

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Наименование образовательной программы: Гидроэнергетика и возобновляемые источники энергии**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория функций комплексной переменной**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

|  |                                                    |                               |
|--|----------------------------------------------------|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|  | Владелец                                           | Подкопаева В.А.               |
|  | Идентификатор                                      | Rfd0dd34a-PodkopaevaVA-ef29ca |

(подпись)

В.А.

Подкопаева

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

|  |                                                    |                                 |
|--|----------------------------------------------------|---------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                 |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                 |
|  | Владелец                                           | Шестопалова Т.А.                |
|  | Идентификатор                                      | Rca486bb1-ShestopalovaTA-2b9205 |

(подпись)

Т.А.

Шестопалова

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

|  |                                                    |                                 |
|--|----------------------------------------------------|---------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                 |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                 |
|  | Владелец                                           | Шестопалова Т.А.                |
|  | Идентификатор                                      | Rca486bb1-ShestopalovaTA-2b9205 |

(подпись)

Т.А.

Шестопалова

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

ИД-2 Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. 3 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)
2. 3 семестр КМ-2 «Аналитические функции» (Контрольная работа)
3. 3 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)
4. 3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ» (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

3 семестр

| Раздел дисциплины                                  | Веса контрольных мероприятий, % |      |      |      |      |
|----------------------------------------------------|---------------------------------|------|------|------|------|
|                                                    | Индекс КМ:                      | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 |
|                                                    | Срок КМ:                        | 4    | 8    | 12   | 15   |
| Комплексные числа                                  |                                 |      |      |      |      |
| Комплексные числа                                  |                                 | +    |      |      |      |
| Функции комплексной переменной                     |                                 |      |      |      |      |
| Функции комплексной переменной                     |                                 |      | +    |      |      |
| Степенные ряды. Особые точки аналитических функций |                                 |      |      |      |      |
| Степенные ряды. Особые точки аналитических функций |                                 |      | +    |      |      |
| Теория вычетов и их приложения                     |                                 |      |      |      |      |
| Теория вычетов и их приложения                     |                                 |      |      | +    |      |
| Операционное исчисление                            |                                 |      |      |      |      |

|                         |    |    |    |    |
|-------------------------|----|----|----|----|
| Операционное исчисление |    |    |    | +  |
| Вес КМ:                 | 25 | 25 | 25 | 25 |

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

| Индекс компетенции | Индикатор                                                                                                                                                                             | Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Контрольная точка                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-3              | ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функций нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений | <p>Знать:</p> <p>алгебру комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа</p> <p>терминологию и основные утверждения комплексного анализа, а также определение и основные свойства преобразования Лапласа</p> <p>Уметь:</p> <p>вычислять контурные и определенные интегралы с помощью теории вычетов</p> <p>дифференцировать и интегрировать в комплексном анализе, находить область сходимости и сумму степенного ряда, а также решать обратную задачу о разложении данной функции в ряд</p> <p>операционным методом</p> | <p>3 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-2 «Аналитические функции» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ» (Расчетно-графическая работа)</p> |

|  |  |                                                           |  |
|--|--|-----------------------------------------------------------|--|
|  |  | <p>решать линейные<br/>дифференциальные<br/>уравнения</p> |  |
|--|--|-----------------------------------------------------------|--|

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. 3 семестр КМ-1 «Комплексные числа»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Комплексные числа» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

#### Краткое содержание задания:

Преобразование выражений, содержащих комплексные числа. Различные формы записи комплексного числа.

#### Контрольные вопросы/задания:

|                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: алгебру комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа | 1. Дать определение комплексного числа<br>2. Сформулировать условия применения формулы Муавра для извлечения корня из комплексного числа<br>3. Записать комплексное число $z=3+2i$ в тригонометрической и показательной формах<br>4. Изобразить область на комплексной плоскости: $ z-i + z+i <4$<br>5. Найти модуль и аргумент числа $z=1-3i$ |
|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

### КМ-2. 3 семестр КМ-2 «Аналитические функции»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Аналитические функции» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Умение записывать функцию комплексного переменного в алгебраической форме

**Контрольные вопросы/задания:**

|                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: терминологию и основные утверждения комплексного анализа, а также определение и основные свойства преобразования Лапласа                                                      | 1. Знать алгебраическое представление основных элементарных аналит. функций<br>2. Восстановить с точностью до постоянный аналитическую функцию $f(z)=u(x,y)+v(x,y)i$ , если $u(x,y)=x^2+4x-y^2+4$ , $f(1)=9$ |
| Уметь: дифференцировать и интегрировать в комплексном анализе, находить область сходимости и сумму степенного ряда, а также решать обратную задачу о разложении данной функции в ряд | 1. Уметь раскладывать функцию в ряд Лорана.<br>2. Уметь находить область диф-ти и аналитичности функции<br>3. Уметь находить изолированной особой точки                                                      |

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

**КМ-3. 3 семестр КМ-3 «Теория вычетов»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Теория вычетов» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление интегралов с помощью вычетов

**Контрольные вопросы/задания:**



Уметь: вычислять контурные и определенные интегралы с помощью теории вычетов

*Вариант №*

Задача 1. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном кольце

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}; \quad 2 < |z| < 3.$$

Задача 2. Найти  $\oint_{|z|=0.5} \frac{e^z dz}{(z+1)(z-2)^2}$ .

Задача 3. Найти  $\oint_{|z|=0.5} \frac{(e^z - 1) dz}{z^3}$ .

Задача 4. Используя вычеты, найти  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 2 \sin(x)}$ .

Задача 5. Используя вычеты, найти  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{x^2 + 4x + 5}$ .

1.

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

#### КМ-4. 3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тест «Основы ТФКП и ОИ», Выполнение и защита расчетного задания «Операционное исчисление»

#### Краткое содержание задания:

Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: операционным методом решать линейные

1. Уметь находить изображение по данному оригиналу

|                            |                                                                                                                                                                        |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| дифференциальные уравнения | 2. Уметь находить оригинал по данному изображению для простейших элементарных функций<br>3. Операционным методом решить задачу Коши<br>$x + x = 5, x(0) = 4, x(0) = 1$ |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 3 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
2. Восстановление оригинала по изображению (без доказательства). Решение линейных дифференциальных уравнений операционным методом. Пример.
3. Решить уравнение  $z^4 + z^2 + 1 = 0$
4. Решить задачу Коши операционным методом  $y'' - y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

### Вопросы, задания

1. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций и их связь с гармоническими функциями.
2. Определение оригинала по изображению.
3. Изображение элементарных функций.
4. Определение и основные свойства преобразования Лапласа.
5. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов
6. Вычисление вычетов.
7. Основная теорема теории вычетов.
8. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке.
9. Правильные и особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции.
10. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитических функций в ряд Лорана.
11. Ряд Тейлора. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора.
12. Степенной ряд и его область сходимости.
13. Решение задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом.
14. Теорема Коши и интеграл Коши.
15. Интегрирование функций комплексного переменного.
16. Условия Коши-Римана.
17. Дифференцируемость и аналитичность функций комплексного переменного.
18. Понятие функции комплексной переменной.
19. Предел последовательности комплексных чисел
20. Задание кривых и областей на комплексной плоскости.
21. Извлечения корня из комплексного числа.
22. Формы комплексного числа.

- 23.Геометрическая интерпретация комплексных чисел.  
 24.Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами.  
 25.Вычисление интеграла Меллина.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.Представить число  $z = \frac{1+5i}{2-6i}$  в алгебраической форме

Ответы:

- 1)-0,7+0,4i
- 2)0,4-0,7i
- 3)0
- 4)2+3i

Верный ответ: 1

2.Найти  $|(1+5i)/(2-6i)|$

Ответы:

- 1)0,1
- 2)2/6
- 3) $\frac{\sqrt{65}}{10}$
- 4) $\sqrt{3}$

Верный ответ: 3

3.Найти все корни уравнения  $z^3=8$

Ответы:

- 1) $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$
- 2)2, 2i,-i
- 3)2
- 4)2i

Верный ответ: 1

4.Найти  $\arg(2-3i)$

Ответы:

- 1)-arctg(3/2)
- 2)arctg3
- 3)arctg( $\frac{2}{3}$ )
- 4)0

Верный ответ: 1

5.Найти изображение по Лапласу функции  $f(t) = \cos(3t)\eta(t)$

Ответы:

- 1) $p/(p^2-7)$
- 2) $p/(p^2+9)$
- 3)1/p
- 4) $1/(p^2-1)$

Верный ответ: 2

6.Найти оригинал по Лапласу функции  $F(p) = \frac{4}{(p-3)+16}$

Ответы:

- 1) $\exp(-4t)\sin(4t)\eta(t)$
- 2) $\exp(-4t)\cos(2t)\eta(t)$
- 3) $\sin(5t)\eta(t)$
- 4) $\cos(t)\eta(t)$

Верный ответ: 1

7.Записать в операционной форме диф-ое уравнение  $y''-y'=\cos 2x$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=0$

Ответы:

- 1)  $Y(p) + pY(p) = (p^2 + 4)$   
2)  $Y(p) - pY(p) = p/(p^2)$   
3)  $p^3Y(p) + pY(p) = p^2 + 4$   
4)  $p^2 * Y(p) - pY(p) = p/(p^2 + 4)$

Верный ответ: 4

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»