

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование**

**Уровень образования: высшее образование - магистратура**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Краевые задачи математической физики**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

И.А.  
Боровиков

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.  
Черепова

Заведующий  
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию

ИД-1 Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

2. Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)

3. Пространства Соболева (Тестирование)

## БРС дисциплины

2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Пространства Соболева					
Пространства Соболева		+	+		
Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений					
Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений				+	
Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					
Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					+
	Вес КМ:	15	15	35	35

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
РПК-1	ИД-1 <sub>РПК-1</sub> Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа) Пространства Соболева (Тестирование) Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа) Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Обобщённые производные и их свойства

**Формы реализации:** Билеты (письменный опрос)

**Тип контрольного мероприятия:** Проверочная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Во время планового практического занятия студенту выдаётся билет с двумя вопросами. В течение 10 минут студент должен письменно ответить на предложенные вопросы.

**Краткое содержание задания:**

Проверочная работа (письменный опрос) проверяет знание студентом базовых понятий и фактов теории обобщённых производных по Соболеву.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	1.Определение обобщённой производной по Соболеву. 2.Обобщённая производная по Соболеву и усреднение.
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные исчерпывающие ответы на оба вопроса билета.

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на оба вопроса билета с небольшими погрешностями.

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан правильный ответ на один вопрос билета.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнены условия для выставления более высокой оценки.

### КМ-2. Пространства Соболева

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тестирование проводится во время планового практического занятия и состоит из 4 вопросов. Для написания работы студенту даётся 10 минут.

**Краткое содержание задания:**

Тестирование проверяет знание студентом терминологии и основных результатов теории пространств Соболева.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Определение пространств Соболева <math>W_2^2 2_2 (G)</math>.</li> <li>2.Свойства пространств Соболева <math>W_2^2 2_2 (G)</math>.</li> <li>3.Приближение функций из пространств Соболева гладкими функциями.</li> <li>4.Теоремы вложения пространств Соболева.</li> </ol>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы теста.

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на 3 вопроса теста.

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на 2 вопроса теста.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если дано менее 2 правильных ответов на вопросы теста.

**КМ-3. Обобщённые решения эллиптических уравнений**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 35

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 3 задачи. Для написания работы студенту даётся 60 минут.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа проверяет умение студентом применять базовые понятия и факты теории обобщённых решений эллиптических краевых задач.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.Обобщённые решения краевых задач для уравнения Пуассона.</li> <li>2.Спектр оператора Лапласа.</li> <li>3.Метод Галёркина.</li> </ol>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «отлично» выставляется, если решены все 3 задачи с возможными несущественными погрешностями.

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется, если решены 2 из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена 1 из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнены условия для выставления более высокой оценки.

#### **КМ-4. Обобщённые решения параболических уравнений**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 35

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 2 задачи. Для написания работы студенту даётся 45 минут.

#### **Краткое содержание задания:**

Контрольная работа проверяет умение студентом применять базовые понятия и факты теории обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

#### **Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач	1.Обобщённые решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. 2.Метод Фаэдо–Галёркина.
---	---

#### **Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «отлично» выставляется, если решены обе задачи с возможными несущественными погрешностями.

*Оценка: 4*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется, если решена одна из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

*Оценка: 3*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена одна из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если полностью не решена ни одна из предложенных задач.

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 2 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет

### Пример билета

1. Обобщённые производные по Соболеву.
2. Пространства Соболева.
3. Обобщённые решения краевых задач для уравнения Пуассона.
4. Обобщённые решения начально–краевых задач для уравнения теплопроводности.

### Процедура проведения

Зачёт проводится по результатам текущего контроля успеваемости.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1рпк-1 Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании

### Вопросы, задания

1. Обобщённые производные по Соболеву и их свойства.
2. Обобщённые производные по Соболеву и средние функции.
3. Пространства Соболева  $W_2^2 2_2(G)$  и их свойства.
4. Пространство  $W_2^2 2_2(G)$  и неравенство Фридрикса.
5. Приближение функций из пространств Соболева гладкими функциями.
6. Вложения пространств Соболева.
7. Эквивалентные нормировки пространства  $W_2^2 2_2(G)$  и неравенство Пуанкаре.
8. Задача Дирихле для общего линейного эллиптического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки.
9. Первое основное неравенство для эллиптических операторов.
10. Метод Галёркина.
11. Обобщённая постановка задачи на собственные значения для самосопряжённого эллиптического оператора в  $W_2^2 2_2(G)$ .
12. Краевая задача для эллиптического уравнения с неоднородным условием Дирихле. Другие краевые задачи.
13. Начально-краевая задача для общего линейного параболического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки.
14. Метод Фаэдо–Галёркина.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Верно ли, что если функция  $f: (a, b) \rightarrow R$  обладает обобщённой производной по Соболеву, то она дифференцируема в классическом смысле всюду на  $(a, b)$ ?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

2. Пусть  $-\infty < a < b < +\infty$ . Вложение  $W_2^2 2_2(a, b) \hookrightarrow L_p^p(a, b)$  имеет место при

Ответы:

- а)  $p = 2$ ;
- б)  $p \in [1, 2]$ ;
- в)  $p \in [2, \infty]$ ;
- г)  $p \in [1, \infty]$ .

Верный ответ: г

3. Пусть  $-\infty < a < b < +\infty$ . Верно ли, что любая функция из пространства  $W_2^2(a, b)$  эквивалентна некоторой непрерывной на  $[a, b]$  функции?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

4. Слабое обобщённое решение однородной задачи Дирихле для уравнения Пуассона является функцией класса

Ответы:

- а)  $W_2^2$ ;
- б)  $C$ ;
- в)  $W_2^{730}$ ;
- г)  $C$ .

Верный ответ: в

5. Каков основной инструмент при доказательстве теоремы существования и единственности слабого обобщённого решения однородной задачи Дирихле для самосопряжённого эллиптического уравнения?

Ответы:

- а) Теорема Рисса–Фреше о представлении линейных непрерывных функционалов на гильбертовом пространстве.
- б) Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.
- в) Теорема Хана–Банаха.

Верный ответ: а

6. Каков основной инструмент при доказательстве теоремы существования и единственности слабого обобщённого решения однородной задачи Дирихле для несамопряжённого эллиптического уравнения?

Ответы:

- а) Теорема Рисса–Фреше о представлении линейных непрерывных функционалов на гильбертовом пространстве.
- б) Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.
- в) Теорема Хана–Банаха.

Верный ответ: б

7. Верно ли, что в общем случае обобщённое решение из  $V_2^2(Q_T^T)$  начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности является и классическим решением этой задачи?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

8. Метод Фаэдо–Галёркина — это метод построения приближенных решений

Ответы:

- а) для стационарных задач;
- б) для нестационарных задач

Верный ответ: б

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «отлично» выставляется, если средний балл за все контрольные мероприятия находится в промежутке [4.5, 5].

*Оценка:* 4

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется, если средний балл за все контрольные мероприятия находится в промежутке [3.5, 4.5).

*Оценка:* 3

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется, если сданы все контрольные мероприятия со средним баллом, меньшим 3.5.

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не сдано хотя бы одно контрольное мероприятие.

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»