

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 27.04.04 Управление в технических системах**

**Наименование образовательной программы: Интеллектуальные технологии управления в технических системах, обработка и анализ данных**

**Уровень образования: высшее образование - магистратура**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Оптимальное управление**

**Москва  
2024**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Сидорова Е.Ю.
	Идентификатор	R0dee6ce9-SidorovaYY-923dc6a8

Е.Ю.  
Сидорова

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бобряков А.В.
	Идентификатор	R2c90f415-BobriakovAV-70dec1fa

А.В.  
Бобряков

Заведующий  
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бобряков А.В.
	Идентификатор	R2c90f415-BobriakovAV-70dec1fa

А.В.  
Бобряков

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен анализировать и выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

ИД-2 Может проводить анализ и выявлять естественно-научную сущность проблемы управления в технической системе

2. ОПК-2 Способен формулировать задачи управления в технических системах и обосновывать методы их решения

ИД-1 Демонстрирует знание методов решения задач управления в технических системах

3. ОПК-8 Способен выбирать методы и разрабатывать системы управления сложными техническими объектами и технологическими процессами

ИД-1 Демонстрирует знание принципов, алгоритмов и методов управления процессами сложных технических объектов

ИД-2 Может обоснованно выбирать методы управления процессами сложных технических объектов, разрабатывать функциональные и структурные схемы систем управления

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Выполнение лабораторной работы № 4 «Определение оптимальной стратегии для дискретного многошагового процесса» (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. «Тест на знание основных терминов теории оптимального управления» (Тестирование)

Форма реализации: Смешанная форма

1. «Решение задач оптимального управления» (Контрольная работа)

Форма реализации: Устная форма

1. Защита лабораторной работы № 1 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе уравнений Эйлера-Лагранжа» (Лабораторная работа)

2. Защита лабораторных работ № 2 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе принципа максимума» и № 3 «Задача оптимального быстрогодействия при сближении двух движущихся объектов» (Лабораторная работа)

**БРС дисциплины**

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	4	8	12	14	15
Постановка и формализация задач оптимального управления						
Постановка и формализация задач оптимального управления	+					
Методы классического вариационного исчисления						
Методы классического вариационного исчисления	+	+		+		
Принцип максимума						
Принцип максимума			+	+		
Метод динамического программирования						
Метод динамического программирования				+	+	
Вес КМ:	20	20	30	25	5	

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Может проводить анализ и выявлять естественно-научную сущность проблемы управления в технической системе	Знать: основные определения и термины теории оптимального управления Уметь: формировать уравнения необходимых условий и производить расчеты оптимальных законов управления	«Тест на знание основных терминов теории оптимального управления» (Тестирование) «Решение задач оптимального управления» (Контрольная работа)
ОПК-2	ИД-1 <sub>ОПК-2</sub> Демонстрирует знание методов решения задач управления в технических системах	Знать: содержательные элементы формирования гамильтониана для определения условий оптимизации принципа максимума Уметь: на основании исходных данных задачи обоснованно избирать допустимый метод решения и согласно методу составлять уравнения для определения оптимального	Защита лабораторных работ № 2 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе принципа максимума» и № 3 «Задача оптимального быстродействия при сближении двух движущихся объектов» (Лабораторная работа)

		управления	
ОПК-8	ИД-1 <sub>ОПК-8</sub> Демонстрирует знание принципов, алгоритмов и методов управления процессами сложных технических объектов	Уметь: применять метод динамического программирования для решение дискретных задач оптимизации	Выполнение лабораторной работы № 4 «Определение оптимальной стратегии для дискретного многошагового процесса» (Лабораторная работа)
ОПК-8	ИД-2 <sub>ОПК-8</sub> Может обоснованно выбирать методы управления процессами сложных технических объектов, разрабатывать функциональные и структурные схемы систем управления	Знать: уравнения Эйлера-Лагранжа как необходимые условия задач оптимизации систем автоматического управления	Защита лабораторной работы № 1 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе уравнений Эйлера-Лагранжа» (Лабораторная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. «Тест на знание основных терминов теории оптимального управления»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работа выполняется по вариантам, во время лекции. Тест состоит из двух частей, в каждой по 5 заданий. К каждому заданию в части 1 даны несколько ответов, из которых нужно выбрать один правильный. Решение заданий части 2 нужно вписать в предназначенное для него поле. Время на проведение теста - 30 минут.

#### Краткое содержание задания:

Тестирование направлено на проверку знания основных определений и терминов теории оптимального управления, а также на проверку знания необходимых условий ЗОУ на основе вариационного метода.

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные определения и термины теории оптимального управления	<p>1. Как называется задача оптимального управления, в которой не задано конечное состояние объекта?</p> <p>2. Что такое экстремаль?</p> <p>3. Для чего составляется лагранжиан при решении задачи оптимального управления на основе вариационного исчисления?</p> <p>4. Как в задаче статической оптимизации с ограничениями называется условие</p> $\lambda_i F_i(\bar{y}) = 0, \quad i = \overline{1, k},$ <p>где <math>k</math> – число ограничений вида неравенств?</p> <p>а) безусловное б) стационарности в) дополняющей нежесткости г) Эйлера</p> <p>5. Как обозначается множество непрерывных на некотором отрезке <math>[a, b]</math> функций?</p> <p>а) <math>C_0([a, b])</math>      б) <math>C^1([a, b])</math> в) <math>G_0([a, b])</math>      г) <math>C^0([a, b])</math></p>
--	---

#### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

*Описание характеристики выполнения знания:* Тест считается выполненным на оценку «отлично», если даны правильные ответы не менее чем на 90 % вопросов теста.

*Оценка:* 4

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 70

*Описание характеристики выполнения знания:* Тест считается выполненным на оценку «хорошо», если выполнены следующие условия: даны правильные ответы - не менее чем на 80 % вопросов из 1-ой части теста и - не менее чем на 60 % вопросов из 2-й части. Или наоборот: - не менее чем на 60 % вопросов из 1-ой части теста и - не менее чем на 80 % вопросов из 2-й части.

*Оценка:* 3

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 60

*Описание характеристики выполнения знания:* Тест считается выполненным на оценку «удовлетворительно», если выполнены следующие условия: даны правильные ответы - не менее чем на 60 % вопросов из 1-ой части теста и - не менее чем на 40 % вопросов из 2-й части, при этом суммарный процент правильных ответов на вопросы из обеих частей теста не меньше 60-ти %.

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Тест считается выполненным на оценку «неудовлетворительно», если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «удовлетворительно».

## **КМ-2. Защита лабораторной работы № 1 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе уравнений Эйлера-Лагранжа»**

**Формы реализации:** Устная форма

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторная работа принимается к защите при наличии отчета, оформленного в письменном виде. Каждому члену бригады выдаются вопросы на защиту. Защита проводится в устной форме в виде подготовки и изложения развернутого ответа. Время на подготовку ответа – не более 30 минут.

### **Краткое содержание задания:**

Цель работы: получение практических навыков составления уравнений Эйлера-Лагранжа при решении задач оптимального управления.

Лабораторная работа состоит из двух частей.

Первая часть – решение ЗОУ с *фиксированными концами и фиксированным временем*, вторая часть – решение ЗОУ со *свободным правым концом и нефиксированным временем*.

### **Контрольные вопросы/задания:**

Знать: уравнения Эйлера-Лагранжа как необходимые условия задач оптимизации систем автоматического управления	1. Почему ЗОУ в вариационной постановке является задачей на условный экстремум функционала? Каким образом осуществляется переход на безусловный экстремум функционала? 2. Запишите все необходимые условия экстремума функционала в задаче Лагранжа с интегральными ограничениями. 3. Для какого момента времени решения ЗОУ записываются условия трансверсальности? Запишите их.
--	---

	4.Каким образом используется условие дополняющей нежесткости? Для каких ограничений это условие записывается?
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Защита лабораторной работы принимается с оценкой «отлично», если выполнены следующие условия: - отчет по лабораторной работе не содержит ошибок; - при ответе на вопросы студент показал, что владеет материалом по теме лабораторной работы, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Защита лабораторной работы принимается с оценкой «хорошо», если выполнены следующие условия: - отчет по лабораторной работе не содержит ошибок; - ответ на вопросы в основном правильный (допускается несколько недочетов не принципиального характера).

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Защита лабораторной работы принимается с оценкой «удовлетворительно», если выполнены следующие условия: - отчет по лабораторной работе не содержит ошибок; - ответ на вопросы правильный, но неполный, допущены негрубые ошибки.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Защита лабораторной работы не принимается и ставится оценка «неудовлетворительно», если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «удовлетворительно».

**КМ-3. Защита лабораторных работ № 2 «Необходимые условия для задачи оптимизации динамических систем на основе принципа максимума» и № 3 «Задача оптимального быстродействия при сближении двух движущихся объектов»**

**Формы реализации:** Устная форма

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 30

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Лабораторные работы принимаются к защите при наличии отчетов, оформленных в письменном виде. Каждому члену бригады выдаются задания на защиту (теоретические и практические). Защита проводится в устной форме в виде подготовки и изложения развернутого ответа. Время на подготовку ответа – не более 45 минут.

**Краткое содержание задания:**

Цель лабораторной работы № 2: получение практических навыков составления необходимых условий принципа максимума.

Лабораторная работа состоит из двух частей.

Первая часть – решение задачи быстродействия для траектории с закрепленными концами, вторая часть – решение задачи оптимального управления (ЗОУ) со свободным правым концом и нефиксированным временем, записанной в общем виде.

Цель лабораторной работы № 3: получение практических навыков решения задачи *быстродействия* на примере решения задачи об оптимальной по быстродействию встрече движущихся объектов.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: содержательные элементы формирования гамильтониана для определения условий оптимизации принципа максимума</p>	<p>1.Какие ограничения в исходных данных можно учесть при решении ЗОУ с применением принципа максимума?                  2.В каких ЗОУ необходимо учитывать условия трансверсальности? Запишите аналитические выражения условий трансверсальности для правого конца траектории движения объекта.                  3.Запишите аналитическое выражение для гамильтониана. Объясните, каким образом из этого выражения можно определить оптимальное управляющее воздействие.                  4.Пример задачи на защиту:                  Требуется определить экстремаль, которая минимизирует функционал</p> $J(x(t)) = \int_0^8 (2\dot{x}^2 + 2x)dt \rightarrow \min_{x(t) \in \Omega_x}$ <p>при условиях:</p> $ \dot{x}  \leq 3, \quad x(0) = 2, \quad t \in [0, 8].$ <p>Второй конец не закреплен.</p>
<p>Уметь: на основании исходных данных задачи обоснованно избирать допустимый метод решения и согласно методу составлять уравнения для определения оптимального управления</p>	<p>1.Запишите исходные данные задачи об оптимальной встрече движущихся объектов (описание процесса движения, граничные условия, ограничения, постановку задачи).                  2.Запишите исходные данные ЗОУ об оптимальной встрече движущихся объектов через координату расстояния между ними (описание процесса движения, граничные условия, ограничения).                  3.В рассматриваемой ЗОУ запишите в переменных состояния процесс движения, сформируйте гамильтониан и определите оптимальное управление.                  4.Объясните физический смысл формы <math>u^*(t)</math> и предложите алгоритм определения точек переключения <math>u^*(t)</math> <math>t_1</math> и <math>t_2</math>.</p>

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Защита лабораторных работ №№ 2, 3 принимается с оценкой «отлично», если выполнены следующие условия: - отчеты по лабораторным работам №№ 2, 3 не содержат ошибок; - задача решена правильно; - при ответе на теоретические вопросы студент показал, что владеет материалом по теме

лабораторных работ №№ 2, 3, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений.

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Защита лабораторных работ №№ 2, 3 принимается с оценкой «хорошо», если выполнены следующие условия: - отчеты по лабораторным работам №№ 2, 3 не содержат ошибок; - ответ на вопросы, включая практическое задание, в основном правильный (допускается несколько недочетов принципиального характера).

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Защита лабораторных работ №№ 2, 3 принимается с оценкой «удовлетворительно», если выполнены следующие условия: - отчеты по лабораторным работам №№ 2, 3 не содержат ошибок; - задача решена в основном правильно; - ответ на теоретический вопрос (-ы) правильный, но неполный, допущены негрубые ошибки.

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Защита лабораторных работ №№ 2, 3 не принимается и ставится оценка «неудовлетворительно», если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «удовлетворительно».

#### КМ-4. «Решение задач оптимального управления»

**Формы реализации:** Смешанная форма

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа выполняется по вариантам в форме домашнего задания с оформлением отчета. Защита отчета проводится в устной форме в виде ответов на вопросы по решенным задачам.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная работа включает в себя две задачи из различных разделов курса.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: формировать уравнения необходимых условий и производить расчеты оптимальных законов управления	1. Вариант 1: <b>Задача 1</b> Требуется определить оптимальное управление и оптимальную траекторию в задаче, имеющей следующие исходные данные: $\ddot{x} + ax = bu,$ $x(0) = c, \dot{x}(0) = d, x(\pi) = e,$ критерий оптимизации -
---	---

$$\int_0^{\pi} gu^2 dt \rightarrow \text{extr}$$

(Параметры  $a, b, c, d, e$  и  $g$  задаются по вариантам.)

### Задача 2

На основании метода динамического программирования определить оптимальное управление  $u^*(t)$  и записать уравнение Гамильтона-Якоби для следующей задачи:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4ux_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = 10u, \end{cases}$$

$$J = \int_0^T (5x_1^2 + 3x_2^2 + 2u^2) dt \rightarrow \min,$$

$$|u| \leq 7.$$

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Контрольная работа считается выполненной на оценку «отлично», если в обеих задачах получен верный ответ и решения обоснованы. Допустим максимум один недочет.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания:* Контрольная работа считается выполненной на оценку «хорошо», если одна из задач решена с небольшими расчетными ошибками, но при этом алгоритм решения обеих задач выбран правильно.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Контрольная работа считается выполненной на оценку «удовлетворительно», если обе задачи решены с небольшими расчетными ошибками, но при этом алгоритм их решения выбран правильно, или если в одной задаче получен верный, обоснованный ответ, а для второй задачи студент не смог найти правильный путь решения.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Контрольная работа считается выполненной на оценку «неудовлетворительно», если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «удовлетворительно».

## КМ-5. Выполнение лабораторной работы № 4 «Определение оптимальной стратегии для дискретного многошагового процесса»

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 5

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Демонстрация выполнения лабораторной работы.

### Краткое содержание задания:

Рассматривается многошаговый процесс перевода объекта управления из начального состояния  $X(0)$  в конечное  $X(7)$  за семь шагов.

Требуется определить оптимальную траекторию движения объекта в пространстве переменных состояния на основе принципа Беллмана.

### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: применять метод динамического программирования для решение дискретных задач оптимизации	<ol style="list-style-type: none"><li>1.Сформулируйте и поясните графически принцип Беллмана.</li><li>2.Объясните графический алгоритм решения ЗОУ дискретным многошаговым процессом при небольшом количестве точек возможного состояния процесса <math>x_i</math> при движении с конца траектории.</li><li>3.Расскажите алгоритм решения ЗОУ дискретным многошаговым процессом при ограниченном числе точек возможного состояния процесса при движении с начала траектории.</li><li>4.Покажите на примере графического решения ЗОУ сокращение числа вычислений с применением принципа Беллмана.</li></ol>
--	--

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется, если выполнены следующие условия: - задание выполнено в полном объеме; - протокол выполнения лабораторной работы не содержит ошибочных результатов; - при допуске к лабораторной работе студент показал, что владеет материалом по теме работы, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены следующие условия: - задание выполнено в полном объеме; - протокол выполнения лабораторной работы не содержит ошибочных результатов; - ответ на вопросы, заданные при допуске к лабораторной работе, в основном правильный (допускается несколько недочетов не принципиального характера).

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется, если выполнены следующие условия: - задание выполнено в полном объеме; - протокол выполнения лабораторной работы не содержит ошибочных результатов; - ответ на вопросы,

заданные при допуске к лабораторной работе, правильный, но неполный, допущены негрубые ошибки.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «удовлетворительно».*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

МЭИ	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1	Утверждаю: Зав. кафедрой УИТ
	Кафедра Управления и интеллектуальных технологий	
	Дисциплина – Оптимальное управление	
	ИВТИ	20 г.
	1. Вывод уравнений принципа максимума для ЗОУ с закрепленными концами. Определение формы оптимального управления. 2. Задача. Определить оптимальную траекторию движения объекта в задаче: $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = u, \end{cases}$ $J = \int_0^T dt = T \rightarrow \min,$ $u \in [-1, 1],$ $x_1(0) = \xi_1, \quad x_1(T) = 0,$ $x_2(0) = \xi_2, \quad x_2(T) = 0.$	

## Процедура проведения

Экзамен проводится в устной форме по билетам в виде подготовки и изложения развернутого ответа. Время на подготовку ответа – 60 минут.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Может проводить анализ и выявлять естественно-научную сущность проблемы управления в технической системе

### **Вопросы, задания**

1. Понятие задачи оптимального управления. Исходные данные. Постановка задачи оптимального управления. Классификация задач оптимального управления.
2. Постановка задачи оптимального управления на примере управления ракетой.
3. Понятие функционала. Вариация аргумента функционала. Непрерывность и дифференцируемость функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
4. Необходимые условия оптимальности для непрерывных систем на основе принципа Беллмана. Каноническая форма записи уравнений.

### **Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Как называется задача оптимального управления с интегральным функционалом при отсутствии ограничений на управление и переменные состояния?

Ответы:

- а) Лагранжа
- б) Больца
- в) Майера
- г) быстродействия

Верный ответ: а

2. Что такое «задача с подвижными концами»?

Ответы:

- а) задача, в которой отсутствуют ограничения на переменные состояния
  - б) задача, в которой не заданы  $t_0$  и  $t_1$
  - в) задача с критерием оптимизации вида  $J=t_1 - \rightarrow \min$
  - г) задача, в которой  $t_0$  и  $t_1$  фиксированы, а  $x(t_0)$  и  $x(t_1)$  задаются на гиперповерхностях
- Верный ответ: г

3. Какие ограничения на управление и переменные состояния называются безусловными?

Ответы:

- а) уравнения связи
- б) уравнения сопряженного состояния
- в) интегральные ограничения
- г) дифференциальные ограничения

Верный ответ: а

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-2</sub> Демонстрирует знание методов решения задач управления в технических системах

### Вопросы, задания

1. Вывод уравнений принципа максимума для ЗОУ с закрепленными концами. Определение формы оптимального управления.
2. Принцип максимума для линейных объектов управления. Теорема об  $n$ -интервалах.
3. Теорема принципа максимума для ЗОУ с интегральными ограничениями и свободным концом. Определение формы оптимального управления.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Сколько интервалов постоянства согласно теореме об  $n$ -интервалах может быть у управляющего воздействия в задаче быстрого действия для линейных систем?

Ответы:

- а) не менее  $n$
- б) не более  $n$
- в) не менее  $(n-1)$
- г) не более  $(n-1)$

Верный ответ: б

2. Запишите условие трансверсальности для свободного левого конца траектории в задаче на принцип максимума.

Ответы:

$$\text{a) } \bar{\psi}(t_1) = -\sum_{i=0}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \bar{x}(t_1)}$$

$$\text{б) } \bar{\psi}(t_1) = \sum_{i=0}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \bar{x}(t_1)}$$

$$\text{в) } \bar{\psi}(t_0) = \sum_{i=0}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \bar{x}(t_0)}$$

$$\text{г) } \bar{\psi}(t_0) = -\sum_{i=0}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \bar{x}(t_0)}$$

Верный ответ: в

3. Запишите гамильтониан для следующей задачи оптимального управления:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad \bar{x} \in KC^1([t_0, t_1], R^n)$$

$$|u_j| \leq 1, j = \overline{1, r},$$

$$\bar{x}(t_0) = 0, \quad t \in [t_0, t_1]$$

$$J(\bar{x}, \bar{u}, t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} G_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt + g_0(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1), t_0, t_1) \rightarrow \min_{|u_j| \leq 1}$$

Ответы:

$$\text{a) } H = \sum_{i=1}^n \psi_i(t) f_i(\bar{x}, \bar{u}, t) - \lambda_0 G_0(\bar{x}, \bar{u}, t)$$

$$\text{б) } H = \lambda_0 G_0(\bar{x}, \bar{u}, t) + \bar{\psi}(t) \left( \frac{d\bar{x}}{dt} - f(\bar{x}, \bar{u}, t) \right)$$

$$\text{в) } H = \lambda_0 G_0(\bar{x}, \bar{u}, t) + \bar{\psi}(t) \left( \frac{d\bar{x}}{dt} + f(\bar{x}, \bar{u}, t) \right)$$

$$\text{г) } H = \int_{t_0}^{t_1} \left( \lambda_0 G_0(\bar{x}, \bar{u}, t) + \bar{\psi}(t) \left( \frac{d\bar{x}}{dt} - f(\bar{x}, \bar{u}, t) \right) \right) dt + \lambda_0 g_0(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1), t_0, t_1)$$

Верный ответ: а

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-8</sub> Демонстрирует знание принципов, алгоритмов и методов управления процессами сложных технических объектов

### Вопросы, задания

1. Принцип Беллмана для дискретных многошаговых процессов, функциональные уравнения в рекуррентной форме. Определение дискретных многошаговых процессов.
2. Решение задачи оптимизации дискретных многошаговых процессов в пространстве допустимых состояний на основе принципа Беллмана (метод динамического программирования).

3. Понятие дискретного многошагового процесса (ДМШ). Решение задачи о создании запасов производства продукции на основе метода динамического программирования для ДМШ. (исходные данные получить у преподавателя).

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Что гласит принцип Беллмана?

Ответы:

- а) оптимальная стратегия зависит от предыстории системы
- б) оптимальность всей траектории следует из оптимальности отдельных участков
- в) любая часть оптимальной траектории есть оптимальная траектория

Верный ответ: в

2. Запишите уравнение Беллмана.

Ответы:

$$а) -\frac{\partial J^*}{\partial t} = \min_{\bar{u}(t) \in \Omega_u} \left\{ G(\bar{x}, \bar{u}, t) + \left( \frac{\partial J^*}{\partial \bar{x}} \right)^T \frac{d\bar{x}}{dt} \right\}$$

$$б) \frac{\partial J^*}{\partial t} + G^* \left( \bar{x}, \frac{\partial J^*}{\partial \bar{x}}, t \right) + \left( \frac{\partial J^*}{\partial \bar{x}} \right)^T \frac{d\bar{x}}{dt} = 0$$

$$в) -\frac{\partial J^*}{\partial t} = \max_{\bar{u}(t) \in \Omega_u} \left\{ G(\bar{x}, \bar{u}, t) + \left( \frac{\partial J^*}{\partial \bar{x}} \right)^T \frac{d\bar{x}}{dt} \right\}$$

Верный ответ: а

**4. Компетенция/Индикатор:** ИД-2\_ОПК-8 Может обоснованно выбирать методы управления процессами сложных технических объектов, разрабатывать функциональные и структурные схемы систем управления

#### Вопросы, задания

1. Принцип Лагранжа для решения задач статической оптимизации в случае ограничений в виде равенств.
2. Принцип Лагранжа для решения задач статической оптимизации в случае ограничений в виде неравенств.
3. Уравнения Эйлера-Лагранжа для задачи со свободным правым концом. Обоснование условий трансверсальности.
4. Теорема о необходимых условиях ЗОУ с интегральными ограничениями на основе вариационного метода. Алгоритм решения задачи на основании этой теоремы

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Какое из перечисленных условий не входит в уравнения Эйлера-Лагранжа?

Ответы:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{\partial L}{\partial \bar{p}} = 0 & \text{б) } \frac{\partial L}{\partial \bar{u}} = 0 \\ \text{в) } \bar{p} = \frac{\partial L}{\partial \bar{x}} & \text{г) } \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \end{array}$$

Верный ответ: г

2. Запишите условие стационарности лагранжиана по  $u$  для следующей ЗОУ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, & x(0) = 0, \quad x(1) = 0, \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 + 6u, \end{cases}$$

$$J = \int_0^1 (2x_1^2 + 4x_2^2 + 3u^2) dt \rightarrow \min$$

Ответы:

$$\begin{array}{l} \text{а) } 3\lambda_0 u - 6p_1(t) = 0 \\ \text{б) } \lambda_0 u - p_2(t) = 0 \\ \text{в) } 6\lambda_0 u - 6p_2(t) = 0 \\ \text{г) } 6\lambda_0 u + p_1(t) = 0 \end{array}$$

Верный ответ: в

3. Назовите необходимое условие экстремума функционала.

Ответы:

- а) функционал является дифференцируемым
- б) первая вариация функционала равна нулю
- в) приращение функционала равно нулю
- г) вариация аргумента функционала равна нулю

Верный ответ: б

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка «отлично» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание, который показал при ответе на теоретический вопрос экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, что владеет материалом изученной дисциплины, свободно применяет свои знания для объяснения различных явлений и решения задач.

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 75*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «хорошо» выставляется студенту, правильно выполнившему практическое задание и в основном правильно ответившему на теоретический вопрос экзаменационного билета и на дополнительные вопросы, но допустившему при этом не принципиальные ошибки.

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который в ответе на теоретический вопрос экзаменационного билета допустил существенные и даже грубые ошибки, но затем исправил их сам, а также не выполнил практическое задание из экзаменационного билета, но либо наметил правильный путь его выполнения, либо по указанию экзаменатора решил другую задачу из того же раздела дисциплины.

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который: а) не ответил на теоретический вопрос экзаменационного билета и не смог решить, либо наметить правильный путь решения задачи из билета; б) не смог решить, либо наметить правильный путь решения задачи из экзаменационного билета и другой задачи на тот же раздел дисциплины, выданной взамен нее; в) при ответе на дополнительные вопросы обнаружил незнание большого раздела экзаменационной программы.

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.