

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

Наименование образовательной программы: Теплоэнергетика и теплотехника

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Шапошникова Д.А.
	Идентификатор	R3cbdd042-ShaposhnikovDA-869294

Д.А.
Шапошникова

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Рогалев А.Н.
	Идентификатор	Rb956ba44-RogalevAN-6233a28b

А.Н.
Рогалев

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Рогалев А.Н.
	Идентификатор	Rb956ba44-RogalevAN-6233a28b

А.Н.
Рогалев

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

ИД-3 Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. КМ-1 "Комбинаторика" (Контрольная работа)
2. КМ-2 "«Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики»" (Контрольная работа)
3. КМ-3 "МатСтатистика" (Контрольная работа)
4. КМ-4 "Случайные процессы" (Контрольная работа)

БРС дисциплины

2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	9	13	15
Комбинаторика					
Комбинаторика		+			
Теория вероятностей					
Теория вероятностей			+		
Математическая статистика					
Математическая статистика				+	
Случайные процессы					
Случайные процессы					+
Вес КМ:		25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-3	ИД-3опк-3 Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики	Знать: основные понятия теории случайных процессов основные понятия комбинаторики Уметь: использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей применять аппарат математической статистики	КМ-1 "Комбинаторика" (Контрольная работа) КМ-2 " «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики» (Контрольная работа) КМ-3 "МатСтатистика" (Контрольная работа) Км-4 "Случайные процессы" (Контрольная работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. КМ-1 "Комбинаторика"

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу "Комбинаторика" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Применить основные понятия и формулы комбинаторики

Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные понятия комбинаторики	1.основные понятия комбинаторики 2.Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал пяти цветов? 3.Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9? 4.Сколькими способами можно рассадить 5 человек за столом? 5.В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали? 6.Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 3 карты?
---------------------------------------	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;

работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

КМ-2. КМ-2" «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Случайные события. Случайные величины и их числовые характеристики» студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Вычисление вероятности с помощью формул комбинаторики, теорем сложения, умножения вероятности. Вычисление числовых характеристик и вероятности случайных величин.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей

- 1.использовать основные теоремы и формулы теории вероятностей
- 2.Найти вероятность того, что среди 6 карт, взятых наудачу из колоды в 36 карт, будет ровно 2 туза.
- 3.Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?
- 4.. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X :

X	1	3	5	7
P	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C . Найти $M(X)$, $D(X)$, $P(X < 4)$.

5.Случайная величина X имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{x}{16}, & \text{при } 0 < x \leq 4; \\ 1, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Найдите математическое ожидание этой случайной величины и вероятности:

$$P(1 < X < 2), P(X < 3), P(2 < X).$$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

КМ-3. КМ-3"МатСтатистика"

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу "МатСтатистика" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Построить доверительный интервал и вычислить интервальные оценки. Проверить статистическую гипотезу.

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: применять аппарат математической статистики	1.применять аппарат математической статистики 2.Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины X объемом <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>15</td><td>35</td><td>33</td><td>17</td></tr></table> 1. Построить гистограмму относительных частот. 2. Найти точечные оценки для μ и σ. 3. Найти доверительный интервал для μ с уровнем надежности γ. 3.С помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет нормальный закон распределения $N(\mu, \sigma)$ при уровне значимости $\beta = 0,05$. Указание. Точечные оценки параметров μ и σ найти методом моментов, учитывая, что для нормального распределения $M(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$	x						15	35	33	17
x											
	15	35	33	17							

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических

ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

КМ-4. Км-4"Случайные процессы"

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу "Случайные процессы" студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Найти корреляционную функцию случайного процесса

Контрольные вопросы/задания:

Знать: основные понятия теории случайных процессов	1.основные понятия теории случайных процессов 2.Найти спектральную плотность стационарной случайной функции $X(t)X(t)$, если ее корреляционная функция имеет вид: $k_x(\tau) = \begin{cases} 1-0,5 \tau , & \tau \leq 20, \\ 0, & \tau > 20. \end{cases}$ 3.Дана спектральная плотность $S_q(w) = \begin{cases} a, & w \leq N \\ 0, & w > N. \end{cases}$ $S_q(w) = \begin{cases} a, & w \leq N \\ 0, & w > N. \end{cases}$ Определить корреляционную функцию $K_{\xi}(\tau)K_{\xi}(\tau)$ и дисперсию $D_{\xi}D_{\xi}$. 4.Случайная функция $X(t)X(t)$ имеет вид: $X(t) = 3 + V_1 \cos wt + V_2 \sin wt, X(t) = 3 + V_1 \cos wt + V_2 \sin wt,$ где V_1V_1 и V_2V_2 – некоррелированные случайные величины с математическими ожиданиями, равными нулю, и с дисперсиями $D_1=D_2=3D_1 = D_2 = 3$. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию $X(t)X(t)$. Определить, является ли $X(t)X(t)$ стационарной случайной функцией?
--	--

	5. На вход линейной стационарной динамической системы, описываемой данным дифференциальным уравнением, подаётся стационарная случайная функция $X(t)$ с математическим ожиданием m_x и корреляционной функцией $k_x(\tau)$. Найти 1) математическое ожидание; 2) дисперсию случайной функции $Y(t)$ на выходе системы в установившемся режиме. $Y'(t) + 3Y(t) = 3X'(t) + X(t), m_x = 12, k_x(\tau) = e^{-2 \tau }$.
--	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Основы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки)
2. 15% всех мужчин и 5% всех женщин — дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником (число мужчин и женщин считается одинаковым). Чему равна вероятность того, что это мужчина.
3. Бросаются 2 кубика. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 3.
4. Дан закон распределения. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $[2,3]$

Процедура проведения

За проведение зачета отвечает лектор. Зачет проводится письменно. Студенты пишут ответы на билет 1 час. По истечении срока написания, студенты сдают работы. За ответ на каждый вопрос ставятся баллы: 1 -25 б., 2 - 25б., 3 - 25б, 4 -25 б. После суммирования баллов, ставится экзаменационная составляющая.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-З_{ОПК-3} Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

Вопросы, задания

- 1.Алгебра событий.
- 2.Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- 3.Формула полной вероятности.
- 4.Формула Байеса.
- 5.Закон Пуассона.
- 6.Простейший поток событий.
- 7.Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 8.Понятие о числовых характеристиках случайных величин.
- 9.Математическое ожидание и его свойства.
10. Дисперсия и ее свойства.
- 11.Среднее квадратическое отклонение. Мода. Медиана.
- 12.Нормальный закон распределения.
- 13.Неравенство Чебышева.
- 14.Теоремы Чебышева и Бернулли.
- 15.Выборка и выборочные характеристики. Точечное оценивание параметров генеральной совокупности. Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности.
- 16.Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной генеральной совокупности. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотезы согласия по критерию хи-квадрат.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?

Ответы:

1) 1,38 2) 0,38 3) 0,098 4) 0,68

Верный ответ: 2

2. Из ящика, содержащего 4 белых и 3 черных шара, вынули наугад 2 шара. Какова теперь вероятность вынуть белый шар из этого ящика?

Ответы:

1) $\frac{4}{7} \approx 0,5714$ 2) $\frac{7}{4} \approx 1,7500$ 3) $\frac{1}{7} \approx 0,1429$

Верный ответ: 1

3. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным равна $\frac{1}{3}$. Какова вероятность того, что из пяти купленных билетов два окажутся выигрышными?

Ответы:

1) $\frac{243}{50} \approx 4,8600$ 2) $\frac{80}{243} \approx 0,3292$ 3) $\frac{50}{134} \approx 0,3731$

Верный ответ: 2

4. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X :

X	1	3	5	7
$P(X)$	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C . Найти $M(X)$, $D(X)$, $P(X < 4)$.

Ответы:

1) $C=0,3$ $M(X)=1,4$ $D(X)=0,48$ $P(X < 4)=0,2$
 2) $C=1,3$ $M(X)=5,4$ $D(X)=6,81$ $P(X < 4)=1,2$
 3) $C=0,4$ $M(X)=4,4$ $D(X)=3,24$ $P(X < 4)=0,4$
 4) $C=0,8$ $M(X)=0,4$ $D(X)=-1,8$ $P(X < 4)=1,01$

Верный ответ: 3

5. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности $f(x) = [Cx, x \in [0, 2]; 0, x \notin [0, 2]$

Определить величину постоянной C . Найти $M(X)$, $D(X)$, $P(X > 1)$, $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$.

Ответы:

1) $C=0,3$ $M(X)=1/4$ $D(X)=1/48$ $P(X > 1)=3/2$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=1/5$
 2) $C=1,3$ $M(X)=5/4$ $D(X)=6/8$ $P(X > 1)=1/2$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=3/2$
 3) $C=0,5$ $M(X)=3/4$ $D(X)=2/9$ $P(X > 1)=3/4$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=1/2$
 4) $C=0,8$ $M(X)=7/4$ $D(X)=-1/8$ $P(X > 1)=1/7$ $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})=5/3$

Верный ответ: 3

6.

Задана сгруппированная выборка непрерывной случайной величины X объемом $n = 230$.

x	(0; 2)	(2; 4)	(4; 6)	(6; 8)
n_i	157	41	22	10

1. Построить гистограмму относительных частот.
2. Найти точечные оценки для $M(X)$ и $D(X)$.
3. Найти доверительный интервал для $M(X)$ с уровнем надежности $\gamma = 0,95$.
4. С помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет показательный закон распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ при уровне значимости $\beta = 0,05$.

Указание. Точечную оценку параметра λ найти методом моментов, учитывая, что для этого распределения $M(X) = 1/\lambda$.

Ответы:

Вариант № 1.

1.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
$\hat{f}(x)$	0,075	0,175	0,165	0,085

2.

 $M(X) \approx \bar{X} = 4,01; D(X) \approx s^2 = 3,6; s = 1,9.$

3.

 $P(3,57 < M(X) < 4,45) = 0,98.$

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 2 = 1; 1,79 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 3,84.$

Вариант № 2.

1.

x	(0;2)	(2;4)	(4;6)	(6;8)
$\hat{f}(x)$	0,341	0,089	0,047	0,021

2.

 $M(X) \approx \bar{X} = 2,0; D(X) \approx s^2 = 2,82; s = 1,67.$

3.

 $P(1,78 < M(X) < 2,22) = 0,95.$

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 1 = 2; 2,67 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 5,99.$

Вариант № 3.

1.

x	(2;4)	(4;6)	(6;8)	(8;10)
$\hat{f}(x)$	0,095	0,155	0,145	0,105

2.

 $M(X) \approx \bar{X} = 6,04; D(X) \approx s^2 = 4,24; s = 2,06.$

3.

 $P(5,64 < M(X) < 6,44) = 0,95.$

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 1 - 2 = 1; 1,71 = \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 3,84.$

Вариант № 4.

1.

x_i	0	1	2	3	4
$\hat{p}(x)$	0,466	0,345	0,137	0,030	0,022

2.

 $M(X) \approx \bar{X} = 0,8; D(X) \approx s^2 = 0,89; s = 0,94.$

3.

 $P(0,69 < M(X) < 0,91) = 0,98.$

4.

Не отвергается; $\beta = 0,05; r = 4 - 2 = 2; 0,73 < \chi^2 < \chi^2_{\beta, r} = 5,99.$

Верный ответ: Вариант 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»