

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника**

**Наименование образовательной программы: Светотехника и источники света**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель  
(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Подкопаева В.А.
	Идентификатор	Rfd0dd34a-ПодкопаеваVA-ef29ca

В.А.  
Подкопаева  
(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Григорьев А.А.
	Идентификатор	R28090f70-GrigoryevAA-7e2fdc05

А.А.  
Григорьев  
(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боос Г.В.
	Идентификатор	R4494501d-BoosGeorV-031c67c1

Г.В. Боос  
(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности

ИД-2 Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

ИД-3 Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» (Контрольная работа)

2. КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» (Контрольная работа)

3. КМ-3 «Основы математической статистики» (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %			
	Индекс КМ:	КМ- 1	КМ- 2	КМ- 3
	Срок КМ:	7	11	15
Вероятности событий: основные понятия и теоремы				
Вероятности событий: основные понятия и теоремы		+		
Случайные величины				
Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей			+	
Математическая статистика				
Основы математической статистики				+
	Вес КМ:	40	40	20

§Общая часть/Для промежуточной аттестации§

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Знать: терминологию и основные понятия теории вероятностей Уметь: применять основные формулы и теоремы теории вероятностей к решению задач на вычисление вероятности случайного события и находить числовые характеристики случайных величин	КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» (Контрольная работа) КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» (Контрольная работа)
ОПК-1	ИД-3 <sub>ОПК-1</sub> Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач	Знать: терминологию и основные понятия математической статистики Уметь: находить эмпирическую функцию распределения и проводить проверку статистических гипотез на основе критерия согласия хи-квадрат	КМ-3 «Основы математической статистики» (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. КМ-1 «Вероятности событий: основные понятия и теоремы»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 40

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Вероятности событий: основные понятия и теоремы» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на усвоение приёмов и методов решения задач по элементарной теории вероятностей

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: терминологию и основные понятия теории вероятностей	<p>1. Число размещений из <math>n</math> элементов по <math>m</math> в каждом вычисляется по формуле:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}</math></li><li>2) <math>C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}</math></li><li>3) <math>P=n!</math></li><li>4) <math>P=(n-m)!</math></li></ol> <p>2. Число сочетаний из <math>n</math> элементов по <math>m</math> вычисляется по формуле:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}</math></li><li>2) <math>C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}</math></li><li>3) <math>C_n^m = \frac{(n+m)!}{m!(n-m)!}</math></li><li>4) <math>C_n^m = \frac{(n-m)!}{m!n!}</math></li></ol> <p>3. В первом ящике 20 белых и 1 чёрный шар, во втором 50 белых и 6 чёрных. Из первого ящика во второй переложили 11 шаров, затем из второго извлекли 1 шар. Найти вероятность того, что выбранный шар - белый.</p> <p>4. Из колоды в 52 карты извлекаются наудачу 4 карты. Вероятность того, что среди них окажутся ровно две пики равна</p> <p>5. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях – это:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>а) самое маленькое из возможных чисел;</li><li>б) самое большое из возможных чисел;</li><li>в) число, которому соответствует наименьшая вероятность;</li><li>г) число, которому соответствует наибольшая вероятность.</li></ol>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-2. КМ-2 «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 40

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Случайные величины и их числовые характеристики. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения законов распределения стандартных случайных величин

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: применять основные формулы и теоремы теории вероятностей к решению задач на вычисление вероятности случайного события и находить числовые характеристики случайных величин</p>	<p>1. В партии из четырех деталей имеется две стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Найти математическое ожидание числа стандартных деталей среди отобранных.</p> <p>2. От аэровокзала отправились три автобуса - экспресса к трапам самолета. Вероятность своевременного прибытия автобусов в аэропорт одинакова и равна 0,9. Случайная величина <math>X</math> - число своевременно прибывших автобусов. Найти математическое ожидание <math>m</math> величины <math>X</math>.</p> <p>3. Пусть <math>X = (x_1, x_2, \dots, x_n)</math> – дискретная случайная величина, <math>p_i</math> – вероятности появления <math>x_i</math>. Тогда математическое ожидание <math>M(X)</math> случайной величины <math>X</math> рассчитывается по формуле:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i</math></li> <li>2) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i</math></li> <li>3) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i^2</math></li> <li>4) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i^2</math></li> </ol>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

### **КМ-3. КМ-3 «Основы математической статистики»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Основы математической статистики» студенты пишут на практическом занятии на 1 час.

#### **Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена отработку навыков первичной статистической обработки данных

#### **Контрольные вопросы/задания:**

Знать: терминологию и основные понятия математической статистики	1. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат 2. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности 3. Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности
Уметь: находить эмпирическую функцию распределения и проводить проверку статистических гипотез на основе критерия согласия хи-квадрат	1. Измерения сопротивления резистора дали следующей результаты (в омах) : $X_1=592$ , $X_2=595$ , $X_3=594$ , $X_4=592$ , $X_5=593$ , $X_6=597$ , $X_7=595$ , $X_8=589$ , $X_9=590$ . Известно, что ошибки измерения имеют нормальный закон распределения. Систематическая ошибка отсутствует. Построить доверительный интервал для интенсивного сопротивления резистора с надёжностью 0.99 в предположении: $D(x)=4$  2. Дана выборка 8.8 13.9 4.3 10.7 -7.0 8.4 -0.3 20.3 13.0 -1.5 7.6 16.5 6.6 -8.9 18.7 Сгруппировать выборку, записать статистический ряд абсолютных частот, относительных частот, построить график выборочной функции распределения, гистограмму, сделать оценку математического ожидания и дисперсии, выдвинуть и подтвердить гипотезу о виде распределения с помощью критерия согласия Пирсона.

#### **Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*



## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 3 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет с оценкой

#### Пример билета

1. Основы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки)
2. 15% всех мужчин и 5% всех женщин — дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником (число мужчин и женщин считается одинаковым). Чему равна вероятность того, что это мужчина.
3. Бросаются 2 кубика. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 3.
4. Дан закон распределения . Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $[2,3]$

#### Процедура проведения

За проведение зачета отвечает лектор. Зачет проводится письменно. Студенты пишут ответы на билет 1 час. По истечении срока написания, студенты сдают работы. За ответ на каждый вопрос ставятся баллы: 1 -25 б., 2 - 25б., 3 - 25б, 4 -25 б. После суммирования баллов, ставится экзаменационная составляющая.

#### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-1</sub> Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

#### Вопросы, задания

- 1.Алгебра событий.
- 2.Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- 3.Формула полной вероятности.
- 4.Формула Байеса.
5. Схема независимых испытаний.
- 6.Формула Бернулли.
- 7.Закон Пуассона.
- 8.Простейший поток событий.
- 9.Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 10.Понятие о числовых характеристиках случайных величин.
- 11.Математическое ожидание и его свойства.
12. Дисперсия и ее свойства.
- 13.Среднее квадратическое отклонение. Мода. Медиана.
- 14.Нормальный закон распределения.
- 15.Формулировка центральной предельной теоремы для одинаково распределенных параметров.
- 16.Неравенство Чебышева.
- 17.Теоремы Чебышева и Бернулли.

## Материалы для проверки остаточных знаний

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?

Ответы:

1) 1,38 2) 0,38 3) 0,098 4) 0,68

Верный ответ: 2

2. Из ящика, содержащего 4 белых и 3 черных шара, вынули наугад 2 шара. Какова теперь вероятность вынуть белый шар из этого ящика?

Ответы:

1)  $\frac{4}{7} \approx 0,5714$  2)  $\frac{7}{4} \approx 1,7500$  3)  $\frac{1}{7} \approx 0,1429$

Верный ответ: 1

3. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным равна 1/3. Какова вероятность того, что из пяти купленных билетов два окажутся выигрышными?

Ответы:

1)  $\frac{243}{50} \approx 4,8600$  2)  $\frac{80}{243} \approx 0,3292$  3)  $\frac{50}{134} \approx 0,3731$

Верный ответ: 2

4. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	1	3	5	7
P(X)	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X<4).

Ответы:

1) C=0,3 M(X)=1,4 D(X)=0,48 P(X<4)=0,2  
2) C=1,3 M(X)=5,4 D(X)=6,81 P(X<4)=1,2  
3) C=0,4 M(X)=4,4 D(X)=3,24 P(X<4)=0,4  
4) C=0,8 M(X)=0,4 D(X)=-1,8 P(X<4)=1,01

Верный ответ: 3

5. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности  $f(x) = [Cx, x \in [0,2]; 0, x \notin [0,2]$

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X>1), P(1/2<X<3/2).

Ответы:

1) C=0,3 M(X)=1/4 D(X)=1/48 P(X>1)=3/2 P(1/2<X<3/2)=1/5  
2) C=1,3 M(X)=5/4 D(X)=6/8 P(X>1)=1/2 P(1/2<X<3/2)=3/2  
3) C=0,5 M(X)=3/4 D(X)=2/9 P(X>1)=3/4 P(1/2<X<3/2)=1/2  
4) C=0,8 M(X)=7/4 D(X)=-1/8 P(X>1)=1/7 P(1/2<X<3/2)=5/3

Верный ответ: 3

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-3<sub>ОПК-1</sub> Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач

### Вопросы, задания

1. Выборка и выборочные характеристики. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности. Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности.

2. Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной генеральной совокупности. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат.

## Материалы для проверки остаточных знаний

1.

Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины  $X$  объемом  $n = 230$ .

$x$	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
$n_i$	157	41	22	10

1. Построить гистограмму относительных частот.
2. Найти точечные оценки для  $M(X)$  и  $D(X)$ .
3. Найти доверительный интервал для  $M(X)$  с уровнем надежности  $\gamma = 0,95$ .
4. С помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  имеет показательный закон распределения  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ,  $x \geq 0$  при уровне значимости  $\beta = 0,05$ .

Указание. Точечную оценку параметра  $\lambda$  найти методом моментов, учитывая, что для этого распределения  $M(X) = 1/\lambda$ .

### Ответы:

<b>Вариант №1.</b>	1.	$x$	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)	
		$\tilde{f}(x)$	0,075	0,175	0,165	0,085	
	2.	$M(X) \approx \bar{X} = 4,01; D(X) \approx s^2 = 3,6; s = 1,9.$					
	3.	$P(3,57 < M(X) < 4,45) = 0,98.$					
	4.	Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 2 = 1; 1,79 = \chi^2 < \chi_{\beta, r}^2 = 3,84.$					
<b>Вариант №2.</b>	1.	$x$	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)	
		$\tilde{f}(x)$	0,341	0,089	0,047	0,021	
	2.	$M(X) \approx \bar{X} = 2,0; D(X) \approx s^2 = 2,82; s = 1,67.$					
	3.	$P(1,78 < M(X) < 2,22) = 0,95.$					
	4.	Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 1 = 2; 2,67 = \chi^2 < \chi_{\beta, r}^2 = 5,99.$					
<b>Вариант №3.</b>	1.	$x$	(2;4)	(4;6)	(6;8)	(8;10)	
		$\tilde{f}(x)$	0,095	0,155	0,145	0,105	
	2.	$M(X) \approx \bar{X} = 6,04; D(X) \approx s^2 = 4,24; s = 2,06.$					
	3.	$P(5,64 < M(X) < 6,44) = 0,95.$					
	4.	Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 2 = 1; 1,71 = \chi^2 < \chi_{\beta, r}^2 = 3,84.$					
<b>Вариант №4.</b>	1.	$x_i$	0	1	2	3	4
		$\tilde{p}(x)$	0,466	0,345	0,137	0,030	0,022
	2.	$M(X) \approx \bar{X} = 0,8; D(X) \approx s^2 = 0,89; s = 0,94.$					
	3.	$P(0,69 < M(X) < 0,91) = 0,98.$					
	4.	Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 2 = 2; 0,73 < \chi^2 < \chi_{\beta, r}^2 = 5,99.$					

Верный ответ: Вариант 2

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения задания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения задания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения задания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

## III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»