

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 27.03.04 Управление в технических системах**

**Наименование образовательной программы: Автоматизированные системы управления**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Заочная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Линейная алгебра**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Янченко А.Я.
	Идентификатор	Rf0c8420a-YanchenkoAY-4bf6dae3

(подпись)

А.Я. Янченко

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бородкин А.А.
	Идентификатор	R2a2cc3a1-BorodkinAA-1ae52558

(подпись)

А.А.

Бородкин

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бобряков А.В.
	Идентификатор	R2c90f415-BobriakovAV-70dec1fa

(подпись)

А.В.

Бобряков

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики
2. ОПК-2 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат
3. ПК-3 готовностью участвовать в составлении аналитических обзоров и научно-технических отчетов по результатам выполненной работы, в подготовке публикаций по результатам исследований и разработок

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Аналитическая геометрия (Тестирование)
2. Матрицы (Тестирование)

Форма реализации: Проверка задания

1. Линейные пространства (Решение задач)
2. Системы линейные уравнения (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	6	9	12
Матрицы и определители					
Арифметические операции с матрицами		+			
Определители		+			
Обратная матрица		+			

Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве				
Векторы		+		
Уравнения прямых и плоскостей		+		
Системы линейных уравнений				
Однородные и неоднородные системы линейных уравнений			+	
Линейные пространства. Кривые и поверхности.				
Конечномерные линейные пространства				+
Кривые и поверхности второго порядка				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ОПК-1(Компетенция)	Знать: формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами Уметь: определять ранги матриц. Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений	Матрицы (Тестирование) Системы линейные уравнения (Контрольная работа)
ОПК-2	ОПК-2(Компетенция)	Знать: формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе Уметь: находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора	Системы линейные уравнения (Контрольная работа) Линейные пространства (Решение задач)
ПК-3	ПК-3(Компетенция)	Знать: формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения	Аналитическая геометрия (Тестирование) Системы линейные уравнения (Контрольная работа)

		прямых и плоскостей в пространстве Уметь: определять вид кривой/поверхности второго порядка	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Матрицы

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тестирование проводится с использованием СДО "Прометей". К тестированию допускается пользователь изучивший материалы, авторизованных уникальным логином и паролем. Время отведенное на выполнение задания не более 90 минут. Количество попыток не более 3х

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Матрицы и определители"

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами	<p>1. Чему равен элемент <math>a_{21}</math> для матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) 3</li><li>2) 2</li><li>3) 1</li><li>4) 5</li><li>5. ответ: 1</li></ol> <p>2. Можно ли умножить матрицу <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> на матрицу <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> ?</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) да</li><li>2) нет</li><li>3. ответ: 2</li></ol> <p>3. Чему равно произведение <math>AB</math>, если <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> ?</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>\begin{pmatrix} 4 &amp; 5 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></li><li>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></li><li>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 5 \end{pmatrix}</math></li><li>4) <math>\begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}</math></li><li>5. ответ: 1</li></ol> <p>4. Найти определитель матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 5 &amp; 2 \\ 1 &amp; 7 &amp; 9 \\ 4 &amp; 12 &amp; 11 \end{pmatrix}</math></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) 0</li><li>2) 8</li><li>3) 127</li><li>4) 232</li></ol>
--	--

	<p>ответ: 1</p> <p>5.Найти обратную матрицу для матрицы <math>A =</math></p> $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ <p>1. 1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; -5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 6 \\ 5 &amp; 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>ответ: 1</p> <p>6.Решить матричное уравнение <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>1. 1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>2. 2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>3. 3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>4. 4) нет решений</p> <p>5. ответ: 1</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста*

**КМ-2. Аналитическая геометрия**

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тестирование проводится с использованием СДО "Прометей". К тестированию допускается пользователь изучивший материалы, авторизованных уникальным логином и паролем. Время отведенное на выполнение задания не более 90 минут. Количество попыток не более 3х



**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: векторы, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве</p>	<p>1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>A(1;2;3)</math> параллельно вектору <math>\vec{a} = (-2;3;0)</math>.</p> <p>1) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z</math> 2) <math>(x - 1)/-2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/0</math> 3) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z/0</math> 4) <math>x = y = z</math> ответ: 2</p> <p>2. Написать уравнение плоскости, содержащей оси <math>Ox, Oz</math>:</p> <p>1) <math>y = 0</math> 2) <math>y + x = 3</math> 3) <math>z = 4</math> 4) <math>x = 0</math> ответ: 1</p> <p>3. Своими координатами даны точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>C(3;2;1)</math>, <math>D(1;3;-1)</math>, <math>E(2;2;0)</math>. Лежат ли эти точки на одной плоскости?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 2</p> <p>4. Векторы <math>\vec{a}, \vec{b}</math> заданы своими координатами (в правой декартовой системе координат): <math>\vec{a} = (1;2;1)</math>, <math>\vec{b} = (0;-1;3)</math>. Найти координаты вектора <math>\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}</math>.</p> <p>1) <math>(3;7;0)</math> 2) <math>(-3;2;0)</math> 3) <math>(0;0;3)</math> 4) <math>(2;1;0)</math> ответ: 1</p> <p>5. Лежат ли точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>B(3;3;1)</math>, <math>C(5;4;2)</math> на одной прямой?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 1</p> <p>6. Дано: <math>\vec{a} = (1;2;0)</math>, <math>\vec{b} = (3;0;1)</math>. Найти длину вектора <math>\vec{a} \times \vec{b}</math></p> <p>1) 5 2) <math>(39)^{1/2}</math> 3) 3 4) <math>(41)^{1/2}</math> ответ: 4</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста

### КМ-3. Системы линейные уравнения

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Работы направляются в систему СДО "Прометей" в рамках функционала "письменная работа"

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по теории решения систем линейных уравнений

#### Контрольные вопросы/задания:

Уметь: определять ранги матриц. Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений	1. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 1. 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ методом Гаусса 1.
Уметь: находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора	1. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$ 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ с помощью обратной матрицы: 1.
Уметь: определять вид кривой/поверхности второго порядка	1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - y - z = -1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$ методом Крамера 1.

	<p>2. Найдите ранг матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 2 &amp; 4 &amp; 6 &amp; 8 \end{pmatrix}</math></p> <p>1.</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

**КМ-4. Линейные пространства**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Решение задач

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Тестирование проводится с использованием СДО "Прометей". К тестированию допускается пользователь изучивший материалы, авторизированных уникальным логином и паролем. Время отведенное на выполнение задания не более 60 минут. Количество попыток не более 3х

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: линейное пространство, линейные операторы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе</p>	<p>1. Найдите размерность линейного пространства <math>L = \{ax^2 + 2abx + (a + b), a, b \in R\}</math></p> <p>1. 1) 2 2. 2) 1 3. 3) 0 4. ответ: 1</p> <p>2. Собственными векторами линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе есть <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, являются:</p> <p>1. 1) <math>\{(1;0); (1;1)\}</math> 2) <math>\{(0;0); (1;2)\}</math> 3) <math>\{(1;-1); (2;1)\}</math> ответ: 1</p> <p>3. Линейный оператор <math>\varphi: R^3 \rightarrow R^3</math> определентак: <math>\varphi(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x} (\vec{a} = (1; 2; 3))</math>. Каковы собственные числа <math>\varphi</math></p> <p>1. 1) 0 2) 1, 2 3) -1, 2, 1 ответ: 1</p> <p>4. Найдите размерность (над R) пространства решений</p>
--	---

	<p>уравнений <math>\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}</math></p> <p>1. 1) 2</p> <p>2. 2) 4</p> <p>3. 3) 0</p> <p>4. ответ: 1</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

### Пример билета

Вид билета связан с интерфейсом сервиса "Прометей"



### Процедура проведения

В тесте 20 вопросов встречаются вопросы следующих типов: 1. с одним вариантом ответа ( в вопросах «один из многих», система сравнивает ответ слушателя с правильным ответом и автоматически выставляет за него назначенный балл) 2. с выбором нескольких вариантов ответов ( в вопросах «многие из многих» система оценивает каждый ответ отдельно; есть возможность разрешить слушателю получить за вопрос 0,75 балла, если он выберет 3 правильных ответа из 4) 3. на соответствие слушатель должен привести в соответствие левую и правую часть ответа (в вопросах «соответствие» система оценивает каждый ответ отдельно; можно разрешить слушателю получить за вопрос 0,75 балла, если он выберет 3 правильных ответа из 4) 4. развернутый ответ, вводится в ручную в специально отведенное поле (ручная оценка преподавателем)

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

#### **1. Компетенция/Индикатор: ОПК-1(Компетенция)**

#### **Вопросы, задания**

1. Линейные операторы, Их матрицы в разных базисах. Собственные числа и векторы линейных операторов
2. Правило Крамера
3. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

#### **Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Можно ли умножить матрицу размерности  $2 \times 3$  на матрицу размерности  $3 \times 5$   
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
Верный ответ: 2
2. Определитель матрицы системы 10 уравнений с десятью неизвестными равен 3, столбец свободных членов - нулевой. Может ли система иметь два различных решения?  
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

3. Определитель матрицы размерности  $3 \times 3$  равен 2. Есть ли у данной матрицы обратная?

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 2

4. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

## 2. Компетенция/Индикатор: ОПК-2(Компетенция)

### Вопросы, задания

1. Обратная матрица
2. Вычисление определителей
3. Матрицы и действия с ними

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Может ли скалярное произведение двух векторов равняться их векторному произведению?

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 2

2. Верно ли, что две несовпадающие прямые в пространстве лежат в одной плоскости?

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

3. Лежат ли точки  $A(1,2,3)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(2,1,1)$ ,  $D(-1,1,0)$  в одной плоскости?

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

4. Найти размерность линейного пространства многочленов второй степени от одной переменной

Ответы:

1) 0 2) 2 3) 3

Верный ответ: 3

## 3. Компетенция/Индикатор: ПК-3(Компетенция)

### Вопросы, задания

1. Различные виды уравнений плоскостей и прямых
2. Векторы, операции над векторами
3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
4. Кривые и поверхности второго порядка

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Линейный оператор в трёхмерном пространстве ставит в соответствие каждому вектору  $X$  вектор  $3X$ . Найти собственные числа этого вектора.

Ответы:

1) -3; 3; 0 2) 3 3) -3; 3

Верный ответ: 2

2. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?

Ответы:

1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация

Верный ответ: 2

3. Определить вид кривой, заданной в некоторой декартовой системе координат уравнением  $XU=1$

Ответы:

1) Прямая 2) Парабола 3) Гипербола

Верный ответ: 3

## ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня*

## ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»