

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника**

**Наименование образовательной программы: ЭТАЛОН: Теплоэнергетика и теплотехника**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель  
(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Шапошникова Д.А.
	Идентификатор	R3cbdd042-ShaposhnikovDA-869296

Д.А.  
Шапошникова  
(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Рогалев А.Н.
	Идентификатор	Rb956ba44-RogalevAN-6233a28b

А.Н. Рогалев  
(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Рогалев А.Н.
	Идентификатор	Rb956ba44-RogalevAN-6233a28b

А.Н. Рогалев  
(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

ИД-3 Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. КМ-1"Комбинаторика" (Контрольная работа)
2. КМ-2" «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики» (Контрольная работа)
3. КМ-3"МатСтатистика" (Контрольная работа)
4. КМ-4"Случайные процессы" (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

4 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	9	13	15
Комбинаторика					
Комбинаторика		+			
Теория вероятностей					
Теория вероятностей			+		
Математическая статистика					
Математическая статистика				+	
Случайные процессы					
Случайные процессы					+
	Вес КМ:	25	25	25	25

§Общая часть/Для промежуточной аттестации§

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-3	ИД-3 <sub>оПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики	Знать: основные понятия теории случайных процессов основные понятия комбинаторики Уметь: использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей применять аппарат математической статистики	КМ-1 "Комбинаторика" (Контрольная работа) КМ-2 "Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики" (Контрольная работа) КМ-3 "МатСтатистика" (Контрольная работа) КМ-4 "Случайные процессы" (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. КМ-1"Комбинаторика"

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу "Комбинаторика" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

#### Краткое содержание задания:

Применить основные понятия и формулы комбинаторики

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные понятия комбинаторики	<ol style="list-style-type: none"><li>1.основные понятия комбинаторики</li><li>2.Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал пяти цветов?</li><li>3.Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?</li><li>4.Сколькими способами можно посадить 5 человек за столом?</li><li>5.В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?</li><li>6.Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 3 карты?</li></ol>
---------------------------------------	---

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

### КМ-2. КМ-2" «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики» студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление вероятности с помощью формул комбинаторики, теорем сложения, умножения вероятности. Вычисление числовых характеристик и вероятности случайных величин.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей

- 1.использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей
- 2.Найти вероятность того, что среди 6 карт, взятых наудачу из колоды в 36 карт, будет ровно 2 туза.
- 3.Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?
- 4.. Задан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	3	5	7
$P$	0,1	0,3	$C$	0,2

Определить величину постоянной  $C$ . Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $P(X < 4)$ .

5.Случайная величина  $X$  имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{x}{16}, & \text{при } 0 < x \leq 4; \\ 1, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Найдите математическое ожидание этой случайной величины и вероятности:

$$P(1 < X < 2), P(X < 3), P(2 < X).$$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

### КМ-3. КМ-3"МатСтатистика"

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу "МатСтатистика" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

#### Краткое содержание задания:

Построить доверительный интервал и вычислить интервальные оценки. Проверить статистическую гипотезу.

#### Контрольные вопросы/задания:

<p>Уметь: применять аппарат математической статистики</p>	<p>1. применять аппарат математической статистики 2. Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины <math>X</math> объемом</p> <table border="1" data-bbox="735 869 1011 943"> <tr> <td><math>x</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>15</td> <td>35</td> <td>33</td> <td>17</td> </tr> </table> <p>1. Построить гистограмму относительных частот. 2. Найти точечные оценки для <math>\mu</math> и <math>\sigma</math>. 3. Найти доверительный интервал для <math>\mu</math> с уровнем надежности <math>\gamma</math>. 3. С помощью критерия <math>\chi^2</math> проверить гипотезу о том, что случайная величина <math>X</math> имеет нормальный закон распределения <math>N(\mu, \sigma)</math> при уровне значимости <math>\beta = 0,05</math>. <i>Указание.</i> Точечные оценки параметров <math>\mu</math> и <math>\sigma</math> найти методом моментов, учитывая, что для нормального распределения <math>M(X) = \mu, D(X) = \sigma^2</math></p>	$x$						15	35	33	17
$x$											
	15	35	33	17							

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

#### КМ-4. Км-4"Случайные процессы"

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу "Случайные процессы" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Найти корреляционную функцию случайного процесса

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: основные понятия теории случайных процессов</p>	<p>1.основные понятия теории случайных процессов                  2.Найти спектральную плотность стационарной случайной функции <math>X(t)X(t)</math>, если ее корреляционная функция имеет вид:  <math>k_x(\tau) = \begin{cases} 1-0,5 \tau , &amp;  \tau  \leq 2 \\ 0, &amp;  \tau  &gt; 2 \end{cases}</math>.</p> <p>3.Дана спектральная плотность  <math>S_q(w) = \begin{cases} a, &amp;  w  \leq N \\ 0, &amp;  w  &gt; N \end{cases}</math>                  Определить корреляционную функцию <math>K_\xi(\tau)K_\xi(\tau)</math> и дисперсию <math>D_\xi D_\xi</math>.</p> <p>4.Случайная функция <math>X(t)X(t)</math> имеет вид:  <math>X(t) = 3 + V_1 \cos wt + V_2 \sin wt, X(t) = 3 + V_1 \cos wt + V_2 \sin wt</math>,                  где <math>V_1 V_1</math> и <math>V_2 V_2</math> – некоррелированные случайные величины с математическими ожиданиями, равными нулю, и с дисперсиями <math>D_1 = D_2 = 3</math>. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию <math>X(t)X(t)</math>. Определить, является ли <math>X(t)X(t)</math> стационарной случайной функцией?</p> <p>5.На вход линейной стационарной динамической системы, описываемой данным дифференциальным уравнением, подаётся стационарная случайная функция <math>X(t)X(t)</math> с математическим ожиданием <math>m_x m_x</math> и корреляционной функцией <math>k_x(\tau)k_x(\tau)</math>. Найти                  1) математическое ожидание;                  2) дисперсию случайной функции <math>Y(t)</math> на выходе системы в установившемся режиме.  <math>Y'(t) + 3Y(t) = 3X'(t) + X(t), m_x = 12, k_x(\tau) = e^{-2 \tau }</math>.</p>
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95



*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

*Оценка:* 4

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 80

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка:* 3

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 60

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 4 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет с оценкой

### Пример билета

1. Основы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки)
2. 15% всех мужчин и 5% всех женщин — дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником (число мужчин и женщин считается одинаковым). Чему равна вероятность того, что это мужчина.
3. Бросаются 2 кубика. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 3.
4. Дан закон распределения. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $[2,3]$

### Процедура проведения

За проведение зачета отвечает лектор. Зачет проводится письменно. Студенты пишут ответы на билет 1 час. По истечении срока написания, студенты сдают работы. За ответ на каждый вопрос ставятся баллы: 1 -25 б., 2 - 25б., 3 - 25б, 4 -25 б. После суммирования баллов, ставится экзаменационная составляющая.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-3<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

### Вопросы, задания

- 1.Алгебра событий.
- 2.Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- 3.Формула полной вероятности.
- 4.Формула Байеса.
- 5.Закон Пуассона.
- 6.Простейший поток событий.
- 7.Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 8.Понятие о числовых характеристиках случайных величин.
- 9.Математическое ожидание и его свойства.
10. Дисперсия и ее свойства.
- 11.Среднее квадратическое отклонение. Мода. Медиана.
- 12.Нормальный закон распределения.
- 13.Неравенство Чебышева.
- 14.Теоремы Чебышева и Бернулли.
- 15.Выборка и выборочные характеристики. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности. Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности.
- 16.Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной генеральной совокупности. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат.

## Материалы для проверки остаточных знаний

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?

Ответы:

1) 1,38 2) 0,38 3) 0,098 4) 0,68

Верный ответ: 2

2. Из ящика, содержащего 4 белых и 3 черных шара, вынули наугад 2 шара. Какова теперь вероятность вынуть белый шар из этого ящика?

Ответы:

1)  $\frac{4}{7} \approx 0,5714$  2)  $\frac{7}{4} \approx 1,7500$  3)  $\frac{1}{7} \approx 0,1429$

Верный ответ: 1

3. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным равна 1/3. Какова вероятность того, что из пяти купленных билетов два окажутся выигрышными?

Ответы:

1)  $\frac{243}{50} \approx 4,8600$  2)  $\frac{80}{243} \approx 0,3292$  3)  $\frac{50}{134} \approx 0,3731$

Верный ответ: 2

4. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	1	3	5	7
P(X)	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X<4).

Ответы:

1) C=0,3 M(X)=1,4 D(X)=0,48 P(X<4)=0,2  
2) C=1,3 M(X)=5,4 D(X)=6,81 P(X<4)=1,2  
3) C=0,4 M(X)=4,4 D(X)=3,24 P(X<4)=0,4  
4) C=0,8 M(X)=0,4 D(X)=-1,8 P(X<4)=1,01

Верный ответ: 3

5. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности  $f(x) = [Cx, x \in [0,2]; 0, x \notin [0,2]$

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X>1), P(1/2<X<3/2).

Ответы:

1) C=0,3 M(X)=1/4 D(X)=1/48 P(X>1)=3/2 P(1/2<X<3/2)=1/5  
2) C=1,3 M(X)=5/4 D(X)=6/8 P(X>1)=1/2 P(1/2<X<3/2)=3/2  
3) C=0,5 M(X)=3/4 D(X)=2/9 P(X>1)=3/4 P(1/2<X<3/2)=1/2  
4) C=0,8 M(X)=7/4 D(X)=-1/8 P(X>1)=1/7 P(1/2<X<3/2)=5/3

Верный ответ: 3

6.

Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины X объемом n = 230.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
n <sub>i</sub>	157	41	22	10

1. Построить гистограмму относительных частот.
2. Найти точечные оценки для M(X) и D(X).
3. Найти доверительный интервал для M(X) с уровнем надежности  $\gamma = 0,95$ .
4. С помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет показательный закон распределения  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ,  $x \geq 0$  при уровне значимости  $\beta = 0,05$ .

Указание. Точечную оценку параметра  $\lambda$  найти методом моментов, учитывая, что для этого распределения  $M(X) = 1/\lambda$ .

Ответы:

Вариант №1.	1.	$x$	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)	
		$\tilde{f}(x)$	0,075	0,175	0,165	0,085	
2. $M(X) \approx \bar{X} = 4,01$ ; $D(X) \approx s^2 = 3,6$ ; $s = 1,9$ .							
3. $P(3,57 < M(X) < 4,45) = 0,98$ .							
4. Не отвергается; $\beta = 0,05$ ; $r = 4 - 1 - 2 = 1$ ; $1,79 = \gamma^2 < \gamma_{\beta,r}^2 = 3,84$ .							
Вариант №2.	1.	$x$	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)	
		$\tilde{f}(x)$	0,341	0,089	0,047	0,021	
2. $M(X) \approx \bar{X} = 2,0$ ; $D(X) \approx s^2 = 2,82$ ; $s = 1,67$ .							
3. $P(1,78 < M(X) < 2,22) = 0,95$ .							
4. Не отвергается; $\beta = 0,05$ ; $r = 4 - 1 - 1 = 2$ ; $2,67 = \gamma^2 < \gamma_{\beta,r}^2 = 5,99$ .							
Вариант №3.	1.	$x$	(2;4)	(4;6)	(6;8)	(8;10)	
		$\tilde{f}(x)$	0,095	0,155	0,145	0,105	
2. $M(X) \approx \bar{X} = 6,04$ ; $D(X) \approx s^2 = 4,24$ ; $s = 2,06$ .							
3. $P(5,64 < M(X) < 6,44) = 0,95$ .							
4. Не отвергается; $\beta = 0,05$ ; $r = 4 - 1 - 2 = 1$ ; $1,71 = \gamma^2 < \gamma_{\beta,r}^2 = 3,84$ .							
Вариант №4.	1.	$x_j$	0	1	2	3	4
		$\tilde{p}(x)$	0,466	0,345	0,137	0,030	0,022
2. $M(X) \approx \bar{X} = 0,8$ ; $D(X) \approx s^2 = 0,89$ ; $s = 0,94$ .							
3. $P(0,69 < M(X) < 0,91) = 0,98$ .							
4. Не отвергается; $\beta = 0,05$ ; $r = 4 - 2 = 2$ ; $0,73 < \gamma^2 < \gamma_{\beta,r}^2 = 5,99$ .							

Верный ответ: Вариант 2

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

## III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»