

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 09.03.03 Прикладная информатика

Наименование образовательной программы: Прикладная информатика в экономике

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.14</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>1 семестр - 6;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>216 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>1 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>1 семестр - 32 часа;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>1 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>1 семестр - 149,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Тестирование</b> <b>Контрольная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>1 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2023**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бободжанов А.
	Идентификатор	R3d8a5495-BoboJanovA-c08b6948

(подпись)


А. Бободжанов

(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Петров С.А.
	Идентификатор	R75f078b9-PetrovSA-cc5dcd67


(подпись)

С.А. Петров

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Невский А.Ю.
	Идентификатор	R4bc65573-NeVskyAY-0b6e493d

(подпись)

А.Ю. Невский

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение линейных математических моделей окружающего мира для последующего их применения в экономической деятельности.

### Задачи дисциплины

- привитие и развитие математического мышления;  
воспитание математической культуры;  
освоение студентами математических методов и техник для последующего их использования в естественнонаучных и специальных дисциплинах.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	знать: - Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка; - Способы решения систем линейных уравнений; - Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве; - Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе.  уметь: - Определять вид кривой/поверхности второго порядка; - Вычислять обратные матрицы; - Составлять уравнения прямых и плоскостей; - Находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Прикладная информатика в экономике (далее – ОПОП), направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Векторы	58	1	10	-	10	-	-	-	-	-	38	-	<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 55-69 [3], 100-202
1.1	Линейные операции над геометрическими векторами и их свойства. Линейная независимость и зависимость геометрических векторов. Линейные подпространства геометрических векторов, их базис и размерность. Линейные операции над геометрическими векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их координатная форма. Уравнения прямой и плоскости в пространстве.	58		10	-	10	-	-	-	-	-	38	-	
2	Матрицы определители	58		10	-	10	-	-	-	-	-	38	-	
2.1	Операции над	58		10	-	10	-	-	-	-	-	38	-	

	<p>матрицами и их свойства.</p> <p>Определители и их свойства.</p> <p>Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду.</p> <p>Ранг матрицы.</p> <p>Нахождение обратной матрицы.</p> <p>Арифметические векторы и операции над ними. Линейная независимость и зависимость арифметических векторов. Лемма о базисном миноре.</p> <p>Линейные подпространства арифметических векторов, их базис и размерность.</p>														[2], 201-219
3	Системы линейных уравнений	64		12	-	12	-	-	-	-	-	40	-		<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>
3.1	<p>Запись системы линейных уравнений в матричной форме.</p> <p>Правило Крамера.</p> <p>Условие нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений.</p> <p>Линейное пространство решений однородной</p>	64		12	-	12	-	-	-	-	-	40	-		[1], 160-177 [4], 49-77

	системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса												
	Экзамен	36.0											
	Всего за семестр	216.0											
	Итого за семестр	216.0											
			-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
			32	-	32	-	2	-	-	0.5	116	33.5	
			32	-	32		2		-	0.5		149.5	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Векторы

1.1. Линейные операции над геометрическими векторами и их свойства. Линейная независимость и зависимость геометрических векторов. Линейные подпространства геометрических векторов, их базис и размерность. Линейные операции над геометрическими векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их координатная форма. Уравнения прямой и плоскости в пространстве.

зависимость геометрических векторов. Линейные подпространства геометрических векторов, их базис и размерность. Линейные операции над геометрическими векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их координатная форма. Уравнения прямой и плоскости в пространстве..

### 2. Матрицы определители

2.1. Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Нахождение обратной матрицы. Арифметические векторы и операции над ними. Линейная независимость и зависимость арифметических векторов. Лемма о базисном миноре. Линейные подпространства арифметических векторов, их базис и размерность.

Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Нахождение обратной матрицы. Арифметические векторы и операции над ними. Линейная независимость и зависимость арифметических векторов. Лемма о базисном миноре. Линейные подпространства арифметических векторов, их базис и размерность..

### 3. Системы линейных уравнений

3.1. Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условие нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Линейное пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса

Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условие нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Линейное пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Определение линейного пространства. Линейные подпространства. Линейная независимость и зависимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Линейные операции над векторами в координатной форме. Линейный оператор и его матрица. Действия над линейными операторами и их свойства. Обратный оператор. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора. Изменение координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Определение понятия собственного значения и собственного вектора линейного оператора. Нахождение и свойства собственных значений и векторов. Матрица линейного оператора в собственном базисе. 5. Евклидово пространство. Скалярное произведение в линейном пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора, угол между векторами. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Самосопряженный оператор и его матрица в

ортонормированном базисе. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора. Существование собственного ортонормированного базиса. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм. Кривые и поверхности второго порядка. Приведение их уравнений к каноническому виду. Классификация кривых и поверхностей второго порядка..

### 3.3. Темы практических занятий

1. Геометрические векторы. Линейные операции над геометрическими векторами и их свойства. Линейная независимость и зависимость геометрических векторов. Линейные подпространства геометрических векторов, их базис и размерность. Линейные операции над геометрическими векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их координатная форма. Уравнения прямой и плоскости в пространстве.

Матрицы и определители. Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Нахождение обратной матрицы. Арифметические векторы и операции над ними. Линейная независимость и зависимость арифметических векторов. Лемма о базисном миноре. Линейные подпространства арифметических векторов, их базис и размерность.

Системы линейных уравнений. Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условие нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Линейное пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

Линейное пространство и линейные операторы. Определение линейного пространства. Линейные подпространства. Линейная независимость и зависимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Линейные операции над векторами в координатной форме. Линейный оператор и его матрица. Действия над линейными операторами и их свойства. Обратный оператор. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора. Изменение координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Определение понятия собственного значения и собственного вектора линейного оператора. Нахождение и свойства собственных значений и векторов. Матрица линейного оператора в собственном базисе.

Евклидово пространство. Скалярное произведение в линейном пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора, угол между векторами. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Самосопряженный оператор и его матрица в ортонормированном базисе. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора. Существование собственного ортонормированного базиса.

Квадратичные формы. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм. Кривые и поверхности второго порядка. Приведение их уравнений к каноническому виду. Классификация кривых и поверхностей второго порядка..



**3.4. Темы лабораторных работ**  
не предусмотрено

**3.5 Консультации**

*Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Векторы"
2. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Матрицы определители"
3. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Системы линейных уравнений"

**3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**  
Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе	ИД-2ОПК-1	+			Тестирование/Линейные пространства
Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве	ИД-2ОПК-1			+	Контрольная работа/Системы линейные уравнения
Способы решения систем линейных уравнений	ИД-2ОПК-1			+	Контрольная работа/Системы линейные уравнения
Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка	ИД-2ОПК-1	+			Тестирование/Аналитическая геометрия
<b>Уметь:</b>					
Находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора	ИД-2ОПК-1		+		Тестирование/Матрицы
Составлять уравнения прямых и плоскостей	ИД-2ОПК-1			+	Контрольная работа/Системы линейные уравнения
Вычислять обратные матрицы	ИД-2ОПК-1		+		Тестирование/Матрицы
Определять вид кривой/поверхности второго порядка	ИД-2ОПК-1	+			Тестирование/Аналитическая геометрия

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **1 семестр**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Аналитическая геометрия (Тестирование)

Форма реализации: Письменная работа

1. Линейные пространства (Тестирование)
2. Матрицы (Тестирование)
3. Системы линейные уравнения (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

#### *Экзамен (Семестр №1)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ "МЭИ" на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 1 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Бободжанов, А. А. Высшая математика. Индивидуальные задания по курсу элементарной и высшей математики : задачник по направлениям "Электроэнергетика", "Теплотехника", "Атомная энергетика", "Энергомашиностроение" / А. А. Бободжанов, М. А. Бободжанова, В. Ф. Сафонов, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2017 . – 340 с. - ISBN 978-5-7046-1863-8 .

[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=9520](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=9520);

2. Бободжанов, А. А. Высшая математика. Лекции : учебное пособие по направлениям "Электроэнергетика", "Теплоэнергетика" и др. / А. А. Бободжанов, М. А. Бободжанова, В. Ф. Сафонов, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2015 . – 348 с. - ISBN 978-5-7046-1565-1 .

[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=7499](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=7499);

3. Александров П. С.- "Курс аналитической геометрии и линейной алгебры", (2-е изд.,стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (512 с.)

<https://e.lanbook.com/book/167802>;

4. Зимина О. В., Кириллов А. И., Сальникова Т. А.- "Высшая математика", (3-е изд.), Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2006 - (368 с.)

[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59344](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59344).

## 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции.

## 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. База данных Web of Science - <http://webofscience.com/>
3. База данных Scopus - <http://www.scopus.com>
4. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
5. ЭБС "Консультант студента" - <http://www.studentlibrary.ru/>
6. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>
7. Портал открытых данных Российской Федерации - <https://data.gov.ru>
8. Информационно-справочная система «Кодекс/Техэксперт» - <Http://proinfosoft.ru;>  
<http://docs.cntd.ru/>
9. Открытая университетская информационная система «РОССИЯ» - <https://uisrussia.msu.ru>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	К-601, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, трибуна, доска меловая, мультимедийный проектор, экран
	А-300, Учебная аудитория "А"	кресло рабочее, парта, стеллаж, стол преподавателя, стол учебный, стул, трибуна, микрофон, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная, колонки, техническая аппаратура, кондиционер, телевизор
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	А-210, Учебная аудитория "А"	парта, стул, стол письменный, доска меловая
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	А-210, Учебная аудитория "А"	парта, стул, стол письменный, доска меловая
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	А-300, Учебная аудитория "А"	кресло рабочее, парта, стеллаж, стол преподавателя, стол учебный, стул, трибуна, микрофон, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная, колонки, техническая аппаратура, кондиционер, телевизор

Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	К-202/2, Склад кафедры БИТ	стеллаж для хранения инвентаря, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для хранения инвентаря, тумба, запасные комплектующие для оборудования
--	----------------------------	--

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Линейная алгебра

(название дисциплины)

## 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Аналитическая геометрия (Тестирование)

КМ-2 Матрицы (Тестирование)

КМ-3 Системы линейные уравнения (Контрольная работа)

КМ-4 Линейные пространства (Тестирование)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Векторы					
1.1	Линейные операции над геометрическими векторами и их свойства. Линейная независимость и зависимость геометрических векторов. Линейные подпространства геометрических векторов, их базис и размерность. Линейные операции над геометрическими векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их координатная форма. Уравнения прямой и плоскости в пространстве.		+			+
2	Матрицы определители					
2.1	Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Нахождение обратной матрицы. Арифметические векторы и операции над ними. Линейная независимость и зависимость арифметических векторов. Лемма о базисном миноре. Линейные подпространства арифметических векторов, их базис и размерность.			+		
3	Системы линейных уравнений					
3.1	Запись системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условие нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Линейное пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса				+	

	Bec KM, %:	25	25	25	25
--	------------	----	----	----	----