1ПК-1		+		Контрольная работа/Интеграл Бохнера

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**3 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Интеграл Бохнера (Контрольная работа)
2. Методы исследования нелинейных стационарных задач (Тестирование)
3. Методы исследования нестационарных задач (Контрольная работа)
4. Функциональные пространства (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Экзамен (Семестр №3)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 3 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Карчевский М. М., Павлова М. Ф. - "Уравнения математической физики. Дополнительные главы", (2-е изд., доп.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (276 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/168915>;
2. Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных : Учебное пособие для механико-математических и физических специальностей вузов / В. П. Михайлов . – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1983 . – 424 с.;
3. Свешников, А. Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов . – М. : Научный мир, 2008 . – 400 с. - ISBN 978-5-915220-11-8 .;
4. Ж. Л. Лионс- "Некоторые методы решения нелинейных краевых задач", Издательство: "Мир", Москва, 1972 - (587 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468224>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Latex.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Методы решения краевых задач

(название дисциплины)

## 3 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Методы исследования нелинейных стационарных задач (Тестирование)

КМ-2 Интеграл Бохнера (Контрольная работа)

КМ-3 Функциональные пространства (Тестирование)

КМ-4 Методы исследования нестационарных задач (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Нелинейные стационарные задачи					
1.1	Нелинейные стационарные задачи		+			
2	Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач					
2.1	Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач			+	+	
3	Нестационарные задачи					
3.1	Нестационарные задачи					+
Вес КМ, %:			20	30	20	30