

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОПТИМАЛЬНОМ**  
**УПРАВЛЕНИИ**


<b>Блок:</b>	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
<b>Часть образовательной программы:</b>	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	Б1.Ч.02
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	3 семестр - 6;
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	216 часов
<b>Лекции</b>	3 семестр - 32 часа;
<b>Практические занятия</b>	3 семестр - 16 часов;
<b>Лабораторные работы</b>	3 семестр - 16 часов;
<b>Консультации</b>	3 семестр - 2 часа;
<b>Самостоятельная работа</b>	3 семестр - 149,5 часа;
<b>в том числе на КП/КР</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Иная контактная работа</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Лабораторная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	3 семестр - 0,5 часа;

**Москва 2020**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

(подпись)

М.Ф. Черепова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

(подпись)

П.В. Зубков

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение основ теории и методов решения задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными

### Задачи дисциплины

- освоение базовых знаний по методам минимизации дифференцируемых функционалов и методам решения некорректных экстремальных задач;
- получение представления о математическом моделировании задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-1 Способен создавать, исследовать и реализовывать математические модели естествознания и технологий	ИД-3 <sub>ПК-1</sub> Демонстрирует знание терминологии, основных понятий и методов решения прикладных задач	знать: - терминологию, основные понятия и методы оптимального управления; - подход к получению сопряженной краевой задачи для задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.
ПК-1 Способен создавать, исследовать и реализовывать математические модели естествознания и технологий	ИД-5 <sub>ПК-1</sub> Применяет современные методы исследования математических моделей	уметь: - исследовать и применять численные методы для решения задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.
ПК-1 Способен создавать, исследовать и реализовывать математические модели естествознания и технологий	ИД-6 <sub>ПК-1</sub> Разрабатывает и исследует алгоритмы численного решения прикладных задач	уметь: - разрабатывать и исследовать алгоритмы численного решения некорректных экстремальных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать численные методы математической физики, математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, функциональный анализ

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Градиент. Условия оптимальности.	22	3	6	-	4	-	-	-	-	-	12	-	<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Задания ориентированы на решения задач по разделу "Градиент. Условия оптимальности". Студенту необходимо повторить теоретический материал и примеры решения задач по данной теме.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Градиент. Условия оптимальности". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 115-161 [2], с. 127-164</p>
1.1	Градиент. Условия оптимальности.	22		6	-	4	-	-	-	-	-	12	-	
2	Методы минимизации функционалов.	22		6	-	4	-	-	-	-	-	12	-	
2.1	Методы минимизации функционалов.	22		6	-	4	-	-	-	-	-	12	-	

													<p>Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 66-91</p>
3	Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.	52	6	8	2	-	-	-	-	-	36	-	<p><b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Подготовка к выполнению и защите лабораторной работы по теме "Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня". Студенту необходимо выполнить индивидуальный вариант лабораторной работы, объяснить полученные результаты, ответить на дополнительные вопросы по теме контрольного мероприятия.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 116-134 [4], с. 5-12, 17-23</p>
3.1	Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.	52	6	8	2	-	-	-	-	-	36	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 116-134 [4], с. 5-12, 17-23</p>
4	Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.	12	4	-	2	-	-	-	-	-	6	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту</p>

4.1	Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.	12		4	-	2	-	-	-	-	-	6	-	необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 146-152
5	Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.	52		6	8	2	-	-	-	-	-	36	-	<b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Подготовка к выполнению и защите лабораторной работы по теме "Моделирование оптимального управления процессом колебания струны". Студенту необходимо выполнить индивидуальный вариант лабораторной работы, объяснить полученные результаты, ответить на дополнительные вопросы по теме контрольного мероприятия.
5.1	Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.	52		6	8	2	-	-	-	-	-	36	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 134-146 [4], с. 12-23
6	Методы решения некорректных экстремальных задач	20		4	-	2	-	-	-	-	-	14	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Методы решения некорректных экстремальных задач". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо
6.1	Методы решения некорректных экстремальных задач	20		4	-	2	-	-	-	-	-	14	-	

													выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 159-202
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	216.0	32	16	16	-	2	-	-	0.5	116	33.5	
	Итого за семестр	216.0	32	16	16		2	-		0.5		149.5	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Градиент. Условия оптимальности.

1.1. Градиент. Условия оптимальности.

Дифференцируемые функционалы. Выпуклые функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условия оптимальности. Теорема Вейерштрасса в функциональных пространствах..

#### 2. Методы минимизации функционалов.

2.1. Методы минимизации функционалов.

Градиентный метод. Метод проекции градиента. Метод условного градиента. Метод возможных направлений. Метод сопряженных направлений. Метод Ньютона. Метод с кубической скоростью сходимости. Метод штрафных функций..

#### 3. Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.

3.1. Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.

Постановка задачи. Сопряженная краевая задача. Градиент. Условие Липшица для градиента. Условия оптимальности. Методы решения..

#### 4. Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.

4.1. Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.

Постановка задачи. Сопряженная краевая задача. Градиент. Условия оптимальности. Методы решения..

#### 5. Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.

5.1. Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.

Задачи оптимального управления колебаниями струны и стержня. Постановка задач. Сопряженные краевые задачи. Градиент. Условие Липшица для градиента. Условия оптимальности. Методы решения..

#### 6. Методы решения некорректных экстремальных задач

6.1. Методы решения некорректных экстремальных задач

Постановка задачи. Стабилизатор. Нормальное решение. Основные леммы регуляризации. Метод Тихонова..

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Дифференцируемые функционалы. Выпуклые функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условия оптимальности;
2. Методы минимизации функционалов;
3. Оптимальное управление процессом нагрева стержня;



4. Оптимальное управление колебательными процессами;
5. Оптимальное управление процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными;
6. Методы решения некорректных экстремальных задач.

### **3.4. Темы лабораторных работ**

1. Оптимальное управление процессом нагрева стержня;
2. Оптимальное управление процессом колебания струны.

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов раздела "Градиент. Условия оптимальности."
2. Обсуждение материалов раздела "Методы минимизации функционалов."
3. Обсуждение материалов раздела "Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня."
4. Обсуждение материалов раздела "Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными."
5. Обсуждение материалов раздела "Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами."
6. Обсуждение материалов раздела "Методы решения некорректных экстремальных задач"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)						Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	6	
<b>Знать:</b>								
подход к получению сопряженной краевой задачи для задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными	ИД-3ПК-1		+	+				Контрольная работа/Методы минимизации функционалов
терминологию, основные понятия и методы оптимального управления	ИД-3ПК-1	+						Контрольная работа/Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума
<b>Уметь:</b>								
исследовать и применять численные методы для решения задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными	ИД-5ПК-1			+	+			Лабораторная работа/Оптимальное управление процессом нагрева стержня
разрабатывать и исследовать алгоритмы численного решения некорректных экстремальных задач	ИД-6ПК-1					+	+	Лабораторная работа/Оптимальное управление процессом колебания струны

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **3 семестр**

Форма реализации: Защита задания

1. Оптимальное управление процессом колебания струны (Лабораторная работа)
2. Оптимальное управление процессом нагрева стержня (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Методы минимизации функционалов (Контрольная работа)
2. Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Экзамен (Семестр №3)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. В. М. Тихомиров, В. М. Алексеев, С. В. Фомин- "Оптимальное управление", Издательство: "Физматлит", Москва, 2007 - (192 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593>;
2. В. В. Александров, В. Г. Болтянский, С. С. Лемак, Н. А. Парусников, В. М. Тихомиров- "Оптимальное управление движением", Издательство: "Физматлит", Москва, 2005 - (375 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82277>;
3. Васильев, Ф. П. Методы решения экстремальных задач. Задачи минимизации в функциональных пространствах, регуляризация, аппроксимация : учебное пособие для вузов / Ф. П. Васильев . – М. : Наука, 1981 . – 400 с.;
4. Зубков, П. В. Оптимальное управление : методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу "Оптимальное управление" по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" / П. В. Зубков, А. Е. Вестфальский, Д. А. Титов, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ") . – Москва : Изд-во МЭИ, 2020 . – 24 с..

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office;
3. Windows;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Антиплагиат ВУЗ;
6. Python.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
2. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
3. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	М-712, Учебная лаборатория каф. МКМ	стол учебный, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

**БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ****Математическое моделирование в оптимальном управлении**

(название дисциплины)

**3 семестр****Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума (Контрольная работа)

КМ-2 Методы минимизации функционалов (Контрольная работа)

КМ-3 Оптимальное управление процессом нагрева стержня (Лабораторная работа)

КМ-4 Оптимальное управление процессом колебания струны (Лабораторная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Градиент. Условия оптимальности.					
1.1	Градиент. Условия оптимальности.		+			
2	Методы минимизации функционалов.					
2.1	Методы минимизации функционалов.			+		
3	Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.					
3.1	Математическое моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.			+	+	
4	Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.					
4.1	Математическое моделирование оптимального управления процессами, описываемыми системой первого порядка с частными производными.				+	
5	Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.					
5.1	Математическое моделирование оптимального управления колебательными процессами.					+
6	Методы решения некорректных экстремальных задач					
6.1	Методы решения некорректных экстремальных задач					+
Вес КМ, %:			20	20	30	30