

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МЕТОДЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ**  
**ФИЗИКЕ**

|  |   |
|--|---|
| <b>Блок:</b>                             | <b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>                             |
| <b>Часть образовательной программы:</b>  | <b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b> |
| <b>№ дисциплины по учебному плану:</b>   | <b>Б1.Ч.06.02.02</b>  |
| <b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b> | <b>2 семестр - 5;</b>   |
| <b>Часов (всего) по учебному плану:</b>  | <b>180 часов</b>  |
| <b>Лекции</b>                            | <b>2 семестр - 32 часа;</b>                                     |
| <b>Практические занятия</b>              | <b>2 семестр - 32 часа;</b>                                     |
| <b>Лабораторные работы</b>               | <b>не предусмотрено учебным планом</b>                          |
| <b>Консультации</b>                      | <b>2 семестр - 2 часа;</b>                                      |
| <b>Самостоятельная работа</b>            | <b>2 семестр - 113,5 часов;</b>                                 |
| <b>в том числе на КП/КР</b>              | <b>не предусмотрено учебным планом</b>                          |
| <b>Иная контактная работа</b>            | <b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>             |
| <b>включая:</b>                          |   |
| <b>Контрольная работа</b>                |   |
| <b>Промежуточная аттестация:</b>         |   |
| <b>Экзамен</b>                           | <b>2 семестр - 0,5 часа;</b>                                    |

**Москва 2024**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

|  |  |                                |
|--|--|--------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                |
|  | Владелец   | Боровиков И.А.                 |
|  | Идентификатор                                      | R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6 |

И.А. Боровиков

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

|  |  |                               |
|--|--|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|  | Владелец   | Черепова М.Ф.                 |
|  | Идентификатор                                      | R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1 |

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

|  |  |                             |
|--|--|-----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                             |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                             |
|  | Владелец   | Зубков П.В.                 |
|  | Идентификатор                                      | R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c |

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение постановок краевых задач математической физики, возникающих при математическом моделировании, и освоение результатов теории уравнений математической физики, основанных на применении методов теории функций и функционального анализа

### Задачи дисциплины

- изучение теории пространств Соболева;
- изучение методов функционального анализа, применяемых в теории обобщённых решений стационарных краевых задач;
- приобретение навыков применения методов функционального анализа для исследования задач математической физики.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

| Код и наименование компетенции  | Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Запланированные результаты обучения  |
|---|---|--|
| РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию | ИД-1 <sub>РПК-1</sub> Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании | знать:<br>- терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании стационарных краевых задач математической физики;<br>- терминологию и основные результаты теории пространств Соболева.<br><br>уметь:<br>- применять методы функционального анализа для исследования стационарных краевых задач математической физики;<br>- применять теорию пространств Соболева при исследовании стационарных краевых задач математической физики. |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать прикладной функциональный анализ

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

| № п/п | Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации | Всего часов на раздел | Семестр | Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   | Содержание самостоятельной работы/ методические указания   |   |
|-------|--|-----------------------|---------|--|-----|----|--------------|---|-----|----|----|-------------------|-----------------------------------|--|---|
|       |  |                       |         | Контактная работа  |     |    |              |   |     |    | СР |                   |                                   |  |   |
|       |  |                       |         | Лек  | Лаб | Пр | Консультация |   | ИКР |    | ПА | Работа в семестре | Подготовка к аттестации /контроль |  |   |
| КПР   | ГК   | ИККП                  | ТК      |  |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   |  |   |
| 1     | 2  | 3                     | 4       | 5  | 6   | 7  | 8            | 9 | 10  | 11 | 12 | 13                | 14                                | 15   |   |
| 1     | Пространства Соболева                                  | 58                    | 2       | 12   | -   | 12 | -            | - | -   | -  | -  | 34                | -                                 | <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b><br/>Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Пространства Соболева» материалу.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b><br/>Изучение материалов по разделу «Пространства Соболева» и подготовка к контрольным работам.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br/>[1], стр. 20–85<br/>[2], стр. 166–169<br/>[3], стр. 43–56</p> |   |
| 1.1   | Пространства Соболева                                  | 58                    |         | 12   | -   | 12 | -            | - | -   | -  | -  | 34                | -                                 |  |   |
| 2     | Методы решения стационарных задач                      | 86                    |         | 20   | -   | 20 | -            | - | -   | -  | -  | -                 | 46                                |  | - |
| 2.1   | Методы решения стационарных задач                      | 86                    |         | 20   | -   | 20 | -            | - | -   | -  | -  | -                 | 46                                |  | - |

|  |                  |       |  |    |   |    |   |   |   |   |     |       |      |   |
|--|------------------|-------|--|----|---|----|---|---|---|---|-----|-------|------|---|
|  |                  |       |  |    |   |    |   |   |   |   |     |       |      | [1], стр. 101–176<br>[2], стр. 261–264<br>[3], стр. 78–91, 121–150, 199–209, 217–221<br>[4], стр. 182–201 |
|  | Экзамен          | 36.0  |  | -  | - | -  | - | 2 | - | - | 0.5 | -     | 33.5 |   |
|  | Всего за семестр | 180.0 |  | 32 | - | 32 | - | 2 | - | - | 0.5 | 80    | 33.5 |   |
|  | Итого за семестр | 180.0 |  | 32 | - | 32 | 2 |   | - |   | 0.5 | 113.5 |      |   |

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### 3.2 Краткое содержание разделов

#### 1. Пространства Соболева

##### 1.1. Пространства Соболева

Разбиение единицы. Обобщённые производные. Определения и простейшие свойства. Обобщённые производные и средние функции. Пространства  $W_p^1(G)$ . Определение. Полнота и сепарабельность. Пространства  $W_0^1(G)$ . Неравенство Фридрихса. Цепное правило. Срезы функций из пространства  $W_p^1(G)$ . Описание границ. Приближение функций из  $W_p^1(G)$  гладкими функциями. Эквивалентное определение обобщённой производной первого порядка. Преобразование координат. Продолжение функций из  $W_p^1(G)$  с сохранением класса. Понятие о следах функций из  $W_p^1(G)$ . Теоремы вложения  $W_p^1(G)$  в  $L_q(G)$  и  $L_q(\partial G)$ . Компактность вложений. Эквивалентные нормировки пространства  $W_p^1(G)$ . Неравенство Пуанкаре. Пространства  $W_2^{1/2}(\partial G)$  и  $W_2^{-1}(G)$ .

#### 2. Методы решения стационарных задач

##### 2.1. Методы решения стационарных задач

Обобщённые решения. Примеры краевых задач, приводящих к операторным уравнениям вида  $A(u)=f$ . Обобщённые решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Обобщённые решения задачи Неймана для уравнения Пуассона. Обобщённые решения задачи Робена для уравнения Пуассона. Метод Галёркина. Лемма Лакса–Мильграма. Каноническая тройка вложений. Задача на собственные значения  $-\Delta u = \lambda u$ . Регулярность обобщённого решения уравнения  $-\Delta u = f$ . Регулярность обобщённого решения задачи Дирихле для уравнения  $-\Delta u = f$ . Элементы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Сильная и слабая дифференцируемость отображений. Дифференцируемость композиции отображений. Аналог формулы конечных приращений. Вторая производная и второй дифференциал. Формула Тейлора. Метод Ньютона–Канторовича. Вариационный метод. Потенциал, примеры потенциальных задач. Минимизация выпуклых функционалов. Слабо полунепрерывные снизу функционалы и их минимизация. Потенциальные операторы. Критерии потенциальности. Метод Ритца. Монотонные операторы. Связь равномерной монотонности с коэрцитивностью. Критерии монотонности. Связь монотонности с локальной ограниченностью. Теорема о свойстве (M) для монотонного оператора. Монотонные потенциальные операторы. Основная теорема теории монотонных операторов. Понятие о методе компактности..

### 3.3. Темы практических занятий

1. Вариационный метод. Метод Ритца.;
2. Дифференциальное исчисление в нормированных пространствах.;
3. Метод Галёркина.;
4. Обобщённые решения. Сведение краевых задач к операторным уравнениям.;
5. Теоремы вложения.;
6. Следы функций из пространств Соболева.;
7. Пространства  $W_p^1(G)$  и  $W_0^1(G)$ . Неравенства Фридрихса и Пуанкаре.;
8. Пространства Соболева. Определение и простейшие свойства.;
9. Усреднения и обобщённые производные.;
10. Теория монотонных операторов.;
11. Потенциальные операторы. Критерии потенциальности.;
12. Обобщённые производные. Определение и простейшие свойства..

**3.4. Темы лабораторных работ**  
не предусмотрено

**3.5 Консультации**

*Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов раздела «Пространства Соболева».
2. Обсуждение материалов раздела «Методы решения стационарных задач».

**3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

| Запланированные результаты обучения по дисциплине<br>(в соответствии с разделом 1)  | Коды индикаторов | Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1) |   | Оценочное средство (тип и наименование)  |
|---|------------------|---|---|--|
|   |                  | 1   | 2 |  |
| <b>Знать:</b>   |                  |   |   |  |
| терминологию и основные результаты теории пространств Соболева  | ИД-1РПК-1        | +   |   | Контрольная работа/Обобщённые производные<br>Контрольная работа/Пространства Соболева        |
| терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании стационарных краевых задач математической физики | ИД-1РПК-1        |   | + | Контрольная работа/Вариационный метод<br>Контрольная работа/Обобщённые решения краевых задач |
| <b>Уметь:</b>   |                  |   |   |  |
| применять теорию пространств Соболева при исследовании стационарных краевых задач математической физики                               | ИД-1РПК-1        | +   | + | Контрольная работа/Пространства Соболева   |
| применять методы функционального анализа для исследования стационарных краевых задач математической физики                            | ИД-1РПК-1        |   | + | Контрольная работа/Вариационный метод<br>Контрольная работа/Обобщённые решения краевых задач |



## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**2 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Вариационный метод (Контрольная работа)
2. Обобщённые производные (Контрольная работа)
3. Обобщённые решения краевых задач (Контрольная работа)
4. Пространства Соболева (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Экзамен (Семестр №2)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 2 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Карчевский М. М., Павлова М. Ф. - "Уравнения математической физики. Дополнительные главы", (2-е изд., доп.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (276 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/168915>;
2. Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных : Учебное пособие для механико-математических и физических специальностей вузов / В. П. Михайлов . – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1983 . – 424 с.;
3. Свешников, А. Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов . – М. : Научный мир, 2008 . – 400 с. - ISBN 978-5-915220-11-8 .;
4. Ж. Л. Лионс- "Некоторые методы решения нелинейных краевых задач", Издательство: "Мир", Москва, 1972 - (587 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468224>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Latex.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Тип помещения   | Номер аудитории, наименование                | Оснащение  |
|---|--|--|
| Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля | М-808, Учебная аудитория                     | стол учебный, стул, доска меловая  |
|   | Ж-120, Машинный зал ИВЦ                      | сервер, кондиционер  |
| Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП          | М-808, Учебная аудитория                     | стол учебный, стул, доска меловая  |
|   | Ж-120, Машинный зал ИВЦ                      | сервер, кондиционер  |
| Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации               | М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ           | стол, стул, доска меловая  |
|   | Ж-120, Машинный зал ИВЦ                      | сервер, кондиционер  |
| Помещения для самостоятельной работы                                    | НТБ-201, Компьютерный читальный зал          | стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер   |
| Помещения для консультирования  | М-714, Преподавательская каф. МКМ            | рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия |
| Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря                | М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ | рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия   |

**БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ****Методы функционального анализа в математической физике**

(название дисциплины)

**2 семестр****Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Обобщённые производные (Контрольная работа)

КМ-2 Пространства Соболева (Контрольная работа)

КМ-3 Обобщённые решения краевых задач (Контрольная работа)

КМ-4 Вариационный метод (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

| Номер раздела | Раздел дисциплины                 | Индекс КМ: | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 |
|---------------|-----------------------------------|------------|------|------|------|------|
|               |                                   | Неделя КМ: | 4    | 8    | 12   | 15   |
| 1             | Пространства Соболева             |            |      |      |      |      |
| 1.1           | Пространства Соболева             |            | +    | +    |      |      |
| 2             | Методы решения стационарных задач |            |      |      |      |      |
| 2.1           | Методы решения стационарных задач |            |      | +    | +    | +    |
| Вес КМ, %:    |                                   |            | 20   | 30   | 25   | 25   |