

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Краевые задачи математической физики**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

И.А.
Боровиков

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию

ИД-1 Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

2. Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)

3. Пространства Соболева (Тестирование)

БРС дисциплины

2 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)

КМ-2 Пространства Соболева (Тестирование)

КМ-3 Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)

КМ-4 Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Пространства Соболева					
Пространства Соболева		+	+		
Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений					

Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений			+	
Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений				
Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений				+
Вес КМ:	15	15	35	35

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
РПК-1	ИД-1 _{РПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	КМ-1 Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа) КМ-2 Пространства Соболева (Тестирование) КМ-3 Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа) КМ-4 Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Обобщённые производные и их свойства

Формы реализации: Билеты (письменный опрос)

Тип контрольного мероприятия: Проверочная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 15

Процедура проведения контрольного мероприятия: Во время планового практического занятия студенту выдаётся билет с двумя вопросами. В течение 10 минут студент должен письменно ответить на предложенные вопросы.

Краткое содержание задания:

Проверочная работа (письменный опрос) проверяет знание студентом базовых понятий и фактов теории обобщённых производных по Соболеву.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	1.Определение обобщённой производной по Соболеву. 2.Обобщённая производная по Соболеву и усреднение.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные исчерпывающие ответы на оба вопроса билета.

Оценка: 4 («хорошо»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на оба вопроса билета с небольшими погрешностями.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан правильный ответ на один вопрос билета.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнены условия для выставления более высокой оценки.

КМ-2. Пространства Соболева

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Тестирование

Вес контрольного мероприятия в БРС: 15

Процедура проведения контрольного мероприятия: Тестирование проводится во время планового практического занятия и состоит из 4 вопросов. Для написания работы студенту даётся 10 минут.

Краткое содержание задания:

Тестирование проверяет знание студентом терминологии и основных результатов теории пространств Соболева.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	1.Определение пространств Соболева $W_2^2(G)$. 2.Свойства пространств Соболева $W_2^2(G)$. 3.Приближение функций из пространств Соболева гладкими функциями. 4.Теоремы вложения пространств Соболева.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы теста.

Оценка: 4 («хорошо»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на 3 вопроса теста.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на 2 вопроса теста.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если дано менее 2 правильных ответов на вопросы теста.

КМ-3. Обобщённые решения эллиптических уравнений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 35

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 3 задачи. Для написания работы студенту дается 60 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет умение студентом применять базовые понятия и факты теории обобщённых решений эллиптических краевых задач.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	1.Обобщённые решения краевых задач для уравнения Пуассона. 2.Спектр оператора Лапласа. 3.Метод Галёркина.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены все 3 задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4 («хорошо»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решены 2 из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена 1 из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнены условия для выставления более высокой оценки.

КМ-4. Обобщённые решения параболических уравнений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 35

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 2 задачи. Для написания работы студенту дается 45 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет умение студентом применять базовые понятия и факты теории обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач	1. Обобщённые решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. 2. Метод Фаздо–Галёркина.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены обе задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4 («хорошо»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решена одна из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена одна из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если полностью не решена ни одна из предложенных задач.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет

Пример билета

1. Обобщённые производные по Соболеву.
2. Пространства Соболева.
3. Обобщённые решения краевых задач для уравнения Пуассона.
4. Обобщённые решения начально–краевых задач для уравнения теплопроводности.

Процедура проведения

Зачёт проводится по результатам текущего контроля успеваемости.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{РПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании

Вопросы, задания

1. Обобщённые производные по Соболеву и их свойства.
2. Обобщённые производные по Соболеву и средние функции.
3. Пространства Соболева $W_2^{2,2}(G)$ и их свойства.
4. Пространство $W_2^{7,30}(G)$ и неравенство Фридрихса.
5. Приближение функций из пространств Соболева гладкими функциями.
6. Вложения пространств Соболева.
7. Эквивалентные нормировки пространства $W_2^{2,2}(G)$ и неравенство Пуанкаре.
8. Задача Дирихле для общего линейного эллиптического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки.
9. Первое основное неравенство для эллиптических операторов.
10. Метод Галёркина.
11. Обобщённая постановка задачи на собственные значения для самосопряжённого эллиптического оператора в $W_2^{7,30}(G)$.
12. Краевая задача для эллиптического уравнения с неоднородным условием Дирихле. Другие краевые задачи.
13. Начально–краевая задача для общего линейного параболического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки.
14. Метод Фаздо–Галёркина.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Верно ли, что если функция $f: (a, b) \rightarrow R$ обладает обобщённой производной по Соболеву, то она дифференцируема в классическом смысле всюду на (a, b) ?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

2. Пусть $-\infty < a < b < +\infty$. Вложение $W_2^{2,2}(a, b) \hookrightarrow L_p^p(a, b)$ имеет место при

Ответы:

- а) $p = 2$;
- б) $p \in [1, 2]$;
- в) $p \in [2, \infty]$;
- г) $p \in [1, \infty]$.

Верный ответ: г

3. Пусть $-\infty < a < b < +\infty$. Верно ли, что любая функция из пространства $W_2^2(a, b)$ эквивалентна некоторой непрерывной на $[a, b]$ функции?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

4. Слабое обобщённое решение однородной задачи Дирихле для уравнения Пуассона является функцией класса

Ответы:

- а) W_2^2 ;
- б) C ;
- в) W_2^{730} ;
- г) C .

Верный ответ: в

5. Каков основной инструмент при доказательстве теоремы существования и единственности слабого обобщённого решения однородной задачи Дирихле для самосопряжённого эллиптического уравнения?

Ответы:

- а) Теорема Рисса–Фреше о представлении линейных непрерывных функционалов на гильбертовом пространстве.
- б) Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.
- в) Теорема Хана–Банаха.

Верный ответ: а

6. Каков основной инструмент при доказательстве теоремы существования и единственности слабого обобщённого решения однородной задачи Дирихле для несамопряжённого эллиптического уравнения?

Ответы:

- а) Теорема Рисса–Фреше о представлении линейных непрерывных функционалов на гильбертовом пространстве.
- б) Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.
- в) Теорема Хана–Банаха.

Верный ответ: б

7. Верно ли, что в общем случае обобщённое решение из $V_2^2(Q_T^T)$ начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности является и классическим решением этой задачи?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

8. Метод Фаздо–Галёркина — это метод построения приближенных решений

Ответы:

- а) для стационарных задач;
- б) для нестационарных задач

Верный ответ: б

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если средний балл за все контрольные мероприятия находится в промежутке [4.5, 5].

Оценка: 4 («хорошо»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если средний балл за все контрольные мероприятия находится в промежутке [3.5, 4.5].

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если сданы все контрольные мероприятия со средним баллом, меньшим 3.5.

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не сдано хотя бы одно контрольное мероприятие.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».