

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 38.03.01 Экономика**

**Наименование образовательной программы: Экономика предприятий и организаций**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Заочная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Линейная алгебра**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3	

Т.В.  
Капицына

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Смирнова Д.А.
Идентификатор	R01db72ad-VasinaDA-15cea985	

Д.А.  
Смирнова

Заведующий  
выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Курдюкова Г.Н.
Идентификатор	R6ab6dd0d-KurdiukovaGN-ca01d8c	

Г.Н.  
Курдюкова

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Аналитическая геометрия (Контрольная работа)
2. Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)
3. Матрицы и определители (Контрольная работа)
4. Системы линейных уравнений (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	15
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве					
Векторы		+			
Уравнения прямых и плоскостей		+			
Матрицы и определители					
Арифметические операции с матрицами			+		
Определители			+		
Обратная матрица			+		
Системы линейных уравнений					
Однородные и неоднородные системы линейных уравнений				+	
Линейные пространства и квадратичные формы					

Конечномерные линейные пространства				+
Кривые и поверхности второго порядка				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ОПК-2(Компетенция)	<p>Знать:</p> <p>Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе</p> <p>Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве</p> <p>Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p> <p>Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка</p> <p>Способы решения систем линейных уравнений</p> <p>Уметь:</p> <p>Определять ранги матриц.</p> <p>Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений</p>	<p>Аналитическая геометрия (Контрольная работа)</p> <p>Матрицы и определители (Контрольная работа)</p> <p>Системы линейных уравнений (Контрольная работа)</p> <p>Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)</p>

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Аналитическая геометрия

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: векторы, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве	<p>1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>A(1;2;3)</math> параллельно вектору <math>\vec{a} = (-2;3;0)</math>.</p> <p>1) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z</math> 2) <math>(x - 1)/-2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/0</math> 3) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z/0</math> 4) <math>x = y = z</math> ответ: 2</p> <p>2. Написать уравнение плоскости, содержащей оси <math>Ox, Oz</math>:</p> <p>1) <math>y = 0</math> 2) <math>y + x = 3</math> 3) <math>z = 4</math> 4) <math>x = 0</math> ответ: 1</p> <p>3. Своими координатами даны точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>C(3;2;1)</math>, <math>D(1;3;-1)</math>, <math>E(2;2;0)</math>. Лежат ли эти точки на одной плоскости?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 2</p> <p>4. Векторы <math>\vec{a}, \vec{b}</math> заданы своими координатами (в правой декартовой системе координат): <math>\vec{a} = (1;2;1)</math>, <math>\vec{b} = (0;-1;3)</math>. Найти координаты вектора <math>\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}</math>.</p> <p>1) <math>(3;7;0)</math> 2) <math>(-3;2;0)</math> 3) <math>(0;0;3)</math> 4) <math>(2;1;0)</math> ответ: 1</p> <p>5. Лежат ли точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>B(3;3;1)</math>, <math>C(5;4;2)</math> на одной прямой?</p> <p>1) да 2) нет</p>
---	---

	<p>ответ: 1</p> <p>6. Дано: <math>\vec{a} = (1; 2; 0)</math>, <math>\vec{b} = (3; 0; 1)</math>. Найти длину вектора <math>\vec{a} \times \vec{b}</math></p> <p>1) 5</p> <p>2) <math>(39)^{1/2}</math></p> <p>3) 3</p> <p>4) <math>(41)^{1/2}</math></p> <p>ответ: 4</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**КМ-2. Матрицы и определители**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Матрицы и определители"

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p>	<p>1. Чему равен элемент <math>a_{21}</math> для матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></p> <p>1. 1) 3</p> <p>2. 2) 2</p> <p>3. 3) 1</p> <p>4. 4) 5</p>
---	--

5. ответ: 1

2. Можно ли умножить матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  на матрицу  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  ?

1. 1) да

2. 2) нет

3. ответ: 2

3. Чему равно произведение  $AB$ , если  $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} ?$$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

2. 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. 3)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

4. 4)  $\begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}$

5. ответ: 1

4. Найти определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 9 \\ 4 & 12 & 11 \end{pmatrix}$

1. 1) 0

2) 8

3) 127

4) 232

ответ: 1

5. Найти обратную матрицу для матрицы  $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

ответ: 1

6. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. 3)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

4. 4) нет решений



**Описание шкалы оценивания:***Оценка: 5**Нижний порог выполнения задания в процентах: 95**Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)**Оценка: 4**Нижний порог выполнения задания в процентах: 80**Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках**Оценка: 3**Нижний порог выполнения задания в процентах: 60**Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме**Оценка: 2**Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено***КМ-3. Системы линейных уравнений****Формы реализации:** Письменная работа**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по теории решения систем линейных уравнений

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Способы решения систем линейных уравнений	1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - y - z = -1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$ методом Крамера 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$ 3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 4. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ с помощью обратной матрицы
Уметь: Определять ранги	1. Решить систему уравнений

матриц. Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">методом Гаусса</p> <p>2. Найдите ранг матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 2 &amp; 4 &amp; 6 &amp; 8 \end{pmatrix}</math></p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**КМ-4. Линейные операторы и квадратичные формы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: линейное пространство, линейные операторы, кривые и поверхности

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка	<p>1. Найти размерность линейного пространства <math>L = \{ax^2 + 2abx + (a + b), \dots; a, b \in R\}</math></p> <p>2. Найти собственные векторы линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе есть <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>3. Линейный оператор <math>\varphi: R^3 \rightarrow R^3</math> определен так: <math>\varphi(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x}</math>; (<math>\vec{a} = (1; 2; 3)</math>). Каковы</p>
---	---

	собственные числа $\varphi$ &nbsp;
Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе	1. Укажите что задает уравнение $x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$ 2. Укажите что задает уравнение $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 3. Укажите что задает уравнение $x^2 + 2y^2 = 3$ 4. Укажите что задает уравнение $x^2 - y^2 = 0$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Дать определение: собственные значения и собственные векторы линейного оператора
2. Вычислить объем тетраэдра  $OABC$ ,  $O(0,0,0)$ ,  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(0,0,1)$ .
3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений (доказать совместность, записать фундаментальную систему решений, общее решение системы):
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

#### **1. Компетенция/Индикатор:** ОПК-2(Компетенция)

#### **Вопросы, задания**

1. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису
2. Правило Крамера
3. Линейные операторы, Их матрицы в разных базисах. Собственные числа и векторы линейных операторов
4. Матрицы и действия с ними
5. Вычисление определителей
6. Обратная матрица
7. Кривые и поверхности второго порядка
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
9. Векторы, операции над векторами
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов
11. Различные виды уравнений плоскостей и прямых

#### **Материалы для проверки остаточных знаний**

1. Линейный оператор в трёхмерном пространстве ставит в соответствие каждому вектору  $X$  вектор  $3X$ . Найти собственные числа этого вектора

Ответы:

- 1) -3; 3; 0 2) 3 3) -3; 3

Верный ответ: 2

2. Найти размерность линейного пространства многочленов второй степени от одной переменной

Ответы:

- 1) 0 2) 2 3) 3

Верный ответ: 3

3. Лежат ли точки  $A(1,2,3)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(2,1,1)$ ,  $D(-1,1,0)$  в одной плоскости

Ответы:

- 1) Нет 2) Да  
Верный ответ: 1
4. Верно ли, что две несовпадающие прямые в пространстве лежат в одной плоскости  
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
Верный ответ: 1
5. Может ли скалярное произведение двух векторов равняться их векторному произведению  
Ответы:  
1) Нет 2) Да  
Верный ответ: 2
6. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?  
Ответы:  
1) Нет 2) Да  
Верный ответ: 1
7. Определитель матрицы размерности  $3 \times 3$  равен 2. Есть ли у данной матрицы обратная  
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
Верный ответ: 2
8. Определитель матрицы системы 10 уравнений с десятью неизвестными равен 3, столбец свободных членов - нулевой. Может ли система иметь два различных решения?  
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
Верный ответ: 1
9. Можно ли умножить матрицу размерности  $2 \times 3$  на матрицу размерности  $3 \times 5$   
Ответы:  
1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
Верный ответ: 2
10. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?  
Ответы:  
1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация  
Верный ответ: 2
11. Определить вид кривой, заданной в некоторой декартовой системе координат уравнением  $X^2 + Y^2 = 1$   
Ответы:  
1) Прямая 2) Парабола 3) Гипербола  
Верный ответ: 3

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа не выполнена или выполнена преимущественно не правильно

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»