

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 14.04.01 Ядерная энергетика и теплофизика

Наименование образовательной программы: Теплофизика и молекулярная физика

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Магнитная газодинамика**

**Москва
2022**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Листратов Я.И.
	Идентификатор	R5aadb743-ListratovYI-6964dfbf

(подпись)

Я.И.
Листратов

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Яньков Г.Г.
	Идентификатор	Rbb1f0c84-YankovGG-11a2e4dc

(подпись)

Г.Г. Яньков

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Герасимов Д.Н.
	Идентификатор	Ra5495398-GerasimovDN-6b58615

(подпись)

Д.Н.
Герасимов

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ПК-2 Способен владеть расчетно-теоретическими и экспериментальными методами исследования теплогидравлических процессов в энергетическом оборудовании

ИД-2 Владеет расчетно-теоретическими методами анализа процессов в энергетическом оборудовании

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Устная форма

1. Коллоквиум "Ламинарные и турбулентные магнитогидродинамические течения в каналах" (Перекрестный опрос)

2. Коллоквиум "Математическое описание процессов магнитной газодинамики" (Перекрестный опрос)

3. Коллоквиум "МГД-проблемы жидкометаллических теплоносителей в теплообменных системах" (Перекрестный опрос)

4. Коллоквиум "Обобщение экспериментальных данных МГД-течения и теплообмена в каналах" (Перекрестный опрос)

БРС дисциплины

3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	5	9	13	16
Предмет магнитной газодинамики и ее практические приложения					
Введение в магнитную газодинамику	+				
Система уравнений электромагнитной газодинамики					
Уравнения электромагнитной газодинамики.	+				
Интегральная форма уравнений Максвелла.	+				
Система уравнений магнитной газодинамики					
Магнитогазодинамические приближения уравнений электромагнитной газодинамики	+				
Уравнение индукции и его анализ. Проблема МГД-динамо	+				

Ламинарные магнитогидродинамические течения в каналах				
Ламинарное течение в плоском канале в поперечном магнитном поле (задача Гартмана)		+		
Теплообмен в задаче Гартмана.		+		
Турбулентные магнитогидродинамические течения				
Воздействие магнитного поля на турбулентные течения:		+		
Гидродинамики и теплообмен при течении в круглой трубе в продольном магнитном поле.		+		
Гидродинамика и теплообмен при турбулентном течении в плоском канале в поперечном магнитном поле.		+		
Обобщение экспериментальных данных. Расчетные соотношения для коэффициентов сопротивления и теплоотдачи при течении электропроводных жидкостей в магнитных полях				
Течения в продольном магнитном поле.			+	
Течения в поперечном магнитном поле.			+	
Магнитогидродинамические проблемы использования жидкометаллических теплоносителей для отвода тепла из blankets токамака и возможные пути их решения				
Снижение влияния эффекта Гартмана				+
Влияние проводимости стенок канала.				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ПК-2	ИД-2ПК-2 Владеет расчетно-теоретическими методами анализа процессов в энергетическом оборудовании	Знать: Особенности проблем магнитной газодинамики применительно к теплогидравлическим процессам в энергетическом оборудовании Методы расчета гидродинамики и теплообмена при течении электропроводных сред в магнитных полях Уметь: Ставить и решать задачи магнитной газодинамики Анализировать и обосновывать выбор оптимальных параметров жидкометаллических теплообменных систем, работающих в магнитных полях	Коллоквиум "Математическое описание процессов магнитной газодинамики" (Перекрестный опрос) Коллоквиум "Ламинарные и турбулентные магнитогидродинамические течения в каналах" (Перекрестный опрос) Коллоквиум "Обобщение экспериментальных данных МГД-течения и теплообмена в каналах" (Перекрестный опрос) Коллоквиум "МГД-проблемы жидкометаллических теплоносителей в теплообменных системах" (Перекрестный опрос)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Коллоквиум "Математическое описание процессов магнитной газодинамики"

Формы реализации: Устная форма

Тип контрольного мероприятия: Перекрестный опрос

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: проводится в форме устного опроса

Краткое содержание задания:

1. Уравнения Максвелла - составная часть уравнений электромагнитной газодинамики.
2. Граничные условия уравнений электродинамики
3. Закон сохранения энергии электромагнитного поля
4. Взаимное преобразование энергии электромагнитного поля и механической энергии потока в режиме генератора и режиме насоса

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: Ставить и решать задачи магнитной газодинамики	1. Закон сохранения энергии электромагнитного поля, анализ его слагаемых. 2. Уравнение движения. Анализ его слагаемых. 3. Уравнение энергии. Анализ его слагаемых. Джоулева диссипация энергии 4. Анализ знаков слагаемых в соотношении $\mathbf{j} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{F}_e \cdot \mathbf{v} + Q$.
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

КМ-2. Коллоквиум "Ламинарные и турбулентные магнитогидродинамические течения в каналах"

Формы реализации: Устная форма

Тип контрольного мероприятия: Перекрестный опрос

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: проводится в форме устного опроса

Краткое содержание задания:

1. Течение несжимаемой жидкости в плоском канале в поперечном магнитном поле (задача Гартмана).
2. Режимы работы МГД-канала.
3. Влияние движения среды на магнитное поле на примере задачи Гартмана

Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: Методы расчета гидродинамики и теплообмена при течении электропроводных сред в магнитных полях</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачи Гартмана, система уравнений 2. Анализ режимов работы МГД канала с помощью закона Ома. 3. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент теплоотдачи в задаче Гартмана 4. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент гидравлического сопротивления в задаче Гартмана
--	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

КМ-3. Коллоквиум "Обобщение экспериментальных данных МГД-течения и теплообмена в каналах"

Формы реализации: Устная форма

Тип контрольного мероприятия: Перекрестный опрос

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: проводится в форме устного опроса

Краткое содержание задания:

1. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент гидравлического сопротивления
2. Что такое "эффект Гартмана" ?
3. Влияние продольного магнитного поля на гидравлическое сопротивление при течении в каналах при ламинарном и турбулентном режимах течения
4. Влияние поперечного магнитного поля на гидравлическое сопротивление при течении в каналах при ламинарном и турбулентном режимах течения.

Контрольные вопросы/задания:

<p>Уметь: Анализировать и обосновывать выбор оптимальных параметров жидкометаллических теплообменных систем, работающих в магнитных полях</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Влияние поперечного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при ламинарном течении 2. Влияние поперечного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при турбулентном течении 3. Влияние продольного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при ламинарном течении 4. Влияние продольного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при турбулентном течении
---	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

КМ-4. Коллоквиум "МГД-проблемы жидкометаллических теплоносителей в теплообменных системах"

Формы реализации: Устная форма

Тип контрольного мероприятия: Перекрестный опрос

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: проводится в форме устного опроса

Краткое содержание задания:

1. Принцип действия МГД-генератора, МГД-насоса и МГД-расходомера.
2. ТОКАМАК и общие проблемы удержания плазмы.
3. МГД-проблемы жидкометаллического blankets термоядерного реактора и пути их преодоления.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Особенности проблем магнитной газодинамики применительно к теплогидравлическим процессам в энергетическом оборудовании	1.Способы снижения влияния эффекта Гартмана 2.Течение в компланарном магнитном поле 3.Влияние проводимости стенок канала на гидродинамику МГД течений в каналах
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

3 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

Билет №19

1. Интегральная форма уравнений Максвелла.
2. Решение тепловой части задачи Гартмана. Найти число Нуссельта.

Процедура проведения

студенты готовят ответы на вопросы билета письменно, затем отвечаю преподавателю устно

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-2_{ПК-2} Владеет расчетно-теоретическими методами анализа процессов в энергетическом оборудовании

Вопросы, задания

- 1.1. Предмет МГД и ее практические приложения.
2. Система уравнений электромагнитной газодинамики.
3. Уравнения Максвелла - составная часть уравнений электромагнитной газодинамики.
4. Интегральная форма уравнений Максвелла.
5. Закон Ома. Физический смысл его слагаемых.
6. Граничные условия уравнений электродинамики.
7. Закон сохранения энергии электромагнитного поля, анализ его слагаемых.
8. Уравнение движения. Анализ его слагаемых.
9. Уравнение энергии. Анализ его слагаемых. Джоулева диссипация энергии.
10. Взаимное преобразование энергии электромагнитного поля и механической энергии потока в режиме генератора и режиме насоса.
11. Система уравнений магнитной газодинамики.
12. Магнитогазодинамическое упрощение первого уравнения Максвелла.
13. Безразмерная форма уравнения индукции. Физический смысл ReM .
14. Проблема МГД-динамо.
15. Диффузия и конвекция магнитных полей.
16. Безразмерные критерии магнитной газодинамики и их физический смысл.
17. Квазилинейное и квазистатическое МГД-приближение. Волны Альфвена.
18. Безразмерная форма уравнения движения для канальных течений. Критерии Стюарта и Гартмана.
19. Течение несжимаемой жидкости в плоском канале в поперечном магнитном поле (задача Гартмана). Постановка задачи, система уравнений.
20. Влияние поперечного магнитного поля на профиль скорости (задача Гартмана).
21. Режимы работы МГД-канала. Анализ режимов с помощью закона Ома.
22. Влияние движения среды на магнитное поле на примере задачи Гартмана.
23. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент гидравлического сопротивления (задача Гартмана).
24. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент теплоотдачи (задача Гартмана).
25. Способы снижения влияния эффекта Гартмана. Течение в компланарном магнитном

поле. Влияние проводимости стенок канала.

26. Качественный анализ влияния магнитного поля в канальных течениях. Подавление турбулентности.

27. Влияние поперечного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при ламинарном течении.

28. Влияние поперечного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при турбулентном течении.

29. Влияние продольного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при ламинарном течении.

30. Влияние продольного магнитного поля на гидродинамику и теплообмен при течении в каналах при турбулентном течении

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Предмет МГД и ее практические приложения

Ответы:

Магнитная гидродинамика — это область науки, изучающая явления, связанные с движением электропроводных несжимаемых жидкостей в электрических и магнитных полях.

Развитие магнитной гидродинамики в очень большой степени определялось развитием техники и, в частности, разработкой различных магнитогидродинамических устройств (насосов, генераторов, расходомеров, дозаторов и т. п.), а также созданием различных бесконтактных способов, изменяющих в какой-то степени свойства проводящей среды или конечного продукта технологической цепи (воздействие электромагнитным полем на кристаллизующийся слиток, отливка при помощи высокочастотных полей изделий сложной формы, сепарация, использование электромагнитного поля для выращивания кристаллов и т. д.). Теория этих устройств, процессов, как в общем, так и теория магнитогидродинамических течений в каналах, является предметом многих специальных монографий. До некоторых пор казалось, что можно было говорить о какой-то идейной и методической завершенности магнитной гидродинамики, но технические проблемы металлургии цветных металлов и стали, термоядерного синтеза, проблемы управления потоками жидкого металла в реакторах на быстрых нейтронах, использование магнитного поля в качестве средства воздействия на твердые проводящие тела, когда магнитное давление превышает предел текучести материала, ставят перед исследователями новые задачи, часть из которых может быть решена методами магнитной гидродинамики.

Исследователи выходят в экстремальные области магнитной гидродинамики: в области сильных магнитных полей (большие значения чисел Гартмана и Стюарта), в области относительно больших линейных размеров, скоростей и частот (большие значения магнитного числа Рейнольдса). Изучение этих областей привело к выводу, что переход к экстремальным значениям параметров магнитной гидродинамики есть не просто упрощение ряда формул при предельном переходе, а очень часто - появление новых промежуточных областей науки: электромагнитной механики твердого тела, магнитной механики сыпучих сред, магнитной гидродинамики гетерогенных сред и т. п. При экстремальных значениях параметров магнитной гидродинамики можно наблюдать целый ряд новых физических явлений, как то: магнито-стабилизированное состояние суспензии, появление «вязкого ядра» при течении проводящей жидкости в осесимметричном магнитном поле, явление самовозбуждения магнитного поля, целый ряд новых явлений в плазменной струе.

Верный ответ: Магнитная гидродинамика - «наука о движении электропроводящих газов и жидкостей во взаимодействии с магнитным полем. При движении электропроводящей среды (газа, жидкости), находящейся в магнитном поле, в ней индуцируются электрические поля и токи, на которые действует магнитное поле и

которые сами могут повлиять на магнитное поле. Таким образом возникает сложная картина взаимодействия магнитных и гидродинамических явлений, которая должна рассматриваться на основе совместных уравнений гидродинамики и электродинамики.

2. Система уравнений электромагнитной газодинамики

Ответы:

Уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (1.1)$$

где $\frac{d...}{dt} = \frac{\partial...}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)...$ — так называемая субстанциональная производная.

Уравнение движения

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho_e \mathbf{E}. \quad (1.2)$$

Это уравнение отличается от уравнения движения в обычной газодинамике наличием двух последних слагаемых в правой части, представляющих собой объемную электромагнитную и кулоновскую силы, действующие на элементарный объем жидкости.

Уравнение энергии

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \lambda \nabla^2 T + \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})^2 \quad (1.3)$$

также отличается от уравнения энергии в обычной газодинамике дополнительным слагаемым, учитывающим джоулево тепловыделение.

К этой системе необходимо добавить уравнение состояния. Обычно в качестве такового используют уравнение идеального газа

$$p = \rho RT. \quad (1.4)$$

В обычной газодинамике эта система из шести уравнений (уравнение (1.2) — векторное и эквивалентно трем скалярным уравнениям) образует замкнутую систему относительно соответствующего числа неизвестных — p , ρ , \mathbf{u} , T . В магнитной газодинамике благодаря наличию дополнительных слагаемых, в которых фигурируют дополнительные неизвестные, эта система является незамкнутой. Для ее замыкания необходимо добавить уравнения электродинамики (уравнения Максвелла) и закон Ома.

3. Уравнения Максвелла - составная часть уравнений электромагнитной газодинамики

Ответы:

Первое уравнение Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.5)$$

Здесь \mathbf{H} и \mathbf{D} — компоненты векторов напряженности магнитного поля и индукции электрического поля; $\operatorname{rot} \mathbf{H}$ характеризует завихренность магнитного поля в рассматриваемой точке пространства; \mathbf{j} — плотность тока в рассматриваемой точке пространства; $\partial \mathbf{D} / \partial t$ — ток смещения.

Физический смысл первого уравнения Максвелла можно трактовать следующим образом: если в какой-то точке среды имеет место ток проводимости или ток смещения, то в этой точке $\operatorname{rot} \mathbf{H} \neq 0$, т.е. магнитное поле является вихревым. И наоборот, если в какой-то точке среды $\operatorname{rot} \mathbf{H} \neq 0$, то в этой точке имеет место электрический ток (проводимости или смещения).

Второе уравнение Максвелла записывается следующим образом:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.6)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{B} — компоненты векторов напряженности электрического поля и индукции магнитного поля. Эти величины для большинства сред связаны с величинами, фигурирующими в уравнении (1.5), следующими простыми соотношениями:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H},$$

где ϵ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.

Для жидких металлов эти величины равны диэлектрической и магнитной проницаемости вакуума и в системе СИ соответственно равны:

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Отметим, что $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, где c — скорость света в вакууме.

Физический смысл второго уравнения Максвелла заключается в следующем: если в рассматриваемой точке пространства происходит изменение во времени магнитного поля, то в этой точке $\operatorname{rot} \mathbf{E} \neq 0$, т.е. электрическое поле является вихревым. И наоборот, если в какой-либо точке $\operatorname{rot} \mathbf{E} \neq 0$, то в этой точке имеет место изменение магнитного поля во времени.

Третье уравнение Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_e, \quad (1.7)$$

где ρ_e — плотность электрического заряда в рассматриваемой точке.

Это уравнение отражает хорошо известный факт, что источниками электрического поля являются электрические заряды. Или иными словами, силовые линии электрического поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных электрических зарядах.

Четвертое уравнение Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1.8)$$

констатирует тот факт, что магнитное поле не имеет зарядов и силовые линии магнитного поля нигде не начинаются и нигде не оканчиваются (чаще всего это замкнутые линии).

4. Интегральная форма уравнений Максвелла

Ответы:

Чтобы получить интегральную форму первого уравнения Максвелла, проинтегрируем уравнение (1.5) по произвольной поверхности S , опирающейся на контур l (рис. 1.1):

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{H} d\mathbf{S} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}.$$

Левую часть этого выражения в соответствии с теоремой Стокса—Остроградского можно представить в виде:

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{H} d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{H} d\mathbf{l}.$$

Правая часть — это полный ток, пронизывающий поверхность S , ограниченную контуром l («натянутую» на этот контур). Обозначив эту величину через I , окончательно получим

$$\oint_l \mathbf{H} d\mathbf{l} = I, \quad (1.10)$$

где $\oint_l \mathbf{H} d\mathbf{l}$ — циркуляция вектора \mathbf{H} по контуру l .

↪ Для получения интегральной формы второго уравнения Максвелла проинтегрируем по поверхности S (см. рис. 1.1) уравнение (1.6)

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{E} d\mathbf{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}.$$

Левая часть этого уравнения в соответствии с формулой Стокса—Остроградского представляет собой циркуляцию вектора \mathbf{E} по контуру l , а интеграл в правой части

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

— полный поток магнитной индукции, пронизывающий поверхность S , «натянутую» на контур l . В результате получаем

$$\oint_l \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Это уравнение представляет собой математическое выражение закона Фарадея (1831 г.): *электродвижущая сила, генерируемая в контуре (равная циркуляции напряженности электрического поля по контуру), равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающего поверхность, «натянутую» на контур.* На принципе, выражаемом этим законом, основано действие электрогенераторов.

✎ Для получения интегральной формы второго уравнения Максвелла проинтегрируем по поверхности S (см. рис. 1.1) уравнение (1.6)

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}.$$

Левая часть этого уравнения в соответствии с формулой Стокса—Остроградского представляет собой циркуляцию вектора \mathbf{E} по контуру l , а интеграл в правой части

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}$$

— полный поток магнитной индукции, пронизывающий поверхность S , «натянутую» на контур l . В результате получаем

$$\oint_l \mathbf{E} \, d\mathbf{l} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Это уравнение представляет собой математическое выражение закона Фарадея (1831 г.): *электродвижущая сила, генерируемая в контуре (равная циркуляции напряженности электрического поля по контуру), равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающего поверхность, «натянутую» на контур.* На принципе, выражаемом этим законом, основано действие электрогенераторов.

5. Закон Ома. Физический смысл его слагаемых.

Ответы:

Закон Ома будем использовать в виде

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \rho_e \mathbf{u}.$$

Левая часть этого уравнения \mathbf{j} — плотность тока в рассматриваемой точке пространства (А/м^2). Первое слагаемое в правой части $\sigma \mathbf{E}$ — ток, обусловленный приложенным электрическим полем. Второе — $\sigma [\mathbf{u} \times \mathbf{B}]$ — индуцированный ток, возникающий при движении электропроводной среды в магнитном поле. Сумма этих слагаемых — ток проводимости. Третье слагаемое $\rho_e \mathbf{u}$ — ток конвекции.

6. Граничные условия уравнений электродинамики

Ответы:

$$\mathbf{E}_{1t} - \mathbf{E}_{2t} = 0; \quad (1.11)$$

$$\mathbf{H}_{1t} - \mathbf{H}_{2t} = \mathbf{i}_n \times \mathbf{n}; \quad (1.12)$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \varphi_n; \quad (1.13)$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0. \quad (1.14)$$

Здесь нижний индекс 1 или 2 показывает, в какой из сред по обе стороны границы раздела рассматривается соответствующий электромагнитный параметр. Индексами t и n отмечаются касательные и нормальные по отношению к поверхности раздела компоненты векторов. Величины \mathbf{i}_n и φ_n означают соответственно плотность поверхностного тока и плотность поверхностного электрического заряда на поверхности раздела, \mathbf{n} — это единичный вектор нормали к поверхности раздела.

Соотношения (1.11)—(1.14) показывают, что при переходе через границу раздела двух сред:

- а) касательная составляющая вектора напряженности электрического поля не терпит разрыва;
- б) касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля изменяется и по значению, и по направлению, причем это изменение определяется вектором плотности поверхностного тока;
- в) нормальная составляющая вектора индукции электрического поля изменяется на значение плотности поверхностного электрического заряда;
- г) нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля не терпит разрыва.

7. Закон сохранения энергии электромагнитного поля, анализ его слагаемых

Ответы:

1.5. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для получения уравнения сохранения энергии электромагнитного поля воспользуемся первым и вторым уравнениями Максвелла, записанными в следующем виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Умножим скалярно первое уравнение на \mathbf{E} , а второе на \mathbf{H} и просуммируем полученные выражения. В результате после несложных преобразований имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) = -\mathbf{jE} - (\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H}),$$

но

$$\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{div} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] = \operatorname{div} \mathbf{S}.$$

Таким образом,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) = -\mathbf{jE} - \operatorname{div} \mathbf{S}.$$

Это уравнение и представляет собой закон сохранения энергии электромагнитного поля, левая часть которого — скорость изменения энергии электромагнитного поля в рассматриваемой точке пространства. Слагаемые в правой части показывают причину этого изменения. Первое слагаемое характеризует обмен энергией между средой и электромагнитным полем. Оно может быть и положительным, и отрицательным. Если $\mathbf{jE} > 0$, то с учетом знака минус перед этим слагаемым энергия электромагнитного поля уменьшается, т.е. происходит передача энергии движущейся среде (такой процесс имеет место в МГД-насосе). В режиме МГД-генератора векторы \mathbf{j} и \mathbf{E} имеют противоположное направление, их скалярное произведение отрицательно и передача энергии происходит от движущейся среды к электромагнитному полю.

8. Уравнение движения. Анализ его слагаемых

Ответы:

$$\frac{d\mathbf{u}^*}{dt^*} = -\nabla^* p^* + \frac{\eta}{\rho u_0 l_0} (\nabla^*)^2 \mathbf{u}^* + \frac{\sigma \mu^2 H_0^2 l_0}{\rho u_0} [\mathbf{j}^* \times \mathbf{H}^*].$$

В правой части этого уравнения фигурируют два безразмерных критерия. Первый из них — это хорошо известное число Рейнольдса

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho u_0 l_0}{\eta} = \frac{u_0 l_0}{\nu},$$

характеризующее отношение сил инерции к силам вязкости.

Второй критерий

$$N = \mu^2 H_0^2 \frac{\sigma l_0}{\rho u_0}$$

называется параметром магнитогидродинамического взаимодействия (иногда его называют числом Стюарта). Физический смысл этого критерия весьма очевиден. Параметр магнитогидродинамического взаимодействия характеризует степень влияния магнитного поля на движение среды, и его можно трактовать как отношение электромагнитных сил к силам инерции.

Итак, уравнение движения в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{u}^*}{dt^*} = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\operatorname{Re}} (\nabla^*)^2 \mathbf{u}^* + N [\mathbf{j}^* \times \mathbf{H}^*].$$

Если N мало, последним слагаемым в этом уравнении можно пренебречь, и уравнение (1.28) превращается в обычное уравнение движения.

В литературе встречаются и другие критерии, по смыслу совпадающие с параметром магнитогидродинамического взаимодействия. Так, если при выборе масштаба тока воспользоваться первым уравнением Максвелла и принять $j_0 = H_0/l_0$, то влияние магнитного поля на движение среды будет характеризоваться не параметром магнитогидродинамического взаимодействия N , а числом Альфвена:

$$\operatorname{Al} = \frac{\mu H_0^2}{\rho u_0^2} = \frac{N}{\operatorname{Re}_m}.$$

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Используется только промежуточная аттестация