

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Численные методы компьютерного моделирования**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию

ИД-6 Разрабатывает и исследует алгоритмы компьютерного моделирования прикладных задач

ИД-7 Проводит компьютерное моделирование прикладных задач и анализирует его результаты

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Защита задания

1. Классические итерационные методы: сглаживающие свойства (Лабораторная работа)
2. Классический мультигрид (Лабораторная работа)
3. Метод конечных элементов (Лабораторная работа)
4. Полный мультигрид (Лабораторная работа)

БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	11	15
Многосеточные методы					
Многосеточные методы		+	+	+	+
Метод конечных элементов					
Метод конечных элементов					+
Вес КМ:		10	25	25	40

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
РПК-1	ИД-6 _{РПК-1} Разрабатывает и исследует алгоритмы компьютерного моделирования прикладных задач	Знать: постановки основных задач математической физики и их свойства математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов Уметь: строить дискретные аналоги краевых задач для эллиптических уравнений математической физики и численные методы их решения	Классические итерационные методы: сглаживающие свойства (Лабораторная работа) Метод конечных элементов (Лабораторная работа)
РПК-1	ИД-7 _{РПК-1} Проводит компьютерное моделирование прикладных задач и анализирует его результаты	Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач практически реализовывать и	Классический мультигрид (Лабораторная работа) Полный мультигрид (Лабораторная работа)

		применять многосеточные методы на современных языках программирования с использованием системы контроля версий при разработке приложений	
--	--	---	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Классические итерационные методы: сглаживающие свойства

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 10

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Проверка знания постановок основных задач математической физики и их свойств

Контрольные вопросы/задания:

Знать: постановки основных задач математической физики и их свойства	1. Дайте определение пространств $W^{2,1}_0(\Omega)$ и $W^{2,1}(\Omega)$. 2. Сформулируйте обобщенную постановку первой краевой задачи для уравнения Пуассона. 3. При каких условиях обобщенное решение краевой задачи для уравнения Пуассона будет совпадать с классическим? 4. Сформулируйте обобщенную постановку начально-краевой задачи для параболического уравнения. 5. Сформулируйте обобщенную постановку первой краевой задачи для одномерного стационарного уравнения теплопроводности. 6. Распишите формулы использованного для численного решения поставленной задачи метода и условия его применения.
--	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-2. Классический мультигрид

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Проверка умения практически реализовывать и применять многосеточные методы

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: практически реализовывать и применять многосеточные методы на современных языках программирования с использованием системы контроля версий при разработке приложений	1.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы на выданных тестовых примерах. 2.Модифицируйте разработанную компьютерную программу для задачи с другим краевым условием. 3.Предложите численный эксперимент для демонстрации экономичности метода. 4.Продемонстрируйте средства и методы тестирования отдельных компонентов реализованного метода.
---	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-3. Полный мультигрид

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Проверка умения сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач	1.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при уменьшении шага дискретизации. Объясните наблюдаемые эффекты. 2.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при различных стратегиях смены сеточных уровней. Объясните наблюдаемые эффекты. 3.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при изменении гладкости базисных функций. Объясните наблюдаемые эффекты.
---	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

КМ-4. Метод конечных элементов

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 40

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Проверка знания математического аппарата метода конечных элементов и многосеточных методов, а также умения строить дискретные аналоги краевых задач для эллиптических уравнений математической физики и численные методы их решения

Контрольные вопросы/задания:

Знать: математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов	1.Изложите общую схему метода конечных элементов на примере одномерной или двумерной стационарной краевой задачи. 2.Приведите примеры построения конечномерных аппроксимаций решений краевых задач и соответствующие оценки погрешности. 3.Перечислите основные этапы многосеточных методов. Сформулируйте теоремы сходимости различных вариантов классического многосеточного метода.
Уметь: строить дискретные аналоги краевых задач для эллиптических уравнений математической физики и численные методы их решения	1.Постройте разностную схему для задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. 2.Постройте разностную схему для задачи Дирихле для уравнения Пуассона в области с криволинейной границей. 3.Постройте аппроксимацию краевых условий 2 или 3 рода с порядком точности, соответствующим порядку аппроксимации дифференциального уравнения. 4.Постройте разностную схему повышенного порядка точности для задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задание выполнено неверно (или не выполнено) или ответы на вопросы демонстрируют непонимание применяемых технологий.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Опишите общую структуру многосеточного метода.
2. Продемонстрируйте экономичность многосеточного метода, используя разработанную компьютерную программу.

Процедура проведения

Зачет проводится путем вычисления итоговой оценки. Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-БРПК-1 Разрабатывает и исследует алгоритмы компьютерного моделирования прикладных задач

Вопросы, задания

1. Сходимость конечномерных аппроксимаций уравнений математической физики.
2. Сходимость W-цикла.
3. Сходимость V-цикла.
4. Матрица итераций многосеточного метода.
5. Сходимость двухсеточного метода для модельной задачи.
6. Аппроксимация дифференциального оператора задачи. Матрица оператора. Примеры. Связь сеточных операторов на мелкой и грубой сетках (2 способа).
7. Проекционная постановка краевой задачи. Понятие о методе конечных элементов.
8. Слабая постановка краевой задачи для уравнений в частных производных второго порядка в одномерном и двумерном случае. Слабые решения.
9. Пространство $W^{2,1}_0(\Omega)$, скалярное произведение и норма в нем. Неравенство Фридрихса и эквивалентная нормировка.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Сходимость V-цикла следует из сходимости двухсеточного метода.
2. V-цикл и W-цикл всегда сходятся или расходятся одновременно.
3. Оператор задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате удовлетворяет всем условиям теоремы сходимости V-цикла.

Верный ответ: 3.

2. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной

задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.
Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Связь между матрицами перехода W-цикла и двухсеточного метода можно установить только при отсутствии постсглаживаний.

3.

Сходимость W-цикла можно обосновать, анализируя собственные числа матрицы перехода.

3. Теорема сходимости W-цикла верна также для методов с большим количеством рекурсивных вызовов.

Верный ответ: 3.

3. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.
Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Матрица перехода многосеточного метода на самом грубом сеточном уровне является нулевой.
2. Сходимость двухсеточного метода является достаточным условием (совместно с другими) сходимости W-цикла.
3. Теорема сходимости W-цикла верна также для методов с большим количеством рекурсивных вызовов.

Верный ответ: 1, 2 и 3

4. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.
Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. В базисе из собственных функций сеточного оператора Лапласа матрица перехода двухсеточного метода является диагональной.
2. Все инвариантные подпространства матрицы перехода двухсеточного метода решения модельной задачи имеют размерность не более четырех.
3. Оператор коррекции на грубой сетке имеет ненулевое ядро.

Верный ответ: 2 и 3

5. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.
Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Для улучшения сходимости двухсеточного метода на каждой итерации следует проводить повторную коррекцию на грубой сетке.
2. Оператор коррекции на грубой сетке имеет ненулевое ядро.
3. Двухсеточный метод сходится уже при одном сглаживании на каждой итерации.

Верный ответ: 2.

6. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. В алгоритме V-цикла осуществляется однократный рекурсивный вызов, а в алгоритме W-цикла двукратный.
2. Многосеточный метод является прямым, состоящим из заранее определенного количества повторов того или иного цикла.
3. V-цикл и W-цикл являются экономичными при любой стратегии укрупнения сетки.

Верный ответ: 1.

7. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. При грамотном подборе составляющих многосеточный метод имеет трудоемкость, пропорциональную количеству узлов сетки.
2. В алгоритме V-цикла осуществляется однократный рекурсивный вызов, а в алгоритме W-цикла двукратный.
3. В алгоритме F-цикла осуществляется двукратный рекурсивный вызов, а в алгоритме V-цикла рекурсия отсутствует.

Верный ответ: 1 и 2

8. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На более грубой сетке решается задача по поиску ошибки решения на мелкой сетке.
2. Если сеточных уровней более двух, то количество постсглаживаний должно быть больше, чем количество предсглаживаний.
3. Если сеточных уровней более двух, то количество постсглаживаний обязательно должно совпадать с количеством предсглаживаний.

Верный ответ: 1.

9. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.

Среди предложенных ниже утверждений есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Каждая итерация двухсеточного метода состоит из двух этапов: сглаживания и коррекции на грубой сетке.
2. Операторы проекции и продолжения являются взаимно обратными.
3. При проекции сеточной функции на укрупненную сетку ее значения всегда сохраняются в тех узлах, которые совпадают на обеих сетках.

Верный ответ: 1.

10. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.

Среди предложенных ниже утверждений есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Количество узлов укрупненной сетки обязательно должно быть в 4 раза меньше, чем у исходной.

Один из способов получения матрицы системы на грубой сетке заключается в том, чтобы записать на этой сетке формулы сеточного оператора задачи.

Каждая итерация двухсеточного метода состоит из двух этапов: сглаживания и коррекции на грубой сетке.

Верный ответ: 2 и 3

2. Компетенция/Индикатор: ИД-7_{РПК-1} Проводит компьютерное моделирование прикладных задач и анализирует его результаты

Вопросы, задания

1. Метод конечных элементов. Структура решения. Примеры конечных элементов.
2. Алгоритмическая сторона метода конечных элементов. Матрица жесткости элемента. Сборка.
3. Сглаживающее свойство базовых итерационных методов.
4. Общее описание многосеточного метода. V- и W- циклы. Пред- и пост- сглаживания.
5. Общее описание двухсеточного метода. Матрица итераций метода.
6. Операторы продолжения и проектирования (действующие между мелкой и грубой сетками). Пример построения операторов. Их матрицы.
7. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений. Исследование скорости их сходимости.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На более грубой сетке решается задача по поиску ошибки решения на мелкой сетке.
2. Укрупнение сетки необходимо проводить до тех пор, пока не останется только один внутренний узел.
3. На более грубой сетке решается задача по поиску приближенного решения той же задачи, что и на мелкой.

Верный ответ: 1.

2. Среди предложенных ниже утверждений о полном мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На разных сеточных уровнях полного мультигрида можно использовать разные многосеточные циклы.
2. В качестве интерполяции начального приближения рекомендуется использовать тот же оператор интерполяции, что на этапе коррекции на грубой сетке.
3. Переход от классического мультигрида к полному позволяет на порядок ускорить сходимость метода.

Верный ответ: 1.

3. Среди предложенных ниже утверждений о полном мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Алгоритм вложенных итераций можно применить к классическому методу Зейделя (без мультигрида).
2. На каждом сеточном уровне полного мультигрида можно совершать несколько многосеточных циклов.
3. В качестве интерполяции начального приближения рекомендуется использовать тот же оператор интерполяции, что на этапе коррекции на грубой сетке.

Верный ответ: 1 и 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 4.5.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением

о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 3.5, но менее, чем 4.5.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с

Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается не ниже, чем 2.5, но менее, чем 3.5.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если оценка по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» оказывается ниже, чем 2.5.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»