

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Наименование образовательной программы: Энергоустановки на основе возобновляемых источников энергии**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**


**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория функций комплексной переменной**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Кириченко П.В.
	Идентификатор	R106dc7f8-KirichenkoPV-a94c9a91

(подпись)


П.В.  
Кириченко

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Васьков А.Г.
	Идентификатор	R1c6ebe0f-VaskovAG-eb5ccd67


(подпись)

А.Г. Васьков

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень,  
ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Шестопалова Т.А.
	Идентификатор	Rca486bb1-ShestopalovaTA-2b9205

(подпись)

Т.А.  
Шестопалова

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

ИД-2 Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. 3 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)
2. 3 семестр КМ-2 «Аналитические функции» (Контрольная работа)
3. 3 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)
4. 3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ» (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Комплексные числа					
Комплексные числа		+			
Функции комплексной переменной					
Функции комплексной переменной			+		
Степенные ряды. Особые точки аналитических функций					
Степенные ряды. Особые точки аналитических функций			+		
Теория вычетов и их приложения					
Теория вычетов и их приложения				+	
Операционное исчисление					

Операционное исчисление				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-3	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функций нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, дифференциальных уравнений	<p>Знать:</p> <p>алгебру комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа</p> <p>терминологию и основные утверждения комплексного анализа, а также определение и основные свойства преобразования Лапласа</p> <p>Уметь:</p> <p>вычислять контурные и определенные интегралы с помощью теории вычетов</p> <p>дифференцировать и интегрировать в комплексном анализе, находить область сходимости и сумму степенного ряда, а также решать обратную задачу о разложении данной функции в ряд</p> <p>операционным методом</p>	<p>3 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-2 «Аналитические функции» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ» (Расчетно-графическая работа)</p>

		решать линейные дифференциальные уравнения	
--	--	--	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. 3 семестр КМ-1 «Комплексные числа»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Комплексные числа» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

#### Краткое содержание задания:

Преобразование выражений, содержащих комплексные числа. Различные формы записи комплексного числа.

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: алгебру комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Дать определение комплексного числа</li><li>2. Сформулировать условия применения формулы Муавра для извлечения корня из комплексного числа</li><li>3. Записать комплексное число <math>z=3+2i</math> в тригонометрической и показательной формах</li><li>4. Изобразить область на комплексной плоскости: <math> z-i + z+i &lt;4</math></li><li>5. Найти модуль и аргумент числа <math>z=1-3i</math></li></ol>
---	--

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

### КМ-2. 3 семестр КМ-2 «Аналитические функции»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Аналитические функции» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Умение записывать функцию комплексного переменного в алгебраической форме

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: терминологию и основные утверждения комплексного анализа, а также определение и основные свойства преобразования Лапласа	1. Знать алгебраическое представление основных элементарных аналит. функций 2. Восстановить с точностью до постоянный аналитическую функцию $f(z)=u(x,y)+v(x,y)i$ , если $u(x,y)=x^2+4x-y^2+4$ , $f(1)=9$
Уметь: дифференцировать и интегрировать в комплексном анализе, находить область сходимости и сумму степенного ряда, а также решать обратную задачу о разложении данной функции в ряд	1. Уметь раскладывать функцию в ряд Лорана. 2. Уметь находить область диф-ти и аналитичности функции 3. Уметь находить изолированной особой точки

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

**КМ-3. 3 семестр КМ-3 «Теория вычетов»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Теория вычетов» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление интегралов с помощью вычетов

**Контрольные вопросы/задания:**



Уметь: вычислять контурные и определенные интегралы с помощью теории вычетов

Вариант №

Задача 1. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном кольце

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}; \quad 2 < |z| < 3.$$

Задача 2. Найти  $\oint_{\gamma} \frac{e^z dz}{(z+1)(z-2)}$ ,  $\gamma: |z|=0,5$ .

Задача 3. Найти  $\oint_{\gamma} \frac{(e^z-1) dz}{z^3}$ ,  $\gamma: |z|=0,5$ .

Задача 4. Используя вычеты, найти  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5+2\sin(x)}$ .

Задача 5. Используя вычеты, найти  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{x^2+4x+5}$ .

1.

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

**КМ-4. 3 семестр КМ-4 «Основы ТФКП и ОИ»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тест «Основы ТФКП и ОИ», Выполнение и защита расчетного задания «Операционное исчисление»

**Краткое содержание задания:**

Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: операционным методом решать линейные

1. Уметь находить изображение по данному оригиналу

дифференциальные уравнения	2. Уметь находить оригинал по данному изображению для простейших элементарных функций 3. Операционным методом решить задачу Коши $x + x = 5, x(0) = 4, x(0) = 1$
----------------------------	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 3 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
2. Восстановление оригинала по изображению (без доказательства). Решение линейных дифференциальных уравнений операционным методом. Пример.
3. Решить уравнение  $z^4+z^2+1=0$
4. Решить задачу Коши операционным методом  $y''-y=0, y(0)=1, y'(0)=0$

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

### Вопросы, задания

1. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций и их связь с гармоническими функциями.
2. Определение оригинала по изображению.
3. Изображение элементарных функций.
4. Определение и основные свойства преобразования Лапласа.
5. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов
6. Вычисление вычетов.
7. Основная теорема теории вычетов.
8. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке.
9. Правильные и особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции.
10. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитических функций в ряд Лорана.
11. Ряд Тейлора. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора.
12. Степенной ряд и его область сходимости.
13. Решение задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом.
14. Теорема Коши и интеграл Коши.
15. Интегрирование функций комплексного переменного.
16. Условия Коши-Римана.
17. Дифференцируемость и аналитичность функций комплексного переменного.
18. Понятие функции комплексной переменной.
19. Предел последовательности комплексных чисел
20. Задание кривых и областей на комплексной плоскости.
21. Извлечения корня из комплексного числа.
22. Формы комплексного числа.

23. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.  
 24. Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами.  
 25. Вычисление интеграла Меллина.

**Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Представить число  $z = \frac{1+5i}{2-6i}$  в алгебраической форме

Ответы:

- 1)  $-0,7+0,4i$
- 2)  $0,4-0,7i$
- 3)  $0$
- 4)  $2+3i$

Верный ответ: 1

2. Найти  $|(1+5i)/(2-6i)|$

Ответы:

- 1)  $0,1$
- 2)  $2/6$
- 3)  $\frac{\sqrt{65}}{10}$
- 4)  $\sqrt{3}$

Верный ответ: 3

3. Найти все корни уравнения  $z^3=8$

Ответы:

- 1)  $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$
- 2)  $2, 2i, -i$
- 3)  $2$
- 4)  $2i$

Верный ответ: 1

4. Найти  $\arg(2-3i)$

Ответы:

- 1)  $-\arctg(3/2)$
- 2)  $\arctg 3$
- 3)  $\arctg(2/3)$
- 4)  $0$

Верный ответ: 1

5. Найти изображение по Лапласу функции  $f(t) = \cos(3t)\eta(t)$

Ответы:

- 1)  $p/(p^2-7)$
- 2)  $p/(p^2+9)$
- 3)  $1/p$
- 4)  $1/(p^2-1)$

Верный ответ: 2

6. Найти оригинал по Лапласу функции  $F(p) = \frac{4}{(p-3)+16}$

Ответы:

- 1)  $e^{4t}\sin(4t)\eta(t)$
- 2)  $e^{4t}\cos(2t)\eta(t)$
- 3)  $\sin(5t)\eta(t)$
- 4)  $\cos(t)\eta(t)$

Верный ответ: 1

7. Записать в операционной форме диф-ое уравнение  $y''-y'=\cos 2x, y(0)=0, y'(0)=0$

Ответы:

$$1) Y(p) + pY(p) = (p^2 + 4)$$

$$2) Y(p) - pY(p) = p/(p^2)$$

$$3) p^3 Y(p) + pY(p) = p^2 + 4$$

$$4) p^2 * Y(p) - pY(p) = p/(p^2 + 4)$$

Верный ответ: 4

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»