

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Численные методы математической физики**

**Москва
2021**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель
(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Вестфальский А.Е.
	Идентификатор	Rd0dd34ac-VestfalskyAY-542acad

А.Е.
Вестфальский
(расшифровка подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф.
Черепова
(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков
(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ПК-1 Способен создавать, исследовать и реализовывать математические модели естествознания и технологий

ИД-6 Разрабатывает и исследует алгоритмы численного решения прикладных задач

ИД-7 Анализирует результаты численного и аналитического решения прикладных задач

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Защита задания

1. Численное решение модельной двумерной краевой задачи (Лабораторная работа)

2. Численное решение модельной одномерной краевой задачи (Лабораторная работа)

3. Численное решение нерегулярной двумерной краевой задачи (Лабораторная работа)

4. Численное решение одномерной краевой задачи с переменным коэффициентом (Лабораторная работа)

БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	16
Метод конечных элементов					
Метод конечных элементов		+	+	+	
Многосеточные методы					
Многосеточные методы			+	+	+
Вес КМ:		20	20	40	20

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-1	ИД-6 _{ПК-1} Разрабатывает и исследует алгоритмы численного решения прикладных задач	Знать: обобщенные постановки основных задач математической физики и их свойства математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов Уметь: практически реализовывать и применять указанные методы строить дискретные аналоги краевых задач для основных уравнений математической физики и численные методы их решения	Численное решение модельной одномерной краевой задачи (Лабораторная работа) Численное решение одномерной краевой задачи с переменным коэффициентом (Лабораторная работа) Численное решение модельной двумерной краевой задачи (Лабораторная работа)
ПК-1	ИД-7 _{ПК-1} Анализирует результаты численного и аналитического решения прикладных задач	Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически	Численное решение нерегулярной двумерной краевой задачи (Лабораторная работа)

		обоснованными свойствами решений краевых задач	
--	--	--	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Численное решение модельной одномерной краевой задачи

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения строить дискретные аналоги краевых задач для основных уравнений математической физики и численные методы их решения.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: практически реализовывать и применять указанные методы	1. Постройте разностную схему для одномерного стационарного уравнения теплопроводности. 2. Постройте разностную схему для одномерного нестационарного уравнения теплопроводности. 3. Постройте разностную схему для задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
Уметь: строить дискретные аналоги краевых задач для основных уравнений математической физики и численные методы их решения	1. Постройте аппроксимацию краевых условий 2 или 3 рода с порядком точности, соответствующим порядку аппроксимации дифференциального уравнения.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

КМ-2. Численное решение одномерной краевой задачи с переменным коэффициентом

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Цель задания – проверка знания обобщенных постановок основных задач математической физики и их свойств.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов	1. Дайте определение пространств $W_2^0(\Omega)$ и $W_2^1(\Omega)$.
Знать: обобщенные постановки основных задач математической физики и их свойства	1. Сформулируйте обобщенную постановку первой краевой задачи для уравнения Пуассона. 2. При каких условиях обобщенное решение краевой задачи для уравнения Пуассона будет совпадать с классическим? 3. Сформулируйте обобщенную постановку начально-краевой задачи для параболического уравнения. 4. Сформулируйте обобщенную постановку первой краевой задачи для одномерного стационарного уравнения теплопроводности.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

КМ-3. Численное решение модельной двумерной краевой задачи

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 40

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Цель задания – проверка знания математического аппарата метода конечных элементов и многосеточных методов, а также умения практически реализовывать и применять указанные методы

Контрольные вопросы/задания:

Знать: математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов	<ol style="list-style-type: none">1.Изложите общую схему метода конечных элементов на примере одномерной или двумерной стационарной краевой задачи.2.Приведите примеры построения конечномерных аппроксимаций решений краевых задач и соответствующие оценки погрешности.3.Перечислите основные этапы многосеточных методов. Сформулируйте теоремы сходимости различных вариантов классического многосеточного метода.
Уметь: практически реализовывать и применять указанные методы	<ol style="list-style-type: none">1.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы на выданных тестовых примерах.
Уметь: строить дискретные аналоги краевых задач для основных уравнений математической физики и численные методы их решения	<ol style="list-style-type: none">1.Модифицируйте разработанную компьютерную программу для задачи с другим краевым условием.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

КМ-4. Численное решение нерегулярной двумерной краевой задачи

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Лабораторная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита проводится в форме собеседования, сопровождаемого демонстрацией работы разработанной компьютерной программы.

Краткое содержание задания:

Цель защиты – проверка умения сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач	<ol style="list-style-type: none">1.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при уменьшении шага дискретизации. Объясните наблюдаемые эффекты.2.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при различных стратегиях смены сеточных уровней. Объясните наблюдаемые эффекты.3.Продемонстрируйте работу разработанной компьютерной программы при изменении гладкости базисных функций. Объясните наблюдаемые эффекты.
---	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, ответы на вопросы полностью раскрывают суть выполненной работы.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется, если задание выполнено в полном объеме, большинство вопросов раскрыто. суть работы, в целом, описана.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание выполнено с недочетами, ответы на вопросы демонстрируют неполное понимание применяемых технологий.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Опишите общую структуру многосеточного метода.
2. Докажите сходимость W–цикла многосеточного метода.

Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. В течение 60 минут студент(ка) готовит письменный ответ, после чего следует беседа по написанным материалам. Кроме ответа на вопросы билета студент должен ответить на дополнительные вопросы.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-бпк-1 Разрабатывает и исследует алгоритмы численного решения прикладных задач

Вопросы, задания

1. Пространство $W_2^1(\Omega)$, скалярное произведение и норма в нем. Неравенство Фридрикса и эквивалентная нормировка.
2. Слабая постановка краевой задачи для уравнений второго порядка в одномерном и двумерном случае. Слабые решения.
3. Проекционная постановка краевой задачи. Понятие о методе конечных элементов.
4. Операторы продолжения и проектирования (действующие между мелкой и грубой сетками). Пример построения операторов. Их матрицы.
5. Аппроксимация дифференциального оператора задачи. Матрица оператора. Примеры. Связь сеточных операторов на мелкой и грубой сетках (2 способа).
6. Общее описание двухсеточного метода. Матрица итераций метода.
7. Сходимость двухсеточного метода для модельной задачи.
8. Общее описание многосеточного метода. V- и W- циклы. Пред- и пост- сглаживания.
9. Матрица итераций многосеточного метода.
10. Сходимость V-цикла.
11. Сходимость W-цикла.
12. Слабая постановка начально-краевой задачи для параболического уравнения.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате. Среди предложенных ниже утверждений есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Количество узлов укрупненной сетки обязательно должно быть в 4 раза меньше, чем у исходной.

Один из способов получения матрицы системы на грубой сетке заключается в том, чтобы записать на этой сетке формулы сеточного оператора задачи.

Каждая итерация двухсеточного метода состоит из двух этапов: сглаживания и коррекции на грубой сетке.

Верный ответ: 2 и 3

2. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.

Среди предложенных ниже утверждений есть верные (одно или несколько).

Выберите их.

Ответы:

1. Каждая итерация двухсеточного метода состоит из двух этапов: сглаживания и коррекции на грубой сетке.

2. Операторы проекции и продолжения являются взаимно обратными.

3. При проекции сеточной функции на укрупненную сетку ее значения всегда сохраняются в тех узлах, которые совпадают на обеих сетках.

Верный ответ: 1.

3. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. При грамотном подборе составляющих многосеточный метод имеет трудоемкость, пропорциональную количеству узлов сетки.

2. В алгоритме V-цикла осуществляется однократный рекурсивный вызов, а в алгоритме W-цикла двукратный.

3. В алгоритме F-цикла осуществляется двукратный рекурсивный вызов, а в алгоритме V-цикла рекурсия отсутствует.

Верный ответ: 1 и 2.

4. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. В алгоритме V-цикла осуществляется однократный рекурсивный вызов, а в алгоритме W-цикла двукратный.

2. Многосеточный метод является прямым, состоящим из заранее определенного количества повторов того или иного цикла.

3. V-цикл и W-цикл являются экономичными при любой стратегии укрупнения сетки.

Верный ответ: 1.

5. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Для улучшения сходимости двухсеточного метода на каждой итерации следует проводить повторную коррекцию на грубой сетке.
2. Оператор коррекции на грубой сетке имеет ненулевое ядро.
3. Двухсеточный метод сходится уже при одном сглаживании на каждой итерации.

Верный ответ: 2.

6. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. В базисе из собственных функций сеточного оператора Лапласа матрица перехода двухсеточного метода является диагональной.
2. Все инвариантные подпространства матрицы перехода двухсеточного метода решения модельной задачи имеют размерность не более четырех.
3. Оператор коррекции на грубой сетке имеет ненулевое ядро.

Верный ответ: 2 и 3.

7. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Матрица перехода многосеточного метода на самом грубом сеточном уровне является нулевой.
2. Сходимость двухсеточного метода является достаточным условием (совместно с другими) сходимости W -цикла.

3. Теорема сходимости W-цикла верна также для методов с большим количеством рекурсивных вызовов.

Верный ответ: 1, 2 и 3.

8. Рассмотрим многосеточный метод решения двумерной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате.

Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Связь между матрицами перехода W-цикла и двухсеточного метода можно установить только при отсутствии постсглаживаний.

3.

Сходимость W-цикла можно обосновать, анализируя собственные числа матрицы перехода.

3. Теорема сходимости W-цикла верна также для методов с большим количеством рекурсивных вызовов.

Верный ответ: 3.

9. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Сходимость V-цикла следует из сходимости двухсеточного метода.

2. V-цикл и W-цикл всегда сходятся или расходятся одновременно.

3. Оператор задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате удовлетворяет всем условиям теоремы сходимости V-цикла.

Верный ответ: 3.

2. Компетенция/Индикатор: ИД-7_{ПК-1} Анализирует результаты численного и аналитического решения прикладных задач

Вопросы, задания

1. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений. Исследование скорости их сходимости.

2. Сглаживающее свойство базовых итерационных методов.

3. Сходимость конечномерных аппроксимаций уравнений математической физики.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На более грубой сетке решается задача по поиску ошибки решения на мелкой сетке.
2. Укрупнение сетки необходимо проводить до тех пор, пока не останется только один внутренний узел.
3. На более грубой сетке решается задача по поиску приближенного решения той же задачи, что и на мелкой.

Верный ответ: 1.

2. Среди предложенных ниже утверждений о классическом мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На более грубой сетке решается задача по поиску ошибки решения на мелкой сетке.
2. Если сеточных уровней более двух, то количество постсглаживаний должно быть больше, чем количество предсглаживаний.
3. Если сеточных уровней более двух, то количество постсглаживаний обязательно должно совпадать с количеством предсглаживаний.

Верный ответ: 1.

3. Среди предложенных ниже утверждений о полном мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. Алгоритм вложенных итераций можно применить к классическому методу Зейделя (без мультигрида).
2. На каждом сеточном уровне полного мультигрида можно совершать несколько многосеточных циклов.
3. В качестве интерполяции начального приближения рекомендуется использовать тот же оператор интерполяции, что на этапе коррекции на грубой сетке.

Верный ответ: 1 и 2.

4. Среди предложенных ниже утверждений о полном мультигриде есть верные (одно или несколько). Выберите их.

Ответы:

1. На разных сеточных уровнях полного мультигрида можно использовать разные многосеточные циклы.
2. В качестве интерполяции начального приближения рекомендуется использовать тот же оператор интерполяции, что на этапе коррекции на грубой сетке.
3. Переход от классического мультигрида к полному позволяет на порядок ускорить сходимость метода.

Верный ответ: 1.

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется студенту, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и разработки алгоритмов.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 75

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «хорошо» выставляется студенту, в основном, правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам.

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих