

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 10.03.01 Информационная безопасность**

**Наименование образовательной программы: Безопасность компьютерных систем**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Математические основы криптологии**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Евтеев Б.В.
	Идентификатор	Rbb7ca24a-YevteevBV-e22a6fbb

(подпись)

Б.В. Евтеев

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Баронов О.Р.
	Идентификатор	R90d76356-BaronovOR-7bf8fd7e

(подпись)

О.Р. Баронов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Невский А.Ю.
	Идентификатор	R4bc65573-NevskyAY-0b6e493d

(подпись)

А.Ю.

Невский

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики (Контрольная работа)

2. Контрольная работа №2. Факторизация и дискретное логарифмирование (Контрольная работа)

3. Контрольная работа №3. Абелевы группы и вычисления в конечных полях (Контрольная работа)

4. Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых. (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

5 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Теоретико-числовые основы криптологии					
Введение.	+				
Тема 1. Основы модулярной арифметики.	+				
Тема 2. Генерация простых чисел, факторизация целых чисел и задача дискретного логарифмирования.		+			
Алгебраические основы криптологии					
Тема 3. Алгебраические системы.			+		
Тема 4. Элементы теории конечных групп.			+		
Тема 5. Элементы теории конечных полей, многочленов и эллиптических кривых над конечными полями.				+	
Тема 6. Элементы криптографических приложений теории булевых функций.				+	
	Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ОПК-2(Компетенция)	Знать: теоретико-числовые основы, используемые для защиты информации алгебраические основы, используемые для защиты информации Уметь: формулировать задачу и искать пути ее решения применять математические методы для решения задач обеспечения информационной безопасности	Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики (Контрольная работа) Контрольная работа №2. Факторизация и дискретное логарифмирование (Контрольная работа) Контрольная работа №3. Абелевы группы и вычисления в конечных полях (Контрольная работа) Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых. (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Контрольная работа №1 Основы модулярной арифметики

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

#### Краткое содержание задания:

Ответить на вопросы контрольной работы

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: алгебраические основы, используемые для защиты информации	1.1. Сформулировать задачу линейаризации наибольшего общего делителя Решить задачу линейаризации наибольшего общего делителя трех чисел 2428 , 788 , 120. 2.1. Найти наибольший общий делитель двух чисел $6...6$ и $2...2$ , где цифра 6 повторяется 101 раз, а цифра 2 повторяется 1000 раз. 3. Найти условия, при которых НОД трех натуральных чисел $m, n, k$ равен НОД трех целых чисел $8m + n + k, 20m + 3n + 2k, -2m + n - k$ .
--	---

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### КМ-2. Контрольная работа №2. Факторизация и дискретное логарифмирование

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета;

номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: теоретико-числовые основы, используемые для защиты информации	1.Сформулировать задачу факторизации целых чисел. 1. Выяснить методом выделения множителей Ферма является ли число 116939 простым или составным? 2.Дать определение классов вычетов множества целых чисел по модулю $n$ . Доказать, что все классы вычетов $Z_n^*$ , элементы которых взаимно просты с $n$ , образуют группу относительно операции умножения. Является ли эта группа циклической при $n = 11 \cdot 373$ ? Ответ обосновать. 3.Сформулировать задачу дискретного логарифмирования, привести пример.
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-3. Контрольная работа №3. Абелевы группы и вычисления в конечных полях**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: применять математические методы для решения задач обеспечения информационной безопасности</p>	<p>1. Найти количество неизоморфных абелевых групп порядка 27648 и описать строение циклических групп этого порядка.  2. В дальнейшем для краткости записи байты представлены через полубайты, записанные в десятичной системе счисления. Требуется выполнить операции над байтами с помощью операций, определенных в фактор - кольце кольца многочленов <math>P_2[x]</math> по главному идеалу, порожденному неприводимым над полем <math>P_2</math> многочленом <math>x^8 + x^4 + x^3 + x + 1</math>:  а) найти произведение байт (13,14) и (3,12);  б) найти обратный элемент для байта (14,3) относительно операции умножения в указанном выше фактор - кольце.</p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Контрольная работа №4 Группы точек эллиптических кривых.**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: формулировать задачу и искать пути ее решения</p>	<p>1. Даны точки <math>P(58,139)</math>, <math>Q(67,667)</math>, на кривой <math>E751(-1,1)</math>. Найти точку <math>P + Q</math>  2. Для точки <math>R(82,481)</math> эллиптической кривой <math>E751(-1,1)</math> найти точку <math>3R(82,481)</math>.</p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**



*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

НИУ МЭИ	<b>БИЛЕТ №1</b> Кафедра <i>Безопасности и информационных технологий</i> Дисциплина «Математические основы криптологии»	<i>Утверждаю:</i> <i>Зав. каф. БИТ</i> <i>А.Ю.Невский</i> <i>Протокол №</i> <i>«» от 20 г.</i>
1. Разложение чисел на простые множители и функция Эйлера. 2. Линейная сложность последовательности. Алгоритм Берлекемпа-Мессис. 3. Практический вопрос. Найти нелинейность булевой функции $f(x) = (01011100)$ .		

## Процедура проведения

Зачет проводится в устной форме по билетам согласно программе зачета

### ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

#### **1. Компетенция/Индикатор: ОПК-2(Компетенция)**

#### **Вопросы, задания**

1. Сравнения и их свойства.
- 2.Расширенный алгоритм Евклида и его использование для формирования открытого и секретного ключей в системе шифрования RSA.
3. Разложение чисел на простые множители и функция Эйлера.
- 4.Теоремы Ферма (малая) и Эйлера. Обоснование криптосистемы RSA.
5. Функция Мебиуса и ее применение.
6. Система сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках.
- 7.Симметрическая группа степени  $n$ . Представление ее элементов в виде произведения независимых циклов или транспозиций. Уравнение шифрования роторной машины Энигма.
8. Кольцо многочленов над конечным полем. Алгоритм деления в кольце многочленов над конечным полем и расширенный алгоритм Евклида.
- 9.Строение конечного поля.
- 10.Распределение ключей с использованием группы точек на эллиптической кривой.

#### **Материалы для проверки остаточных знаний**

- 1.Условие на идеал, при котором фактор-кольцо является полем

Ответы:

-

Верный ответ: Идеал должен быть максимальным.

- 2.Для группы из 10 элементов укажите невозможные варианты количества элементов ее подгрупп

Ответы:

-

Верный ответ: 3, 4, 6, 7, 8, 9

3. Решить рекуррентное соотношение:  $a_n - a_{n-1} - 5 = 0$ , при  $a_0 = 9$ .

Ответы:

-

Верный ответ:  $5n + 9$

4. Решить сравнение  $37X \equiv 25 \pmod{107}$

Ответы:

-

Верный ответ:  $X \equiv 99 \pmod{107}$

5. Решить сравнение  $111X \equiv 75 \pmod{321}$

Ответы:

-

Верный ответ:  $X \equiv 99 \pmod{321}$ ,  $X \equiv 206 \pmod{321}$ ,  $X \equiv 313 \pmod{321}$

6. Решить систему сравнений  $X \equiv 1 \pmod{4}$ ,  $X \equiv 3 \pmod{5}$ ,  $X \equiv 2 \pmod{7}$

Ответы:

-

Верный ответ:  $X \equiv 93 \pmod{140}$

7. С помощью расширенного алгоритма Евклида решить задачу линейаризации для чисел 72 и 100

Ответы:

-

Верный ответ: Коэффициенты равны 7 и -5 соответственно.

8. Найти количество абелевых групп порядка 10

Ответы:

-

Верный ответ: 14

9. Найти количество неприводимых многочленов пятой степени над полем из двух элементов

Ответы:

-

Верный ответ: 6

10. Опишите группу точек эллиптической кривой  $Y^2 = X^3 + X + 1$  над простым полем из семи элементов

Ответы:

-

Верный ответ: Циклическая группа пятого порядка

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

Оценка: 3

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня*

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и зачетной составляющих.