

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника

Наименование образовательной программы: Лазерная и оптическая измерительная электроника

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

Т.В.
Капицына

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Скорнякова Н.М.
	Идентификатор	R984920bc-SkorniakovaNM-67f74b6

Н.М.
Скорнякова

Заведующий
выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Скорнякова Н.М.
	Идентификатор	R984920bc-SkorniakovaNM-67f74b6

Н.М.
Скорнякова

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности

ИД-2 Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

ИД-3 Применяет навыки использования знаний физики и математики при решении практических задач

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» (Контрольная работа)

2. КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» (Контрольная работа)

3. КМ-3 «Основы математической статистики» (Контрольная работа)

БРС дисциплины

3 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» (Контрольная работа)

КМ-2 КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» (Контрольная работа)

КМ-3 КМ-3 «Основы математической статистики» (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %			
	Индекс КМ:	КМ- 1	КМ- 2	КМ- 3
	Срок КМ:	7	11	15
Вероятности событий: основные понятия и теоремы				
Вероятности событий: основные понятия и теоремы		+		
Случайные величины				

Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей		+	
Математическая статистика			
Основы математической статистики			+
Вес КМ:	40	40	20

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-2 _{ОПК-1} Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Знать: терминологию и основные понятия теории вероятностей Уметь: применять основные формулы и теоремы теории вероятностей к решению задач на вычисление вероятности случайного события и находить числовые характеристики случайных величин	КМ-1 КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» (Контрольная работа) КМ-2 КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» (Контрольная работа)
ОПК-1	ИД-3 _{ОПК-1} Применяет навыки использования знаний физики и математики при решении практических задач	Знать: терминологию и основные понятия математической статистики Уметь: находить эмпирическую функцию распределения и проводить проверку статистических гипотез на основе критерия согласия хи-квадрат	КМ-3 КМ-3 «Основы математической статистики» (Контрольная работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 40

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на усвоение приёмов и методов решения задач по элементарной теории вероятностей

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: терминологию и основные понятия теории вероятностей	1. Число размещений из n элементов по m в каждом вычисляется по формуле: 1) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ 2) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 3) $P=n!$ 4) $P=(n-m)!$ 2. Число сочетаний из n элементов по m вычисляется по формуле: 1) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 2) $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ 3) $C_n^m = \frac{(n+m)!}{m!(n-m)!}$ 4) $C_n^m = \frac{(n-m)!}{m!n!}$ 3. В первом ящике 20 белых и 1 чёрный шар, во втором 50 белых и 6 чёрных. Из первого ящика во второй переложили 11 шаров, затем из второго извлекли 1 шар. Найти вероятность того, что выбранный шар - белый. 4. Из колоды в 52 карты извлекаются наудачу 4 карты. Вероятность того, что среди них окажутся ровно две пики равна 5. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях – это: а) самое маленькое из возможных чисел; б) самое большое из возможных чисел; в) число, которому соответствует наименьшая вероятность;

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
	г) число, которому соответствует наибольшая вероятность.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-2. КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 40

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения законов распределения стандартных случайных величин

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: применять основные формулы и теоремы теории вероятностей к решению задач на вычисление вероятности случайного события и находить числовые характеристики случайных величин	1. В партии из четырех деталей имеется две стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Найти математическое ожидание числа стандартных деталей среди отобранных. 2. От аэровокзала отправились три автобуса - экспресса к трапам самолета. Вероятность своевременного прибытия автобусов в аэропорт одинакова и равна 0,9. Случайная величина X - число своевременно прибывших автобусов. Найти математическое ожидание m

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
	величины X. 3. Пусть $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – дискретная случайная величина, p_i – вероятности появления x_i. Тогда математическое ожидание $M(X)$ случайной величины X рассчитывается по формуле: 1) $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ 2) $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i$ 3) $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i^2$ 4) $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i^2$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-3. КМ-3 «Основы математической статистики»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Основы математической статистики» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена отработку навыков первичной статистической обработки данных

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: терминологию и основные понятия математической статистики	1. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат 2. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности 3. Интервальное оценивание параметров генеральной

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
	совокупности
Уметь: находить эмпирическую функцию распределения и проводить проверку статистических гипотез на основе критерия согласия хи-квадрат	1.Измерения сопротивления резистора дали следующей результаты (в омах) : $X_1=592$, $X_2=595$, $X_3=594$, $X_4=592$, $X_5=593$, $X_6=597$, $X_7=595$, $X_8=589$, $X_9=590$. Известно, что ошибки измерения имеют нормальный закон распределения. Систематическая ошибка отсутствует. Построить доверительный интервал для интенсивного сопротивления резистора с надёжностью 0.99 в предположении: $D(x)=4$ 2.Дана выборка 8.8 13.9 4.3 10.7 -7.0 8.4 -0.3 20.3 13.0 -1.5 7.6 16.5 6.6 -8.9 18.7 Сгруппировать выборку, записать статистический ряд абсолютных частот, относительных частот, построить график выборочной функции распределения, гистограмму, сделать оценку математического ожидания и дисперсии, выдвинуть и подтвердить гипотезу о виде распределения с помощью критерия согласия Пирсона.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

3 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Основы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки)
2. 15% всех мужчин и 5% всех женщин — дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником (число мужчин и женщин считается одинаковым). Чему равна вероятность того, что это мужчина.
3. Бросаются 2 кубика. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 3.
4. Дан закон распределения. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $[2,3]$

Процедура проведения

За проведение зачета отвечает лектор. Зачет проводится письменно. Студенты пишут ответы на билет 1 час. По истечении срока написания, студенты сдают работы.

За ответ на каждый вопрос ставятся баллы:

1 -25 б., 2 - 25б., 3 - 25б, 4 -25 б. После суммирования баллов, ставится экзаменационная составляющая.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-2_{ОПК-1} Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

Вопросы, задания

- 1.Алгебра событий.
- 2.Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- 3.Формула полной вероятности.
- 4.Формула Байеса.
5. Схема независимых испытаний.
- 6.Формула Бернулли.
- 7.Закон Пуассона.
- 8.Простейший поток событий.
- 9.Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 10.Понятие о числовых характеристиках случайных величин.
- 11.Математическое ожидание и его свойства.
12. Дисперсия и ее свойства.
- 13.Среднее квадратическое отклонение. Мода. Медиана.
- 14.Нормальный закон распределения.
- 15.Формулировка центральной предельной теоремы для одинаково распределенных параметров.
- 16.Неравенство Чебышева.
- 17.Теоремы Чебышева и Бернулли.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?

Ответы:

1) 1,38 2) 0,38 3) 0,098 4) 0,68

Верный ответ: 2

2. Из ящика, содержащего 4 белых и 3 черных шара, вынули наугад 2 шара. Какова теперь вероятность вынуть белый шар из этого ящика?

Ответы:

1) $\frac{4}{7} \approx 0,5714$ 2) $\frac{7}{4} \approx 1,7500$ 3) $\frac{1}{7} \approx 0,1429$

Верный ответ: 1

3. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным равна $\frac{1}{3}$. Какова вероятность того, что из пяти купленных билетов два окажутся выигрышными?

Ответы:

1) $\frac{243}{50} \approx 4,8600$ 2) $\frac{80}{243} \approx 0,3292$ 3) $\frac{50}{134} \approx 0,3731$

Верный ответ: 2

4. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X :

X	1	3	5	7
$P(X)$	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C . Найти $M(X)$, $D(X)$, $P(X < 4)$.

Ответы:

1) $C=0,3$ $M(X)=1,4$ $D(X)=0,48$ $P(X < 4)=0,2$
2) $C=1,3$ $M(X)=5,4$ $D(X)=6,81$ $P(X < 4)=1,2$
3) $C=0,4$ $M(X)=4,4$ $D(X)=3,24$ $P(X < 4)=0,4$
4) $C=0,8$ $M(X)=0,4$ $D(X)=-1,8$ $P(X < 4)=1,01$

Верный ответ: 3

5. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности $f(x) = [Cx, x \in [0, 2]; 0, x \notin [0, 2]$

Определить величину постоянной C . Найти $M(X)$, $D(X)$, $P(X > 1)$, $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$.

Ответы:

1) $C=0,3$ $M(X)=\frac{1}{4}$ $D(X)=\frac{1}{48}$ $P(X > 1)=\frac{3}{2}$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=\frac{1}{5}$
2) $C=1,3$ $M(X)=\frac{5}{4}$ $D(X)=\frac{6}{8}$ $P(X > 1)=\frac{1}{2}$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=\frac{3}{2}$
3) $C=0,5$ $M(X)=\frac{3}{4}$ $D(X)=\frac{2}{9}$ $P(X > 1)=\frac{3}{4}$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=\frac{1}{2}$
4) $C=0,8$ $M(X)=\frac{7}{4}$ $D(X)=-\frac{1}{8}$ $P(X > 1)=\frac{1}{7}$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=\frac{5}{3}$

Верный ответ: 3

2. Компетенция/Индикатор: ИД-3_{ОПК-1} Применяет навыки использования знаний физики и математики при решении практических задач

Вопросы, задания

1. Выборка и выборочные характеристики. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности. Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности.

2. Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной генеральной совокупности. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат.

Материалы для проверки остаточных знаний

1.

Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины X объемом $n = 230$.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
n_i	157	41	22	10

1. Построить гистограмму относительных частот.
2. Найти точечные оценки для $M(X)$ и $D(X)$.
3. Найти доверительный интервал для $M(X)$ с уровнем надежности $\gamma = 0,95$.
4. С помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет показательный закон распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ при уровне значимости $\beta = 0,05$.

Указание. Точечную оценку параметра λ найти методом моментов, учитывая, что для этого распределения $M(X) = 1/\lambda$.

Ответы:

Вариант № 1.

1.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
$\hat{f}(x)$	0,075	0,175	0,165	0,085

2.

$M(X) \approx \bar{X} = 4,01$; $D(X) \approx s^2 = 3,6$; $s = 1,9$.

3.

$P(3,57 < M(X) < 4,45) = 0,98$.

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05$; $r = 4 - 1 - 2 = 1$; $1,79 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 3,84$.

Вариант № 2.

1.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
$\hat{f}(x)$	0,341	0,089	0,047	0,021

2.

$M(X) \approx \bar{X} = 2,0$; $D(X) \approx s^2 = 2,82$; $s = 1,67$.

3.

$P(1,78 < M(X) < 2,22) = 0,95$.

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05$; $r = 4 - 1 - 1 = 2$; $2,67 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 5,99$.

Вариант № 3.

1.

x	(2;4)	(4;6)	(6;8)	(8;10)
$\hat{f}(x)$	0,095	0,155	0,145	0,105

2.

$M(X) \approx \bar{X} = 6,04$; $D(X) \approx s^2 = 4,24$; $s = 2,06$.

3.

$P(5,64 < M(X) < 6,44) = 0,95$.

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05$; $r = 4 - 1 - 2 = 1$; $1,71 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 3,84$.

Вариант № 4.

1.

x_i	0	1	2	3	4
$\hat{p}(x)$	0,466	0,345	0,137	0,030	0,022

2.

$M(X) \approx \bar{X} = 0,8$; $D(X) \approx s^2 = 0,89$; $s = 0,94$.

3.

$P(0,69 < M(X) < 0,91) = 0,98$.

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05$; $r = 4 - 2 = 2$; $0,73 < \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 5,99$.

Верный ответ: Вариант 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».