

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

| | |
|--|--|
| Блок: | Блок 1 «Дисциплины (модули)» |
| Часть образовательной программы: | Часть, формируемая участниками образовательных отношений |
| № дисциплины по учебному плану: | Б1.Ч.06.03.02 |
| Трудоемкость в зачетных единицах: | 3 семестр - 4; |
| Часов (всего) по учебному плану: | 144 часа |
| Лекции | 3 семестр - 32 часа; |
| Практические занятия | 3 семестр - 16 часов; |
| Лабораторные работы | не предусмотрено учебным планом |
| Консультации | 3 семестр - 2 часа; |
| Самостоятельная работа | 3 семестр - 93,5 часа; |
| в том числе на КП/КР | не предусмотрено учебным планом |
| Иная контактная работа | проводится в рамках часов аудиторных занятий |
| включая: | |
| Тестирование | |
| Контрольная работа | |
| Промежуточная аттестация: | |
| Экзамен | 3 семестр - 0,5 часа; |

Москва 2025

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

| | | |
|--|--|--------------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Боровиков И.А. |
| | Идентификатор | R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6 |

И.А. Боровиков

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

| | | |
|--|--|-------------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Черепова М.Ф. |
| | Идентификатор | R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1 |

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей
кафедрой

| | | |
|--|--|-----------------------------|
| | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» | |
| | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ | |
| | Владелец | Зубков П.В. |
| | Идентификатор | R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c |

П.В. Зубков

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: изучение постановок нелинейных краевых задач, возникающих при математическом моделировании, и освоение основных результатов теории нелинейных дифференциально-операторных уравнений, основанных на применении методов теории функций и функционального анализа.

Задачи дисциплины

- изучение методов функционального анализа, применяемых для исследования нелинейных стационарных краевых задач;
- изучение теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач;
- изучение методов функционального анализа, применяемых для исследования эволюционных задач;
- приобретение навыков применения методов функционального анализа для исследования краевых и начально-краевых задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Запланированные результаты обучения |
|---|---|--|
| РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию | ИД-1 _{РПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании | знать: - терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач; - основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нелинейных стационарных краевых задач. уметь: - применять теорию интеграла Бохнера при исследовании нестационарных задач; - применять методы функционального анализа для исследования нестационарных задач. |

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать прикладной функциональный анализ
- знать методы функционального анализа в математической физике

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

| № п/п | Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации | Всего часов на раздел | Семестр | Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы | | | | | | | | | | Содержание самостоятельной работы/ методические указания |
|-------|---|-----------------------|---------|--|-----|----|--------------|---|-----|----|----|-------------------|-----------------------------------|--|
| | | | | Контактная работа | | | | | | | СР | | | |
| | | | | Лек | Лаб | Пр | Консультация | | ИКР | | ПА | Работа в семестре | Подготовка к аттестации /контроль | |
| КПР | ГК | ИККП | ТК | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | Нелинейные стационарные задачи | 21 | 3 | 6 | - | 3 | - | - | - | - | - | 12 | - | <p><u>Подготовка к текущему контролю:</u> Повторение материала по разделу «Нелинейные стационарные задачи» и подготовка к тестированию.</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Нелинейные стационарные задачи» материалу.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [4], стр. 182–201</p> |
| 1.1 | Нелинейные стационарные задачи | 21 | | 6 | - | 3 | - | - | - | - | - | 12 | - | |
| 2 | Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач | 54 | | 16 | - | 8 | - | - | - | - | - | - | 30 | |
| 2.1 | Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач | 54 | 16 | - | 8 | - | - | - | - | - | - | 30 | - | <p><u>Подготовка к текущему контролю:</u> Повторение материала по разделу «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач» и подготовка к контрольной работе и тестированию.</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач» материалу.</p> |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------------------------|--------------|-----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|------------|-------------|-------------|---|
| | | | | | | | | | | | | | <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 208–215 [2], стр. 156–162 [3], стр. 57–77 |
| 3 | Нестационарные задачи | 33 | 10 | - | 5 | - | - | - | - | - | 18 | - | <u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Нестационарные задачи» материалу. |
| 3.1 | Нестационарные задачи | 33 | 10 | - | 5 | - | - | - | - | - | 18 | - | <u>Подготовка к контрольной работе:</u> Изучение материалов по разделу «Нестационарные задачи» и подготовка к контрольной работе. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 216–265 [2], стр. 336–338, 385–387 [3], стр. 108–120, 210–216, 222–225 [4], стр. 166–181, 233–238 |
| | Экзамен | 36.0 | - | - | - | - | 2 | - | - | 0.5 | - | 33.5 | |
| | Всего за семестр | 144.0 | 32 | - | 16 | - | 2 | - | - | 0.5 | 60 | 33.5 | |
| | Итого за семестр | 144.0 | 32 | - | 16 | - | 2 | - | - | 0.5 | 93.5 | | |

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. Нелинейные стационарные задачи

1.1. Нелинейные стационарные задачи

Оператор Немыцкого. Применение принципов неподвижной точки для исследования разрешимости нелинейных стационарных краевых задач. Вариационный метод. Методы монотонности и компактности..

2. Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач

2.1. Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач

Пространство $C([a,b];V)$. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. Пространство $C_w([a,b];V)$. Пространства $C^m([a,b];V)$ и $C_w^m([a,b];V)$. Сильная и слабая измеримость. Теорема Петтиса. Интеграл Бохнера. Теорема Бохнера. Свойства интеграла Бохнера. Теорема о приближении функции из $L(G;V)$ функцией из $C_0^\infty(G;V)$. Теорема о дифференцируемости интеграла Бохнера с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Теорема Егорова. Теорема Лузина. Теорема Витали. Точка плотности измеримого множества. Максимальная функция. Точки Лебега, теорема Лебега. Теорема о сильной дифференцируемости интеграла Бохнера с переменным верхним пределом от функции из $L(a,b;V)$. Аппроксимативная непрерывность. Теорема Данжуа. Пространство $L_p(a,b;V)$. Теорема о плотности пространства $C_0^\infty(G;V)$ в пространстве $L_p(a,b;V)$ и следствия из неё. Теорема о плотности множества ступенчатых функций в пространстве $L_p(a,b;V)$. Пространство $L_\infty(a,b;V)$. Неравенство Гёльдера. Изометрический изоморфизм пространств $L_p(a,b;L_p(G))$ и $L_p((a,b) \times G)$. Обобщённые функции со значением в банаховом пространстве. Регулярные обобщённые функции. Производная обобщённой функции. Основная лемма вариационного исчисления. Теоремы о производной обобщённой функции. Пространство $W^1_{p,0,p_1}(a,b;V_0,V_1)$. Компактность вложения в пространство $C([a,b];V_1)$. Теорема Обэна о компактности. Теорема Дубинского о компактности. Теорема о вложении сопряжённых пространств. Теорема о дуальном произведении. Пространство $W^1_{p,0,p_1}(a,b;V,V')$. Теорема о непрерывном вложении в пространство $C([a,b];H)$..

3. Нестационарные задачи

3.1. Нестационарные задачи

Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения. Неравенство Гронуолла. Теорема Каратеодори о локальной разрешимости задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о глобальной разрешимости. Метод Фаздо–Галёркина. Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения. Использование метода компактности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для квазилинейного параболического уравнения. Использование метода монотонности для доказательства разрешимости начально-краевой задачи для нелинейного параболического уравнения. Существование и единственность решения начальной задачи для эволюционного операторного уравнения $u' + A(u) = f$ с монотонным оператором A . Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного гиперболического уравнения..

3.3. Темы практических занятий

1. Использование метода монотонности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для нелинейного параболического уравнения.;

2. Существование и единственность решения начальной задачи для эволюционного операторного уравнения $u' + A(u) = f$ с монотонным оператором A .;
3. Методы монотонности и компактности.;
4. Пространства $C^m([a,b];V)$ и $C_w^m([a,b];V)$.;
5. Сильная и слабая измеримости.;
6. Интеграл Бохнера. Свойства интеграла Бохнера.;
7. Пространства $L_p(a,b;V)$.;
8. Обобщённые функции со значением в банаховом пространстве.;
9. Пространства $W^1_{p0,p1}(a,b;V_0,V_1)$.;
10. Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения.;
11. Метод Фаэдо–Галёркина. Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения.;
12. Применение принципов неподвижной точки.;
13. Использование метода компактности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для квазилинейного параболического уравнения..

3.4. Темы лабораторных работ не предусмотрено

3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов раздела «Нелинейные стационарные задачи».
2. Обсуждение материалов раздела «Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач».
3. Обсуждение материалов раздела «Нестационарные задачи».

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

| Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1) | Коды индикаторов | Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1) | | | Оценочное средство (тип и наименование) |
|---|------------------|---|---|---|--|
| | | 1 | 2 | 3 | |
| Знать: | | | | | |
| основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нелинейных стационарных краевых задач | ИД-1РПК-1 | + | | | Тестирование/Методы исследования нелинейных стационарных задач |
| терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач | ИД-1РПК-1 | | + | | Тестирование/Функциональные пространства |
| Уметь: | | | | | |
| применять методы функционального анализа для исследования нестационарных задач | ИД-1РПК-1 | | | + | Контрольная работа/Методы исследования нестационарных задач |
| применять теорию интеграла Бохнера при исследовании нестационарных задач | ИД-1РПК-1 | | + | | Контрольная работа/Интеграл Бохнера |

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

3 семестр

Форма реализации: Письменная работа

1. Интеграл Бохнера (Контрольная работа)
2. Методы исследования нелинейных стационарных задач (Тестирование)
3. Методы исследования нестационарных задач (Контрольная работа)
4. Функциональные пространства (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Экзамен (Семестр №3)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 3 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. Карчевский М. М., Павлова М. Ф. - "Уравнения математической физики. Дополнительные главы", (2-е изд., доп.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (276 с.)
<https://e.lanbook.com/book/168915>;
2. Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных : Учебное пособие для механико-математических и физических специальностей вузов / В. П. Михайлов . – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1983 . – 424 с.;
3. Свешников, А. Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов . – М. : Научный мир, 2008 . – 400 с. - ISBN 978-5-915220-11-8 .;
4. Ж. Л. Лионс- "Некоторые методы решения нелинейных краевых задач", Издательство: "Мир", Москва, 1972 - (587 с.)
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468224>.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Latex.

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Тип помещения | Номер аудитории, наименование | Оснащение |
|---|--|--|
| Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля | М-710, Учебная аудитория каф. МКМ | стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая |
| | Ж-120, Машинный зал ИВЦ | сервер, кондиционер |
| Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП | М-710, Учебная аудитория каф. МКМ | стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая |
| | Ж-120, Машинный зал ИВЦ | сервер, кондиционер |
| Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации | М-710, Учебная аудитория каф. МКМ | стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая |
| | Ж-120, Машинный зал ИВЦ | сервер, кондиционер |
| Помещения для самостоятельной работы | НТБ-303, Лекционная аудитория | стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер |
| Помещения для консультирования | М-714, Преподавательская каф. МКМ | рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия |
| Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря | М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ | рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия |

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы решения краевых задач

(название дисциплины)

3 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 Методы исследования нелинейных стационарных задач (Тестирование)

КМ-2 Интеграл Бохнера (Контрольная работа)

КМ-3 Функциональные пространства (Тестирование)

КМ-4 Методы исследования нестационарных задач (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

| Номер раздела | Раздел дисциплины | Индекс КМ: | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 |
|---------------|---|------------|------|------|------|------|
| | | Неделя КМ: | 4 | 8 | 12 | 15 |
| 1 | Нелинейные стационарные задачи | | | | | |
| 1.1 | Нелинейные стационарные задачи | | + | | | |
| 2 | Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач | | | | | |
| 2.1 | Функциональные пространства, используемые при исследовании нестационарных задач | | | + | + | |
| 3 | Нестационарные задачи | | | | | |
| 3.1 | Нестационарные задачи | | | | | + |
| Вес КМ, %: | | | 20 | 30 | 20 | 30 |