

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 10.03.01 Информационная безопасность

Наименование образовательной программы: Безопасность автоматизированных систем

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очно-заочная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ МЕТОДЫ КРИПТОГРАФИИ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	Вариативная
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	Б1.В.07.04.02
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	6 семестр - 6;
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	216 часов
<b>Лекции</b>	6 семестр - 16 часов;
<b>Практические занятия</b>	6 семестр - 16 часов;
<b>Лабораторные работы</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Консультации</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>Самостоятельная работа</b>	6 семестр - 183,7 часа;
<b>в том числе на КП/КР</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Иная контактная работа</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>включая:</b>	
<b>Контрольная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Зачет с оценкой</b>	6 семестр - 0,3 часа;

**Москва 2017**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Евтеев Б.В.
	Идентификатор	Rbb7ca24a-YevteevBV-e22a6fbb

(подпись)

Б.В. Евтеев

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Баронов О.Р.
	Идентификатор	R90d76356-BaronovOR-7bf8fd7e

(подпись)

О.Р. Баронов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий выпускающей  
кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Невский А.Ю.
	Идентификатор	R4bc65573-NevskyAY-0b6e493d

(подпись)

А.Ю. Невский

(расшифровка  
подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** Изучение математических методов, относящихся к теории чисел, применяемых при синтезе и анализе современных криптографических систем

### Задачи дисциплины

- освоение терминологии и теоретико-числовых основ математики;;
- изучение современных достижений в теоретико-числовой области математики, используемым в области защиты информации;;
- приобретение навыков применения теоретико-числовых методов для решения задач обеспечения информационной безопасности;
- приобретение навыков постановки задач и поиска путей их решения.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-2 способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач		знать: - достижения в теоретико-числовой области математики, используемые при решении задач защиты информации.  уметь: - определять требования к параметрам криптографических систем защиты информации.
ПК-10 способностью проводить анализ информационной безопасности объектов и систем на соответствие требованиям стандартов в области информационной безопасности		знать: - алгоритмы факторизации целых чисел и дискретного логарифмирования.  уметь: - применять теоретико-числовые методы для оценки стойкости криптографических систем.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока дисциплин основной профессиональной образовательной программе Безопасность автоматизированных систем (далее – ОПОП), направления подготовки 10.03.01 Информационная безопасность, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Теоретико - числовые основы	85	6	5	-	4	-	-	-	-	-	76	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Теоретико-числовые основы "</p> <p><b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b> Проработка лекции, изучение литературы</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Теоретико-числовые основы" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Теоретико-числовые основы "</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], Гл. 2 [3], Гл. 1 [4], Гл.9 [5], Ч. 1</p>
1.1	Введение	9		1	-	-	-	-	-	-	-	8	-	
1.2	Основы модулярной арифметики	38		2	-	2	-	-	-	-	-	34	-	
1.3	Эллиптические кривые	38		2	-	2	-	-	-	-	-	34	-	
2	Теоретико-числовые методы	76		8	-	8	-	-	-	-	-	60	-	
2.1	Простые числа и факторизация целых чисел	38	4	-	4	-	-	-	-	-	30	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Теоретико-числовые методы"</p> <p><b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b> Проработка лекции, изучение литературы</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Теоретико-числовые методы " подготовка к выполнению заданий на практических</p>	
2.2	Дискретное логарифмирование	38	4	-	4	-	-	-	-	-	30	-		

													занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Теоретико-числовые методы " <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], Гл. 1, 5, 6 [4], Гл. 13
3	Применение теоретико-числовых методов в криптографии	37	3	-	4	-	-	-	-	-	30	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Применение теоретико-числовых методов в криптографии"
3.1	Асимметричные криптосистемы	37	3	-	4	-	-	-	-	-	30	-	<b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b> Проработка лекции, изучение литературы <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Применение теоретико-числовых методов в криптографии" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Применение теоретико-числовых методов в криптографии" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], !л. 10,11, 14 [5], Гл. 11
	Зачет с оценкой	18.0	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	17.7	
	Всего за семестр	216.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	166	17.7	
	Итого за семестр	216.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	183.7		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПР – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Теоретико - числовые основы

#### 1.1. Введение

Предмет, цели, задачи, содержание и структура дисциплины. Базовые знания, необходимые для изучения курса. Виды и формы отчетности. Рекомендуемые учебные пособия, основная и дополнительная литература по дисциплине..

#### 1.2. Основы модулярной арифметики

Алгоритмы, их сложность и классификация. Алгоритм деления с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида и его обобщение. Простые и взаимно простые числа. Теорема Ферма. Теорема Эйлера. Разложение чисел на простые множители. Функция Эйлера. Сравнения и их основные свойства. Китайская теорема об остатках. Классы вычетов. Сравнения первой степени и системы сравнений первой степени. Символы Лежандра и Якоби. Криптосистемы, основанные на модулярной арифметике.

#### 1.3. Эллиптические кривые

Основные определения. Групповая структура. Эллиптические кривые над кольцами и полями..

### 2. Теоретико-числовые методы

#### 2.1. Простые числа и факторизация целых чисел

Решето Эратосфена. Критерий Вильсона. Тесты проверки простоты чисел. Алгоритмы построения простых чисел. Постановка задачи факторизации целых чисел. Детерминированные и вероятностные алгоритмы факторизации целых чисел. Метод пробного деления. Метод Ферма. Метод Лемана. Метод Полларда-Флойда. Частные случаи разложения на множители и их оптимизация. Метод Крайчика. Метод непрерывных дробей. Методы линейного и квадратичного решета.

#### 2.2. Дискретное логарифмирование

Постановка задачи дискретного логарифмирования. Метод согласования. Алгоритм Полига-Хеллмана. Метод Полларда. Алгоритм вычисления индексов..

### 3. Применение теоретико-числовых методов в криптографии

#### 3.1. Асимметричные криптосистемы

Криптографическая система RSA. Выбор ее параметров. Взаимосвязь между секретными параметрами системы. Условия на выбор простых сомножителей модуля шифрования. Выбор экспонент зашифрования и расшифрования. Атаки на систему RSA. Эллиптические кривые над конечным полем. Криптосистемы на эллиптических кривых: кодирование и дискретное логарифмирование, ключевой обмен, шифрование, электронная подпись..

## 3.3. Темы практических занятий

1. Криптосистемы на эллиптических кривых;
2. Криптографическая система RSA;
3. Методы дискретного логарифмирования;
4. Алгоритмы факторизации целых чисел;
5. Алгоритмы и их сложность;

6. Расширенный алгоритм Евклида;
7. Сравнения;
8. Проверка простоты чисел.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Текущий контроль (ТК)*

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Теоретико-числовые основы "
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Теоретико-числовые методы"
3. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Применение теоретико - числовых методов в криптографии"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
достижения в теоретико-числовой области математики, используемые при решении задач защиты информации	ОПК-2(Компетенция)	+			Контрольная работа/Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики
алгоритмы факторизации целых чисел и дискретного логарифмирования	ПК-10(Компетенция)		+		Контрольная работа/Контрольная работа №2. Простые числа и факторизация целых чисел
<b>Уметь:</b>					
определять требования к параметрам криптографических систем защиты информации	ОПК-2(Компетенция)	+	+		Контрольная работа/Контрольная работа №3. Дискретное логарифмирование
применять теоретико-числовые методы для оценки стойкости криптографических систем	ПК-10(Компетенция)			+	Контрольная работа/Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых.



## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **6 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики (Контрольная работа)
2. Контрольная работа №2. Простые числа и факторизация целых чисел (Контрольная работа)
3. Контрольная работа №3. Дискретное логарифмирование (Контрольная работа)
4. Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых. (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет с оценкой (Семестр №6)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и зачетной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 6 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Василенко, О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии / О. Н. Василенко, Ин-т проблем информационной безопасности МГУ . – М. : МЦНМО, 2003 . – 328 с. - ISBN 5-940571-03-4 .;
2. Болотов, А. А. Элементарное введение в эллиптическую криптографию. Протоколы криптографии на эллиптических кривых / А. А. Болотов, С. Б. Гашков, А. Б. Фролов . – 2006 . – 280 с. - ISBN 5-484-00444-6 .;
3. Жданов, О. Н. Эллиптические кривые. Основы теории и криптографические приложения / О. Н. Жданов, В. А. Чалкин, Сиб. аэрокосмическая акад. им. М.Ф. Решетнева . – М. : Эдиториал УРСС, 2013 . – 200 с. – (Основы защиты информации) . - ISBN 978-5-397-03230-8 .;
4. Лось, А. Б. Криптографические методы защиты информации : учебник для академического бакалавриата вузов по инженерно-техническим направлениям и специальностям / А. Б. Лось, А. Ю. Нестеренко, М. И. Рожков, Нац. исслед. ун-т "Высшая школа экономики" . – 2-е изд., испр . – М. : Юрайт, 2018 . – 473 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-01530-0 .;
5. Авдошин С. М., Набебин А. А.- "Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование", Издательство: "ДМК Пресс", Москва, 2017 - (352 с.) <https://e.lanbook.com/book/93575>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;

3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Acrobat Reader.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. База данных ВИНТИ online - <http://www.viniti.ru/>
5. База данных журналов издательства Elsevier - <https://www.sciencedirect.com/>
6. Электронные ресурсы издательства Springer - <https://link.springer.com/>
7. База данных Web of Science - <http://webofscience.com/>
8. База данных Scopus - <http://www.scopus.com>
9. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
10. ЭБС "Консультант студента" - <http://www.studentlibrary.ru/>
11. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	К-601, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, трибуна, доска меловая, мультимедийный проектор, экран
	А-300, Учебная аудитория "А"	кресло рабочее, парта, стеллаж, стол преподавателя, стол учебный, стул, трибуна, микрофон, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная, колонки, техническая аппаратура, кондиционер, телевизор
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	А-317, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	А-317, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	А-317, Учебная аудитория	парта со скамьей, стол преподавателя, стул, доска меловая
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	К-202/2, Склад кафедры БИТ	стеллаж для хранения инвентаря, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для хранения инвентаря, тумба, запасные комплектующие для оборудования



## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Теоретико-числовые методы криптографии

(название дисциплины)

#### 6 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики (Контрольная работа)  
 КМ-2 Контрольная работа №2. Простые числа и факторизация целых чисел (Контрольная работа)  
 КМ-3 Контрольная работа №3. Дискретное логарифмирование (Контрольная работа)  
 КМ-4 Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых. (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Теоретико - числовые основы					
1.1	Введение		+			
1.2	Основы модулярной арифметики		+			
1.3	Эллиптические кривые				+	
2	Теоретико-числовые методы					
2.1	Простые числа и факторизация целых чисел			+	+	
2.2	Дискретное логарифмирование			+	+	
3	Применение теоретико-числовых методов в криптографии					
3.1	Асимметричные криптосистемы					+
Вес КМ, %:			25	25	25	25