

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

**Наименование образовательной программы: Вычислительные машины, комплексы, системы и сети**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Вычислительные методы**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Крупин Г.В.
	Идентификатор	R4188c978-KrupinGV-f4595e2b

(подпись)

Г.В. Крупин

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Гольцов А.Г.
	Идентификатор	R64210572-GoltsovAG-cebbd3e8

(подпись)

А.Г. Гольцов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Вишняков С.В.
	Идентификатор	R35b26072-VishniakovSV-02810d9

(подпись)

С.В.

Вишняков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ИД-2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

ИД-3 Демонстрирует знание основных методов теоретического и экспериментального исследования, применяемых в математике, физике и технических науках

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Защита задания

1. Основы теории погрешностей. Осознанное использование ЭВМ (Лабораторная работа)
2. Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)
3. Численное интегрирование (Лабораторная работа)
4. Численное решение задачи Коши (Лабораторная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ. Приближение функций (Расчетно-графическая работа)
2. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши и краевых задач (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

4 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %						
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6
	Срок КМ:	4	8	10	12	15	16
Основы теории погрешностей и машинной арифметики							
Основы теории погрешностей и машинной арифметики	+			+			
Решение нелинейных уравнений							
Решение нелинейных уравнений			+	+			

Решение систем линейных алгебраических уравнений						
Решение систем линейных алгебраических уравнений			+			
Приближение функций по методу наименьших квадратов. Интерполяция функций						
Приближение функций по методу наименьших квадратов. Интерполяция функций			+			
Численное интегрирование и дифференцирование						
Численное интегрирование и дифференцирование				+		+
Численное решение задачи Коши						
Численное решение задачи Коши					+	+
Численное решение краевых задач						
Численное решение краевых задач						+
Вес КМ:	10	20	20	20	20	10

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Уметь: грамотно реализовывать расчетные формулы вычислительных методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности выводить расчетные формулы вычислительных методов, строго обосновывать свойства изученных методов (оценки погрешности, сходимость, условия применения)	Основы теории погрешностей. Осознанное использование ЭВМ (Лабораторная работа) Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа) Численное интегрирование (Лабораторная работа) Численное решение задачи Коши (Лабораторная работа)

		правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов	
ОПК-1	ИД-3 <sub>ОПК-1</sub> Демонстрирует знание основных методов теоретического и экспериментального исследования, применяемых в математике, физике и технических науках	Знать: расчетные формулы, условия применения, оценки погрешностей и способы анализа сходимости и точности численных методов решения скалярных уравнений, численных методов решения СЛАУ, методов среднеквадратичного приближения и интерполяции функций расчетные формулы, условия применения, оценки погрешностей и способы анализа сходимости и точности методов численного интегрирования и дифференцирования, численных методов решения ОДУ и уравнений в частных производных	Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ. Приближение функций (Расчетно-графическая работа) Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши и краевых задач (Расчетно-графическая работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Основы теории погрешностей. Осознанное использование ЭВМ

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

#### Краткое содержание задания:

Защита ориентирована на проверку умения анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности.

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Приближенное число задано с известной относительной погрешностью. Указать количество верных цифр в записи этого числа.</li><li>2. Указать результат округления усечением и по дополнению заданного числа до четырех значащих цифр.</li><li>3. Вычисляется объем куба со стороной <math>a</math>, заданной с погрешностью 12%. Оценить во сколько раз уменьшится погрешность результата, если погрешность стороны уменьшить в 6 раз.</li><li>4. Определить, какое из равенств более точное.</li><li>5. Пусть имеется 10-ти разрядная десятичная ЭВМ с округлением усечением. Рассчитать машинное эpsilon для такой ЭВМ.</li></ol>
--	---

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### КМ-2. Решение нелинейных уравнений

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 20**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

**Краткое содержание задания:**

Защита ориентирована на проверку умения выводить расчетные формулы вычислительных методов, строго обосновывать свойства изученных методов (оценки погрешности, сходимость, условия применения).

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: выводить расчетные формулы вычислительных методов, строго обосновывать свойства изученных методов (оценки погрешности, сходимость, условия применения)	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Проверить можно ли локализовать корни заданного уравнения с помощью табулирования функции.</li><li>2. Проверить условия применимости метода бисекции для решения уравнения.</li><li>3. Применить априорную / апостериорную оценку погрешности для метода простой итерации.</li><li>4. Проверить будет ли метод Ньютона сходиться квадратично при решении заданного уравнения.</li><li>5. Выбрать из предложенных методов метод, обладающий квадратичной сходимостью для простых корней.</li></ol>
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-3. Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ.**

**Приближение функций**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 20**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты сдают на проверку выполненные задания.

**Краткое содержание задания:**

Выполнение задания проверяет знание расчетных формул, условий применения, оценок погрешностей и способов анализа сходимости и точности численных методов решения скалярных уравнений, численных методов решения СЛАУ, методов среднеквадратичного приближения и интерполяции функций..



### Контрольные вопросы/задания:

Знать: расчетные формулы, условия применения, оценки погрешностей и способы анализа сходимости и точности численных методов решения скалярных уравнений, численных методов решения СЛАУ, методов среднеквадратичного приближения и интерполяции функций

1. Как найти абсолютную и относительную погрешность заданной функции трех переменных?
2. Как локализовать корень заданного нелинейного уравнения и найти его методом бисекции с заданной точностью?
3. Как локализовать корень заданного нелинейного уравнения и найти его методом простой итерации с заданной точностью?
4. Как найти корень заданного нелинейного уравнения на заданном отрезке методом Ньютона с заданной точностью?
5. Как решить заданную СЛАУ методом Гаусса?
6. Как решить заданную СЛАУ методом прогонки?
7. Как вычислить нормы заданных матрицы и вектора. Найти относительную погрешность вектора, считая, что его компоненты получены округлением?
8. Как Осуществить три итерации методами простой итерации и Зейделя для заданной СЛАУ и выписать апостериорные оценки погрешности, а также оценить уменьшение нормы невязки за три итерации?
9. Как приблизить таблично заданную функцию МНК многочленами 1 и 2 степеней?
10. Как приблизить таблично заданную функцию МНК заданным обобщенным многочленом?
11. Как для функции, заданной таблицей, построить интерполяционный многочлен в формах Лагранжа и Ньютона?
12. Как для функции, заданной таблицей, построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона и оценить практически погрешность приближения в заданной точке?
13. Какими соображениями следует руководствоваться при выборе между интерполяцией и МНК?
14. Пусть узлы интерполяции расположены равномерно. Какой из многочленов (Лагранжа или Ньютона) будет интерполировать функцию более точно?
15. Существуют ли матрицы, системы с которыми невозможно решить методом Гаусса без выбора главного элемента?
16. Верно ли, что прямой метод решения СЛАУ дает точное значение решения, а итерационный – только приближенное?
17. С какой относительной погрешностью в заданной норме будет найдено решение системы  $Ax=b$ , если матрица  $A$  получена в результате округления дополнением, а вектор правых частей задан точно?
18. С какой относительной погрешностью в заданной норме будет найдено решение системы  $Ax=b$ , если матрица задана точно, а вектор правых частей

	<p>получен в результате округления усечением?</p> <p>19. Система уравнений <math>Ax=b</math> решается методом Зейделя с заданным начальным приближением. Как находится относительная погрешность решения после двух шагов метода.</p> <p>20. Система уравнений <math>Ax=b</math> решается методом Якоби с заданным начальным приближением. Как находится относительная погрешность решения после двух шагов метода?</p> <p>21. Функция задана таблицей. Как находится приближенно ее значение в заданной точке с помощью построения интерполяционного многочлена?</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Задания выполнены

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Задания не выполнены.

**КМ-4. Численное интегрирование**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

**Краткое содержание задания:**

Защита ориентирована на проверку умения правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сравнить ожидаемое приближенное значение интеграла, полученное по формуле правых прямоугольников, с точным значением интеграла при условии, что подынтегральная функция монотонно возрастает.</li> <li>2. Применить априорную оценку формулы центральных прямоугольников при заданном шаге интегрирования.</li> <li>3. Выписать уточнение по Рунге для формулы центральных прямоугольников.</li> <li>4. Указать приближенное значение заданного интеграла, вычисленное по элементарной формуле трапеций.</li> <li>5. Определить при каком максимальном шаге интегрирования <math>h</math> значение заданного интеграла будет вычислено по формуле центральных прямоугольников с заданной точностью?</li> </ol>
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-5. Численное решение задачи Коши**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

**Краткое содержание задания:**

Защита ориентирована на проверку умения грамотно реализовывать расчетные формулы вычислительных методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: грамотно реализовывать расчетные формулы вычислительных методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выписать правило Рунге оценки локальной погрешности для метода явного метода Эйлера.</li> <li>2. Найти приближенное значение решения в заданной точке <math>t</math> по усовершенствованному методу Эйлера-Коши с заданным шагом <math>h</math> для заданной задачи Коши.</li> <li>3. Выписать правило Рунге оценки локальной погрешности для метода Рунге-Кутты 4 порядка точности.</li> <li>4. Выписать формулы метода Эйлера-Коши, примененного к заданной задаче Коши.</li> <li>5. Оценить какой порядок точности по <math>h</math> имеет указанный численный метод.</li> </ol>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка:* 3

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 50

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### **КМ-6. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши и краевых задач**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты сдают на проверку выполненные задания.

#### **Краткое содержание задания:**

Выполнение задания проверяет знание расчетных формул, условий применения, оценок погрешностей и способов анализа сходимости и точности методов численного интегрирования и дифференцирования, численных методов решения ОДУ и уравнений в частных производных.

#### **Контрольные вопросы/задания:**

Знать: расчетные формулы, условия применения, оценки погрешностей и способы анализа сходимости и точности методов численного интегрирования и дифференцирования, численных методов решения ОДУ и уравнений в частных производных	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Как приближенно вычислить заданный определенный интеграл формулами центральных прямоугольников, трапеций, Симпсона и оценить погрешность с помощью априорных оценок и по правилу Рунге?</li><li>2.Как найти шаг, достаточный для вычисления заданного интеграла с заданной точностью формулой трапеций?</li><li>3.Как вычислить приближенно значение производной заданной функции в заданной точке по заданным формулам?</li><li>4.Как решить заданную задачу Коши явным методом Эйлера, методом Рунге-Кутты 2 порядка точности и выписать оценки погрешности по правилу Рунге?</li><li>5.Как решить краевую задачу для заданного одномерного стационарного уравнения теплопроводности и выписать оценки погрешности по правилу Рунге?</li></ol>
--	--

#### **Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Задания выполнены.

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Задания не выполнены.

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

НИУ МЭИ	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № __	Утверждаю Зав. кафедрой «_» _____ 20__ г								
	Кафедра <i>Математического и компьютерного моделирования</i> Дисциплина <b>Вычислительные методы</b> Поток А – 4,6-9,12 – __									
<p>1. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения: алгоритм, апостериорная оценка погрешности (с доказательством), критерий окончания итераций.</p> <p>2. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по таблице значений функции</p> <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>-1</td></tr></table>			x	2	3	4	y	1	2	-1
x	2	3	4							
y	1	2	-1							

## Процедура проведения

Экзамен проводится в письменно-устной форме. На подготовку ответа дается 60 минут. Кроме ответа на вопросы билета, студент должен ответить на дополнительные вопросы.

### ***I. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

### **Вопросы, задания**

1. Оценить погрешность вычисления центральной / левой / правой разностной производной заданной функции в заданной точке  $x$  с заданным шагом  $h$ .
2. Оценить абсолютную погрешность вычисления значения заданной функции, если известны погрешности, ее аргументов.
3. В заданном уравнении отмеченные коэффициенты получены в результате округления. Остальные коэффициенты заданы точно. По какой формуле можно оценить абсолютную погрешность решения уравнения?
4. Числа  $a$  и  $b$  заданы приближенно, известны их абсолютные погрешности. Оценить относительную погрешность заданной арифметической операции и использованием  $a$  и  $b$ .
5. Проверить, что уравнение  $f(x)=0$  имеет на отрезке  $[a,b]$  корень. Выполнить один шаг по методу бисекции / простой итерации / Ньютона для поиска этого корня. Построить критерий окончания итераций.
6. Можно ли гарантировать сходимость заданного итерационного процесса МПИ решения уравнения  $f(x)=0$  к корню, расположенному на заданном отрезке  $[a;b]$ ? Ответ обосновать.

7. Определить количество корней уравнения  $f(x)=0$  и локализовать их. Для конкретного корня выписать расчетные формулы метода простой итерации, обеспечив выполнение достаточного условия сходимости.
8. Определить количество итераций, достаточное для поиска приближенного решения функции  $f(x)=0$ , принадлежащего отрезку  $[a;b]$ , методом бисекции / простой итерации с заданной точностью.
9. Решить систему  $Ax=b$   $[3 \times 3]$  методом прогонки / Гаусса.
10. Записать расчетные формулы метода Зейделя / Якоби для решения СЛАУ  $Ax=b$   $[2 \times 2]$ . Рассчитать две итерации с заданным начальным приближением и выписать апостериорную оценку погрешности полученного приближения.
11. Функция задана таблицей значений. Аппроксимировать ее по методу наименьших квадратов многочленом первой степени.
12. Функция задана таблицей значений. Аппроксимировать ее по методу наименьших квадратов заданным обобщенным многочленом нулевой / первой степени.
13. Функция задана таблицей значений. Найти приближенно ее значение в заданной точке с помощью построения интерполяционного многочлена.
14. Оценить погрешность интерполяции заданной функции многочленом Лагранжа степени  $n$  с шагом  $h$  на отрезке  $[a;b]$ .
15. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа / Ньютона по таблице значений функции.
16. Вычислить приближенное значение заданного интеграла по формуле прямоугольников / трапеций / Симпсона с заданным шагом  $h$ .
17. Функция задана таблицей значений. Вычислить приближенное значение интеграла от нее по формуле трапеций / прямоугольников / Симпсона.
18. Интеграл вычисляется по квадратурной формуле прямоугольников / трапеций / Симпсона. Определить шаг, достаточный для достижения заданной точности.
19. Оценить погрешность интегрирования заданной функции по формуле прямоугольников / трапеций / Симпсона на заданном отрезке  $[a;b]$  с заданным шагом.
20. Для заданной функции вычислить центральную / левую / правую разностную производную в произвольной точке  $x$  с произвольным шагом  $h$ . Сравнить с точным значением первой производной.
21. Найти приближенное значение производной заданной функции в заданной точке  $x$ , применяя центральную / левую / правую разностную производную с заданным шагом  $h$ .
22. Записать расчетные формулы явного метода Эйлера / усовершенствованного метода Эйлера / метода Эйлера-Коши / метода II порядка точности, основанного на использовании формулы Тейлора для решения заданной задачи Коши. Найти с их помощью приближенное решение в заданных точках за минимально возможное количество шагов (речь идет о поиске одного решения).
23. Найти решение заданной задачи Коши явным методом Эйлера / усовершенствованным методом Эйлера / методом Эйлера-Коши / с заданным шагом  $h$  на заданном отрезке / в заданных точках. Оцените погрешность по правилу Рунге.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. По какой формуле можно вычислить абсолютную погрешность функции  $f(x)=\sqrt{x}$  при известной погрешности аргумента  $\Delta x$ ?

Ответы:

1.  $\Delta f \approx (1/2) * \Delta x$
2.  $\Delta f \approx \text{модуль}(1/(2 * \sqrt{x})) * \Delta x$
3.  $\Delta f \approx \text{модуль}(\sqrt{\Delta x})$

4.  $\Delta f \approx \text{модуль}(\sqrt{x}) \cdot \Delta x$

Верный ответ: 2

2. Какой из следующих итерационных процессов имеет наибольшую скорость сходимости?

Ответы:

1. 1)  $x(i+1) = 1/4x(i) + 2$

2)  $x(i+1) = 1/3x(i) + 14$

3)  $x(i+1) = 1/2x(i) + 1$

4)  $x(i+1) = 3x(i) + 2$

Верный ответ: 1

3. Для приближенного вычисления определенных интегралов выбрана формула второго порядка точности с шагом  $h = 0.01$ . Как изменится погрешность расчета при уменьшении шага в 2 раза?

Ответы:

1. 1) Станет равна  $0.01^2$

2) Уменьшится в 2 раза

3) Уменьшится в 4 раза

4) Станет равна  $0.005^2$

Верный ответ: 3

4. Пусть для точного значения вектора  $x = (5 \ 3)^T$  получено приближенное значение  $x^* = (4.8 \ 3.1)^T$ . Чему равна погрешность  $x - x^*$  в бесконечной норме?

Ответы:

1. 1) 0.1

2. 2) 0.2

3. 3) 0.3

4. 4) 0.4

Верный ответ: 2

5. Будет ли сходиться итерационный процесс  $x(k+1) = B \cdot x(k) + c$  с матрицей  $B = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.7 & 0.2 \end{pmatrix}$  и вектором  $c = (0.3 \ 0.8)^T$ ?

Ответы:

1. 1) Да, т.к. бесконечная норма  $B < 1$

2) Нет, т.к. первая норма  $B \neq 1$

3) Да, т.к. бесконечная норма  $c < 1$

4) Нет, т.к. первая норма  $c \neq 1$

Верный ответ: 1

6. Какой из многочленов интерполирует функцию, заданную таблицей  $(x, y) = (0, 2), (2, 0)$ ?

Ответы:

1. 1)  $P(x) = 2x$

2)  $P(x) = 2 - x$

3)  $P(x) = 2 - 2x$

4)  $P(x) = 2 + x$

Верный ответ: 2

7. Пусть интеграл от функции  $f(x)$  вычислен по формуле трапеций с шагом  $h = 0.4$ . Полученное значение обозначим  $I(0.4)$ . Что следует сделать для оценки погрешности этого значения по правилу Рунге?

Ответы:

1. 1) Вычислить величину  $I(0.8)$  с шагом  $h = 0.8$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.4) - I(0.8))/15$

2) Вычислить величину  $I(0.8)$  с шагом  $h = 0.8$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.4) - I(0.8))/3$

3) Вычислить величину  $I(0.2)$  с шагом  $h = 0.2$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.2) - I(0.4))/15$

4) Вычислить величину  $I(0.2)$  с шагом  $h = 0.2$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.2) - I(0.4))/3$

Верный ответ: 2

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-Зопк-1 Демонстрирует знание основных методов теоретического и экспериментального исследования, применяемых в математике, физике и технических науках

### Вопросы, задания

1. Основные источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность приближенного числа. Значение и верные цифры. Погрешности арифметических операций (без вывода).

2. Оценка погрешности вычисления функции одной переменной в зависимости от погрешности аргумента. Постановка задачи. Доказательство формулы. Погрешность вычисления функции нескольких переменных (без доказательства формулы).

3. Представление вещественных чисел в ЭВМ. Понятия машинной бесконечности, машинного нуля, машинного эпсилон.

4. Постановка задачи приближенного решения нелинейного уравнения. Основные этапы решения: локализация корней, итерационное уточнение корней. Понятие итерационного метода.

5. Метод бисекции решения нелинейного уравнения: алгоритм, геометрическая интерпретация, условия применения.

6. Метод бисекции решения нелинейного уравнения: оценка погрешности (с доказательством).

7. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения: алгоритм, теорема о сходимости (с доказательством), достаточное условие сходимости, априорная оценка погрешности, критерий окончания итераций.

8. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения: алгоритм, апостериорная оценка погрешности (с доказательством), критерий окончания итераций.

9. Метод простой итерации с параметром для решения нелинейного уравнения: построение расчетной формулы, вывод формул для параметра  $\alpha$  и соответствующего ему значения  $q$ .



10. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Геометрическая интерпретация, вывод расчетной формулы. Теорема о сходимости (с доказательством оценки погрешности), критерий окончания итераций (без доказательства).
11. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Достоинства и недостатки метода. Модификации метода (упрощенный метод Ньютона, метод ложного положения, метод секущих, метод Стеффенсена).
12. Постановка задачи решения СЛАУ. Понятие о прямых и итерационных методах ее решения.
13. Метод Гаусса для решения СЛАУ (схемы единственного деления и частичного выбора ведущего элемента). Трудоемкость (без вывода).
14. Треугольные СЛАУ. Метод прогонки: вывод расчетных формул, трудоемкость, условия применения (без доказательства).
15. Нормы векторов и матриц. Определение абсолютной и относительной погрешности приближенно заданных вектора и матрицы. Постановка задачи приближенного решения СЛАУ.
16. Метод простой итерации в форме Якоби для решения СЛАУ. Расчетные формулы. Теорема о сходимости (с доказательством), достаточное условие сходимости, априорная оценка погрешности.
17. Метод простой итерации в форме Якоби для решения СЛАУ. Расчетные формулы. Апостериорная оценка погрешности (с доказательством), критерий окончания итераций.
18. Метод Зейделя решения СЛАУ. Расчетные формулы. Достаточные условия сходимости (без доказательства), апостериорная оценка погрешности (без доказательства), критерий окончания итераций. «Практический» критерий окончания итераций (уменьшение нормы невязки).
19. Приближение функций по методу наименьших квадратов обобщенным многочленом. Постановка задачи. Вывод нормальной системы метода. Приближение алгебраическими многочленами.
20. Приближение функций по методу наименьших квадратов обобщенным многочленом. Постановка задачи. Нормальная система метода (без вывода). Существование и единственность многочлена наилучшего среднеквадратичного приближения (без доказательства). Приближение алгебраическими многочленами.
21. Постановка задачи интерполяции многочленами. Существование и единственность интерполяционного многочлена (с доказательством). Теорема о погрешности интерполяции гладких функций (без доказательства), ее следствия.
22. Постановка задачи интерполяции многочленами. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона с конечными разностями и с разделенными разностями. Свойства разделенных разностей (без доказательств).
23. Постановка задачи численного интегрирования. Формулы левых, правых и центральных прямоугольников. Геометрическая интерпретация, вывод элементарных и составных формул, оценка погрешности (левых прямоугольников – с доказательством). Порядок точности.
24. Постановка задачи численного интегрирования. Формула трапеций. Геометрическая интерпретация, вывод элементарной и составной формул, оценка погрешности (с доказательством). Порядок точности.
25. Постановка задачи численного интегрирования. Формула Симпсона. Геометрическая интерпретация, элементарная и составная формулы (без вывода), оценка погрешности (без доказательства). Порядок точности.
26. Постановка задачи численного интегрирования. Правило Рунге апостериорной оценки погрешности численного интегрирования (с выводом). Уточнение по Рунге. Вычисление интеграла с заданной точностью.

27. Формулы левой, правой и центральной разностных производных. Геометрическая интерпретация. Оценки погрешности для перечисленных формул (с выводом), порядок точности.
28. Формула второй разностной производной. Оценка погрешности (с выводом), порядок точности.
29. Формулы численного дифференцирования интерполяционного типа: идея построения, порядок точности (без доказательства).
30. Постановка задачи Коши для ОДУ 1-го порядка. Дискретизация задачи (схема для применения одношагового метода). Явные и неявные методы. Погрешность аппроксимации, понятие о локальной и глобальной погрешностях, сходимость. Порядок аппроксимации и порядок точности метода.
31. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: явный метод Эйлера, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации, порядок точности.
32. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: метод Эйлера – Коши: вывод расчетных формул, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации и порядок точности (без доказательств).
33. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: усовершенствованный метод Эйлера: вывод расчетных формул, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации и порядок точности (без доказательств).
34. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: правило Рунге оценки погрешности численного решения задачи (без вывода). Решение задачи Коши с заданной точностью.
35. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: неявный метод Эйлера. Погрешность аппроксимации. Сравнение работы явного и неявного методов Эйлера на модельном уравнении.
36. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: методы Рунге – Кутты. Общая формула m-этапного метода (вывод).
37. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: однопараметрическое семейство явных двухэтапных методов Рунге – Кутты 2-го порядка точности (вывод).
38. Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: расчетная формула метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности (без вывода).
39. Постановка краевой задачи для О.С.У.Т. в случае постоянного коэффициента теплопроводности. Дискретизация задачи. Построение для первой краевой задачи разностной схемы (РС) методом конечных разностей. Реализация РС.
40. Постановка краевой задачи для О.С.У.Т. в случае постоянного коэффициента теплопроводности. Порядок аппроксимации РС (с доказательством). Порядок точности РС (без доказательства). Правило Рунге оценки погрешности решения. Поиск решения краевой задачи с заданной точностью.
41. Постановка краевой задачи для О.С.У.Т. в случае переменного коэффициента теплопроводности. Дискретизация первой краевой задачи: построение РС второго порядка точности. Аппроксимация краевых условий второго рода со вторым порядком.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. С помощью какой итерационной формулы можно найти корень уравнения  $x - x^3 + 4 = 0$ ?

Ответы:

1. 1)  $x(i+1) = x(i) + (x(i) - x(i)^3 + 4) / (1 - 3x(i)^2)$
- 2)  $x(i+1) = x(i) - (1 - 3x(i)^2) / (x(i) - x(i)^3 + 4)$
- 3)  $x(i+1) = x(i) + (1 - 3x(i)^2) / (x(i) - x(i)^3 + 4)$

$$4) x(i+1) = x(i) - (x(i) - x(i)^3 + 4) / (1 - 3x(i)^2)$$

Верный ответ: 4

2. Какое количество точек (значений функции) необходимо использовать для построения интерполяционного многочлена степени  $N$ ?

Ответы:

1. 1) Ровно  $N$

2) Любое меньшее  $N$

3) Ровно  $N+1$

4) Любое большее  $N+1$

Верный ответ: 3

3. Функция, заданная таблицей значений, аппроксимируется по методу наименьших квадратов многочленом  $\Phi(x) = a + bx$ . Какую систему нужно решить для поиска коэффициентов этого многочлена?

Ответы:

1.  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

2.  $\sum_{i=0, n} (x_i) a + (\sum_{i=0, n} (x_i))^2 b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

2.  $(n+1)b + \sum_{i=0, n} (x_i) a = \sum_{i=0, n} (y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) b + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 a = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

3.  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) a + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

4.  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) a + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

Верный ответ: 3

4. По какой из следующих формул можно вычислить приближенное значение производной?

Ответы:

1.  $(f(x) - f(x-2h)) / h$

2.  $(f(x) - f(x-3h)) / (2h)$

3.  $(f(x) - f(x-3h)) / h$

4.  $(f(x) - f(x-2h)) / (2h)$

Верный ответ: 4

5. Как выглядит элементарная формула центральных прямоугольников для приближенного вычисления определенного интеграла на отрезке от 0 до 2 от функции  $f(x)$ ?

Ответы:

1)  $2 f(0)$

2)  $2 f(1)$

3)  $f(1)$

4)  $2f(2)$

Верный ответ: 2

6. По какой из формул можно вычислить абсолютную погрешность выражения  $a \cdot b^2$  ?

Ответы:

1)  $b^2 \Delta a + 2 \text{модуль}(ab) \Delta b$

2)  $\Delta a \Delta b^2$

3)  $\Delta a + 2 \Delta b$

4)  $\text{модуль}(b^2) \Delta a + \text{модуль}(a) \Delta b$

Верный ответ: 1

7. Какой из следующих формул можно воспользоваться для приближенного решения задачи Коши  $y' = (t+y)^2$ ,  $y(2) = 4$ ?

Ответы:

1)  $y(0) = 4$ ,  $y(i+1) = y(i) + h(t(i) + y(i))^2$ ,  $i = 0, 1, \dots$

2)  $y(0) = 4$ ,  $y(i+1) = y(i) + (h/2)(t(i) + y(i))^2$ ,  $i = 0, 1, \dots$

3)  $y(0) = 4$ ,  $y(i+1) = y(i) + h(t(i+1) + y(i))^2$ ,  $i = 0, 1, \dots$

4)  $y(0) = 4$ ,  $y(i+1) = y(i) + h(t(i) + y(i+1))^2$ ,  $i = 0, 1, \dots$

Верный ответ: 1

8. Как можно охарактеризовать метод Эйлера-Коши для решения задачи Коши  $y' = f(t, y)$ ,  $y(2) = 4$ ?

Ответы:

1. 1) Явный многошаговый метод

2) Неявный многошаговый метод

3) Неявный одношаговый метод

4) Явный одношаговый метод

Верный ответ: 4

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «ОТЛИЧНО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на вопросы экзаменационного билета, и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «ХОРОШО» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и в основном правильно ответившему на вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО»* выставляется студенту, который в ответах на вопросы экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета, но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины.

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих