

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Методы функционального анализа в математической физике**

**Москва
2021**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6	

(подпись)

И.А.

Боровиков

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1	

(подпись)

М.Ф.

Черепова

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c	

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ПК-1 Способен создавать, исследовать и реализовывать математические модели естествознания и технологий

ИД-1 Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого для описания информационных и математических моделей

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Вариационный метод (Контрольная работа)
2. Интеграл Бохнера (Контрольная работа)
3. Метод Фаэдо–Галёркина (Контрольная работа)
4. Нелинейные параболические уравнения (Контрольная работа)
5. Обобщённые производные (Контрольная работа)
6. Принципы неподвижной точки (Контрольная работа)
7. Пространства Соболева (Контрольная работа)
8. Функциональные пространства, используемые при исследовании эволюционных задач (Контрольная работа)

БРС дисциплины

2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Пространства Соболева					
Пространства Соболева		+	+		
Методы решения стационарных задач					
Методы решения стационарных задач				+	+
Вес КМ:		25	25	25	25

3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8
	Срок КМ:	4	8	12	15

Функциональные пространства, используемые при исследовании эволюционных задач				
Функциональные пространства, используемые при исследовании эволюционных задач	+	+		
Методы решения эволюционных задач				
Методы решения эволюционных задач			+	+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

БРС курсовой работы/проекта

3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Изучение материалов		+			
Анализ и подбор методов исследования			+		
Исследование разрешимости задачи				+	
Написание отчёта					+
Вес КМ:		25	25	25	25

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-1	ИД-1 _{ПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого для описания информационных и математических моделей	<p>Знать:</p> <p>терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нестационарных задач математической физики терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании стационарных краевых задач математической физики терминологию и основные результаты теории пространств Соболева</p> <p>Уметь:</p> <p>применять методы</p>	<p>Обобщённые производные (Контрольная работа)</p> <p>Пространства Соболева (Контрольная работа)</p> <p>Принципы неподвижной точки (Контрольная работа)</p> <p>Вариационный метод (Контрольная работа)</p> <p>Интеграл Бохнера (Контрольная работа)</p> <p>Функциональные пространства, используемые при исследовании эволюционных задач (Контрольная работа)</p> <p>Метод Фаэдо–Галёркина (Контрольная работа)</p> <p>Нелинейные параболические уравнения (Контрольная работа)</p>

		<p>функционального анализа для исследования нестационарных начально- краевых задач математической физики применять функциональные пространства при исследовании эволюционных задач математической физики применять методы функционального анализа для исследования стационарных краевых задач математической физики применять теорию пространств Соболева при исследовании стационарных задач математической физики</p>	
--	--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

2 семестр

КМ-1. Обобщённые производные

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 3 задачи. Для написания работы студенту даётся 45 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом основных понятий и фактов теории обобщённых производных по Соболеву.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные результаты теории пространств Соболева	1.Обобщённые производные по Соболеву и их простейшие свойства. 2.Обобщённые производные по Соболеву и усреднение. 3.Производная произведения.
-----------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены все 3 задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решены 2 из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена 1 из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

КМ-2. Пространства Соболева

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 2 теоретических вопроса и 2 задачи. Для написания работы студенту даётся 60 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом основных понятий и результатов теории пространств Соболева функций многих переменных, а также умение их применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные результаты теории пространств Соболева	1. Пространства Соболева и их простейшие свойства (полнота, сепарабельность, рефлексивность). 2. Замыкание финитных гладких функций в пространстве Соболева. Неравенство Фридрикса.
Уметь: применять теорию пространств Соболева при исследовании стационарных задач математической физики	1. Продолжение функций из пространств Соболева. 2. Теоремы вложения пространств Соболева и их применение.

Описание шкалы оценивания:*Оценка: 5*

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса и решены обе задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса и решена одна из задач либо решены обе задачи и дан правильный ответ на один из теоретических вопросов.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена одна из предложенных задач и дан правильный ответ на один из теоретических вопросов либо решены обе задачи.

КМ-3. Принципы неподвижной точки**Формы реализации:** Письменная работа**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 3 задачи. Для написания работы студенту даётся 60 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом основных принципов неподвижной точки, а также умение их применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании стационарных краевых задач математической физики	1. Сжимающие отображения. Принцип неподвижной точки Банаха и его обобщение. 2. Принципы неподвижной точки Брауэра и Шаудера.
Уметь: применять методы функционального анализа для исследования стационарных краевых задач математической физики	1. Применение принципов неподвижной точки для исследования разрешимости краевой задачи.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены все 3 задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решены 2 из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена 1 из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

КМ-4. Вариационный метод

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 2 задачи. Для написания работы студенту даётся 40 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом вариационного метода исследования стационарных задач и умение его применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании стационарных краевых задач математической физики	1. Вариационный метод. Потенциальные операторы.
Уметь: применять методы функционального анализа для исследования стационарных краевых задач математической физики	1. Минимизация выпуклых функционалов. Минимизация полунепрерывных снизу функционалов.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены обе задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решена одна из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена одна из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

3 семестр

КМ-5. Интеграл Бохнера

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 3 задачи. Для написания работы студенту даётся 60 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом основных понятий и фактов теории интеграла Бохнера.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач	1. Сильная и слабая измеримости. 2. Интеграл Бохнера и его свойства. 3. Интеграл Бохнера с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона–Лейбница.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если решены все 3 задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если решены 2 из предложенных задач с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена 1 из предложенных задач и изложен правильный план решения ещё одной задачи, который реализован частично.

КМ-6. Функциональные пространства, используемые при исследовании эволюционных задач

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 2 теоретических вопроса и 2 задачи. Для написания работы студенту даётся 60 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом основных понятий и результатов теории функциональных пространств, используемых при исследовании эволюционных задач, а также умение их применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и	1. Пространства $L^p_p(a, b; V)$ и их свойства.
-----------------------	-------------------------------------------------

основные результаты теории функциональных пространств, применяемых при исследовании эволюционных задач	2.Пространства $W_{p_0^0, p_1^1}^{p_0^0, p_1^1} p_0^0, p_1^1(a, b; V_0^0, V_1^1)$ и их свойства.
Уметь: применять функциональные пространства при исследовании эволюционных задач математической физики	1.Обобщённые функции со значениями в банаховом пространстве и их применение. 2.Теоремы вложения пространств $W_{p_0^0, p_1^1}^{p_0^0, p_1^1} p_0^0, p_1^1(a, b; V_0^0, V_1^1)$ и их применение.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса и решены обе задачи с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса и решена одна из задач либо решены обе задачи и дан правильный ответ на один из теоретических вопросов.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если решена одна из предложенных задач и дан правильный ответ на один из теоретических вопросов либо решены обе задачи.

КМ-7. Метод Фаэдо–Галёркина

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 1 теоретический вопрос и 1 задачу. Для написания работы студенту даётся 45 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом метода Фаэдо–Галёркина и умение его применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нестационарных задач математической физики	1.Схема метода Фаэдо–Галёркина.
Уметь: применять методы функционального анализа для исследования нестационарных начально-краевых задач математической физики	1.Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и решена задача с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и приведено решение задачи, которое содержит некритические вычислительные ошибки.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и намечено решение задачи.

КМ-8. Нелинейные параболические уравнения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Задание на контрольную работу выдаётся во время планового практического занятия. Контрольная работа содержит 1 теоретический вопрос и 1 задачу. Для написания работы студенту даётся 45 минут.

Краткое содержание задания:

Контрольная работа проверяет знание студентом методов исследования начально-краевых задач для нелинейных параболических уравнений и умение их применять.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные методы функционального анализа, применяемые при исследовании нестационарных задач математической физики	1. Методы монотонности и компактности.
Уметь: применять методы функционального анализа для исследования нестационарных начально-краевых задач математической физики	1. Исследование разрешимости начально-краевой задачи для нелинейного параболического уравнения.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и решена задача с возможными несущественными погрешностями.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и приведено решение задачи, которое содержит некритические вычислительные ошибки.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и намечено решение задачи.

Для курсового проекта/работы

3 семестр

I. Описание КП/КР

В начале семестра студенту выдаётся индивидуальное задание. Задание состоит из 4-х частей. В конце семестра студент должен представить отчёт о проделанной работе.

II. Примеры задания и темы работы

Пример задания

Провести исследование краевой (начально-краевой) задачи по следующей схеме.

1. Проанализировать постановку задачи. Подобрать функциональные пространства.
2. Провести анализ методов, применяемых при исследовании краевых (начально-краевых) задач, с целью выбора методов исследования, подходящих для поставленной задачи.
3. Провести исследование разрешимости поставленной задачи.
4. Написать отчёт о проделанной работе.

Тематика КП/КР:

1. Исследование разрешимости стационарной краевой задачи.
2. Исследование разрешимости нестационарной начально-краевой задачи.

КМ-1. Изучение материалов

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если студентом полностью самостоятельно проведён анализ постановки задачи, выбраны адекватные функциональные пространства, в рамках которых будет проводиться исследование разрешимости задачи.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если студентом преимущественно самостоятельно проведён анализ постановки задачи, выбраны адекватные функциональные пространства, в рамках которых будет проводиться исследование разрешимости задачи.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент под руководством преподавателя провёл анализ постановки задачи и выбрал функциональные пространства, в рамках которых будет проводиться исследование разрешимости задачи.

КМ-2. Анализ и подбор методов исследования

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если студент полностью самостоятельно провёл анализ имеющихся методов исследования краевых/начально-краевых задач и выбрал те методы, которые могут быть применены для исследования разрешимости предложенной задачи.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если студент преимущественно самостоятельно провёл анализ имеющихся методов исследования краевых/начально-краевых задач и выбрал те методы, которые могут быть применены для исследования разрешимости предложенной задачи.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент под руководством преподавателя провёл анализ имеющихся методов исследования краевых/начально-краевых задач и выбрал те методы, которые могут быть применены для исследования разрешимости предложенной задачи.

КМ-3. Исследование разрешимости задачи

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если студент полностью самостоятельно провёл исследование разрешимости предложенной задачи.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если студент преимущественно самостоятельно провёл исследование разрешимости предложенной задачи.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент под руководством преподавателя провёл исследование разрешимости предложенной задачи.

КМ-4. Написание отчёта

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если отчёт оформлен по всем правилам оформления научных статей, содержит полное описание всех этапов исследования.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если отчёт оформлен по всем правилам оформления научных статей, содержит описание всех этапов исследования, не всегда полное.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если отчёт содержит описание основных этапов исследования и в целом соответствует правилам оформления научных статей.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Рефлексивность пространств Соболева.
2. Метод Галёркина.

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса из программы экзамена. На подготовку к ответу студенту даётся 60 минут. Во время ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы по программе экзамена.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого для описания информационных и математических моделей

Вопросы, задания

1. Разбиение единицы.
2. Обобщённые производные по Соболеву: определение и простейшие свойства.
3. Обобщённые производные по Соболеву и усреднение.
4. Критерий постоянства локально суммируемой функции на открытом связном множестве.
5. Производная произведения.
6. Пространства Соболева: определение, свойства полноты и сепарабельности.
7. Рефлексивность пространств Соболева.
8. Пространство $W^{730} p_p(G)$. Продолжение функций из пространства $W^{730} p_p(G)$. Формула интегрирования «по частям».
9. Неравенство Фридрихса. Эквивалентная норма на пространстве $W^{730} p_p(G)$.
10. Теорема о свойствах сечений функции, обладающей обобщённой производной по Соболеву, и обратная к ней теорема.
11. Пространства $W^{730} p_p(G)$. Равенство $W^{730} p_p(R) = W_p^p p_p(R)$.
12. Теорема Мейерса–Серрина ($H = W$).
13. Замена переменных для функций из пространств Соболева. Понятие об открытом множестве в R с границей класса $C, k = 0, 1, \dots, \infty$.
14. Плотность сужений на G функций из $C_0^0 0_0(R)$ в пространстве $W_p^p p_p(G)$.
15. Продолжение функций из пространства $W_p^p p_p(G)$ (метод Уитни–Хестенса–Сили).
16. Интегральные операторы вида $Af(x) = \int_G \frac{G}{G} K(x, y)f(y)dy$: условия, при которых такие операторы непрерывны и вполне непрерывны.
17. Интегральные операторы $A_k^k f(x) = \int_G \frac{G}{G} \frac{x_k^k - y_k^k}{|x-y|} f(y)dy, 1 \leq k \leq d$: их непрерывность и полная непрерывность.

18. Вложения пространства $W_p^{730} p_p(G)$. След функции из $W_p^{730} p_p(G)$ на многообразии $S \subset \dots$
19. Вложения пространства $W_p^p p_p(G)$. След функции из $W_p^p p_p(G)$ на многообразии $S \subset \dots$
20. Вложения пространства $W_p^p p_p(R)$. След функции из $W_p^p p_p(R)$ на многообразии $S \subset R$.
21. Вложения пространств $W_p^p p_p(G)$ (теорема Соболева–Кондрашова).
22. Эквивалентные нормировки пространства $W_p^p p_p(G)$.
23. Неравенство Пуанкаре.
24. Пространства $W_2^2 2_2(G)$ и $W_2^2 2_2(\partial G)$.
25. Обобщённые решения. Примеры краевых задач, приводящих к операторным уравнениям вида $Au = f$.
26. Обобщённые решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
27. Обобщённые решения задачи Неймана для уравнения Пуассона.
28. Обобщённые решения задачи Робена для уравнения Пуассона.
29. Метод Галёркина.
30. Лемма Лакса–Мильграма.
31. Задача на собственные значения $-\Delta u = \lambda u$.
32. Регулярность обобщённого решения уравнения Пуассона. Регулярность обобщённого решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
33. Сильная и слабая дифференцируемость отображений нормированных пространств.
34. Дифференцируемость композиции отображений нормированных пространств.
35. Формула конечных приращений для отображений нормированных пространств.
36. Вторая производная и второй дифференциал. Формула Тейлора.
37. Метод Ньютона–Канторовича.
38. Условие Каратеодори и оператор Немыцкого.
39. Теорема Брауэра и лемма об остром угле.
40. Проекторы Шаудера и их свойства. Теорема Шаудера о неподвижной точке (принцип Шаудера).
41. Следствия принципа Шаудера. Теорема Лере–Шаудера.
42. Минимизация выпуклых функционалов.
43. Слабо полунепрерывные снизу функционалы и их минимизация.
44. Вариационный метод. Потенциал, примеры потенциальных задач.
45. Потенциальные операторы. Критерии потенциальности.
46. Метод Ритца.
47. Монотонные операторы. Критерии монотонности.
48. Коэрцитивные операторы. Связь равномерной монотонности с коэрцитивностью.
49. Связь монотонности оператора с локальной ограниченностью.
50. Теорема о свойстве M для монотонного оператора.
51. Монотонные потенциальные операторы.
52. Основная теорема теории монотонных операторов.
53. Метод компактности.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Верно ли, что если функция $f: (a, b) \rightarrow R$ обладает обобщённой производной по Соболеву, то она дифференцируема в классическом смысле всюду на (a, b) ?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

2. Пространство Соболева $W_p^p p_p(G)$ полно при любых $t \in N$ и

Ответы:

а) $1 < p < \infty$;

б) $1 \leq p < \infty$;

в) $1 \leq p \leq \infty$.

Верный ответ: в

3. Пространство Соболева $W_p^m p_p(G)$ сепарабельно при любых $m \in N$ и

Ответы:

а) $1 < p < \infty$;

б) $1 \leq p < \infty$;

в) $1 \leq p \leq \infty$.

Верный ответ: б

4. Пространство Соболева $W_p^m p_p(G)$ рефлексивно при любых $m \in N$ и

Ответы:

а) $1 < p < \infty$;

б) $1 \leq p < \infty$;

в) $1 \leq p \leq \infty$.

Верный ответ: а

5. Верно ли равенство $W_p^m p_p(R) = W_p^m p_p(R)$?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

6. Слабое обобщённое решение однородной задачи Дирихле для уравнения Пуассона является функцией класса

Ответы:

а) W_2^2 ;

б) C ;

в) W_2^2 ;

г) C .

Верный ответ: в

7. Что достаточно потребовать от непустого подмножества банахова пространства, чтобы любое непрерывное отображение этого множества в себя имело неподвижную точку?

Ответы:

а) ограниченность

б) замкнутость

в) выпуклость

г) выпуклость и компактность

д) компактность

е) замкнутость и выпуклость

ж) ограниченность и выпуклость

Верный ответ: г

8. Верно ли, что если отображение одного нормированного пространства в другое дифференцируемо в точке по Гато, то оно дифференцируемо в этой точке и по Фреше?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: нет

9. Какие методы позволяют строить приближенные решения краевых задач?

Ответы:

а) метод Галёркина

б) принцип неподвижной точки Шаудера

в) принцип сжимающих отображений

г) метод Рунге

Верный ответ: а, в, г

10. Вариационный метод исследования разрешимости стационарных задач применим к задачам

Ответы:

- а) со сжимающим оператором
- б) с непрерывным оператором
- в) с непрерывно дифференцируемым оператором
- г) с потенциальным оператором
- д) с монотонным оператором

Верный ответ: г

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов дисциплины, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, даёт полный исчерпывающий ответ как на основные вопросы билета, так и на дополнительные вопросы экзаменатора.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» ставится, если студент обнаруживает полное знание материалов дисциплины, успешно выполняет предусмотренные программой задания; в ответе имеют место несущественные неточности, которые студент способен исправить самостоятельно, благодаря наводящему вопросу.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание материалов дисциплины в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; в ответе на основные вопросы билета и/или дополнительные вопросы экзаменатора имеются существенные неточности, но студент обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством экзаменатора.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

3 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Интеграл Бохнера и пространство $L_{\text{undefinied}}, b; X_{\text{undefinied}}$. Теорема Бохнера.
2. Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения.

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса из программы экзамена. На подготовку к ответу студенту даётся 60 минут. Во время ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы по программе экзамена.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого для описания информационных и математических моделей

Вопросы, задания

1. Пространство $C([a, b]; X)$: полнота, сепарабельность.
2. Деминепрерывные функции. Пространство $C_w^w([a, b]; X)$ и его полнота.
3. Пространство $C([a, b]; X)$ ($m \in N$): полнота, сепарабельность.
4. Слабо дифференцируемые функции.
Пространство $C_w^w[a, b]; X$ ($m \in N$) и его полнота.
5. Сильно и слабо измеримые функции и пространства $M[a, b]; X$, $M_w[a, b]; X$.
6. Теорема Петтиса.
7. Сильная измеримость предела сходящейся почти всюду последовательности сильно измеримых функций. Сильная измеримость деминепрерывных функций.
8. Интеграл Бохнера и пространство $L[a, b]; X$. Теорема Бохнера.
9. Абсолютная непрерывность и счётная аддитивность интеграла Бохнера. Однородность интеграла Бохнера относительно линейных непрерывных операторов.
10. Пространство $L[a, b]; X$. Плотность множества $C \circ \circ[a, b]; X$ и множества ступенчатых функций в пространстве $L[a, b]; X$.
11. Пространства $L_p^p[a, b]; X$, $1 \leq p \leq \infty$. Плотность множества $C \circ \circ[a, b]; X$ и множества ступенчатых функций в пространстве $L_p^p[a, b]; X$ при $1 \leq p < \infty$.
12. Непрерывность относительно сдвига функций из $L_p^p[a, b]; X$ при $1 \leq p < \infty$.
13. Полнота пространства $L_p^p[a, b]; X$ при $1 \leq p \leq \infty$ и сепарабельность при $1 \leq p < \infty$.
14. Неравенство Гёльдера. Гильбертово пространство $L_2^2[a, b]; X$.
15. Теорема Рисса о представлении линейных непрерывных функционалов над $L_p^p[a, b]; X$ при $1 \leq p < \infty$.
16. Интеграл Бохнера с переменным пределом. Формула Ньютона–Лейбница.
17. Обобщённые функции со значениями в банаховом пространстве. Регулярные и сингулярные обобщённые функции.
18. Операция дифференцирования обобщённых функций со значениями в банаховом пространстве и её свойства.
19. Пространство $W_{p_0^0, p_1^1}^{p_0^0, p_1^1}[a, b]; X_0^0, X_1^1$ ($1 \leq p_0^0, p_1^1 \leq \infty$): полнота, сепарабельность.
20. Вложение $W_{p_0^0, p_1^1}^{p_0^0, p_1^1}[a, b]; X_0^0, X_1^1 \hookrightarrow C[a, b]; X_1^1$.
21. Лемма о сходимости в $C[a, b]; X$. Лемма об одном интерполяционном неравенстве.
22. Теорема Дубинского.
Вложение $W_{p_0^0, p_1^1}^{p_0^0, p_1^1}[a, b]; X_0^0, X_1^1 \hookrightarrow \hookrightarrow$

$C_{\text{undefined}}[a, b]; X_1^1 1_1 \text{ undefined}$ при $1 \leq p_0^0 \leq \infty, 1 < p_1^1 \leq \infty$. Теорема Обэна–Лионса.

23. Плотность $C_{\text{undefined}}[a, b]; X_0^0 0_0 \text{ undefined}$ в

$W_{p_0^0 0_0, p_1^1}^{p_0^0 0_0, p_1^1} p_0^0 0_0, p_1^1 p_0^0 0_0, p_1^1 \text{ undefined}$ $a, b; X_0^0 0_0, X_1^1 1_1 \text{ undefined}$ при $1 \leq p_0^0 0_0, p_1^1 < \infty$.

24. Вложение $W_{p_0^0 0_0, p_1^1}^{p_0^0 0_0, p_1^1} p_0^0 0_0, p_1^1 p_0^0 0_0, p_1^1 \text{ undefined}$ $a, b; X, X_{\text{undefined}} \hookrightarrow$

$C_{\text{undefined}}[a, b]; H_{\text{undefined}}$ и формула интегрирования «по частям».

25. Начально-краевые задачи как операторные дифференциальные уравнения.

26. Неравенство Гронуолла. Теорема Каратеодори о локальной разрешимости задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

27. Теорема о глобальной разрешимости задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

28. Метод Фаэдо–Галёркина.

29. Исследование разрешимости начально-краевых задач для линейного параболического уравнения.

30. Использование метода компактности для доказательства разрешимости начально-краевых задач для квазилинейного параболического уравнения.

31. Использование метода монотонности для доказательства разрешимости начально-краевой задачи для нелинейного параболического уравнения.

32. Существование и единственность решения начальной задачи для эволюционного операторного уравнения $u + A(u) = f$ с монотонным оператором A .

33. Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного гиперболического уравнения.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Пусть X — нормированное пространство. Верно ли, что пространство $C([a, b]; X)$ является банаховым в том и только в том случае, когда пространство X банахово?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

2. Пусть X — нормированное пространство. Верно ли, что пространство $C([a, b]; X)$ является сепарабельным в том и только в том случае, когда пространство X сепарабельно?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

3. Во что перейдёт теория интеграла Бохнера для функций $f: (a, b) \rightarrow X$, если $X = R$?

Ответы:

а) В теорию интеграла Римана.

б) В теорию интеграла Римана–Стилтьеса.

в) В теорию интеграла Лебега.

г) В теорию интеграла Лебега–Стилтьеса.

Верный ответ: в

4. Пусть X — нормированное пространство. Верно ли, что пространство $L_p^p(a, b; X)$ является банаховым при всех $1 \leq p \leq \infty$ в том и только в том случае, когда пространство X банахово?

Ответы:

да, нет

Верный ответ: да

5. Пусть X — нормированное пространство. Пространство $L^p_p(a, b; X)$ является сепарабельным в том и только в том случае, когда

Ответы:

- а) $1 < p < \infty$;
- б) $1 \leq p < \infty$;
- в) $1 \leq p \leq \infty$;
- г) $1 < p < \infty$ и X сепарабельно;
- д) $1 \leq p < \infty$ и X сепарабельно;
- е) $1 \leq p \leq \infty$ и X сепарабельно.

Верный ответ: д

6. Метод Фаэдо–Галёркина — это метод построения приближенных решений

Ответы:

- а) для стационарных задач
- б) для нестационарных задач

Верный ответ: б

7. Пусть X — банахово пространство. Для существования и единственности функции $u \in C([0, T]; X)$, являющейся решением задачи Коши $u(t) = f(t, u(t))$, $u(0) = a$, достаточно потребовать, чтобы $f(\cdot, x) \in C([0, T]; X)$ при любом $x \in X$ и

Ответы:

- а) $f(t, \cdot) \in C(X; X)$ при любом $t \in [0, T]$;
- б) $f(t, \cdot) \in Lip(X; X)$ при любом $t \in [0, T]$;
- в) чтобы существовала константа $L > 0$ такая, что $\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L \|x - y\|$ для всех $t \in [0, T]$ и $x, y \in X$.

Верный ответ: в

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов дисциплины, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, даёт полный исчерпывающий ответ как на основные вопросы билета, так и на дополнительные вопросы экзаменатора.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» ставится, если студент обнаруживает полное знание материалов дисциплины, успешно выполняет предусмотренные программой задания; в ответе имеют место несущественные неточности, которые студент способен исправить самостоятельно, благодаря наводящему вопросу.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание материалов дисциплины в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; в ответе на основные вопросы билета и/или дополнительные вопросы экзаменатора имеются существенные неточности, но студент обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством экзаменатора.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

Для курсового проекта/работы:

3 семестр

Форма проведения: Защита КП/КР

I. Процедура защиты КП/КР

На защите курсовой работы студенту задаются теоретические и практические вопросы по представленному отчёту.

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется, если проведено исчерпывающее исследование поставленной задачи, представленный отчёт содержит подробное описание всех этапов исследования, студент уверенно отвечает на теоретические и практические вопросы по выполненной работе.

Оценка: 4

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется, если проведено полное исследование поставленной задачи, представленный отчёт содержит описание всех этапов исследования (не всегда подробное), в ответе студента на теоретические и практические вопросы по выполненной работе имеют место несущественные неточности, которые студент способен исправить самостоятельно, благодаря наводящему вопросу.

Оценка: 3

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется, если исследование поставленной задачи в целом проведено, представленный отчёт содержит описание основных этапов исследования (не всегда подробное), в ответе студента на теоретические и практические вопросы по выполненной работе имеются существенные неточности, но студент обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством экзаменатора.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка за курсовую работу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».