

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 10.03.01 Информационная безопасность**

**Наименование образовательной программы: Организация и технология защиты информации**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва  
2022**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Евтеев Б.В.
	Идентификатор	Rbb7ca24a-YevteevBV-e22a6fbb

(подпись)

Б.В. Евтеев

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Баронов О.Р.
	Идентификатор	R90d76356-BaronovOR-7bf8fd7e

(подпись)

О.Р. Баронов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Невский А.Ю.
	Идентификатор	R4bc65573-NevskyAY-0b6e493d

(подпись)

А.Ю.

Невский

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач

2. ПК-11 способностью проводить эксперименты по заданной методике, обработку, оценку погрешности и достоверности их результатов

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. Контрольная работа №1. Случайные события (Контрольная работа)
2. Контрольная работа №2. Случайные величины (Контрольная работа)
3. Контрольная работа №3. Предельные теоремы и оценка параметров (Контрольная работа)
4. Контрольная работа №4. Проверка статистических гипотез (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Случайные события					
Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных исходов. Алгебра случайных событий. Аксиомы вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Классическая вероятностная модель. Геометрические вероятности. Независимые события. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Простейший поток.	+				
Случайные величины					
Определение случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Примеры дискретных распределений. Непрерывные случайные величины. Плотность			+		

вероятностей и ее свойства. Примеры непрерывных распределений. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Дисперсия и стандартное отклонение				
Случайные векторы				
Определение случайного вектора. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные векторы. Примеры многомерных распределений. Математическое ожидание случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции. Ковариационная матрица. Независимые случайные величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Функции от случайного вектора, их распределение и числовые характеристики. Свертка распределений.		+		
Предельные теоремы				
Сходимость случайных величин по вероятности, по распределению и почти наверное. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел Колмогорова и следствия из него. Нормальное распределение и его свойства. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.			+	
Оценки параметров				
Выборка случайной величины. Вариационный ряд. Выборочная функция распределения. Выборочные среднее и дисперсия, и их свойства. Двумерная выборка. Выборочный коэффициент корреляции. Графические методы представления выборки. Оценки параметров распределения случайной величины и их свойства. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Доверительные интервалы. Примеры доверительных интервалов для нормальной выборки.			+	
Проверка гипотез				
Понятие статистической гипотезы и ее альтернативы. Критерий проверки гипотезы. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости и мощность критерия. Проверка статистических гипотез для нормальных выборок.				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ОПК-2(Компетенция)	Знать: знать методологию сбора и обработки статистического материала и– методы анализа статистических данных для их использования при решении профессиональных задач Уметь: применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности	Контрольная работа №1. Случайные события (Контрольная работа) Контрольная работа №3. Предельные теоремы и оценка параметров (Контрольная работа)
ПК-11	ПК-11(Компетенция)	Знать: базовые фундаментальные понятия и математический аппарат теории вероятностей и математической статистики	Контрольная работа №2. Случайные величины (Контрольная работа) Контрольная работа №4. Проверка статистических гипотез (Контрольная работа)

		Уметь: проводить эксперименты по заданной методике, обработку результатов, оценку погрешности и достоверности их результатов	
--	--	--	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Контрольная работа №1. Случайные события

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

#### Краткое содержание задания:

Ответить на вопросы контрольной работы

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: знать методологию сбора и обработки статистического материала и– методы анализа статистических данных для их использования при решении профессиональных задач	1.Из кошелька вытряхнули на стол пять монет. Какова вероятность того, что три из них упали гербом вверх? 2.Из 20 лотерейных билетов 5 выигрышные. Наугад выбраны 3 билета. Какова вероятность того, что среди них хотя бы один билет выигрышный? Какова вероятность того, что среди них только один билет выигрышный? 3.Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один? Какова вероятность поражения цели?
--	---

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

### КМ-2. Контрольная работа №2. Случайные величины

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 25**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: базовые фундаментальные понятия и математический аппарат теории вероятностей и математической статистики</p>	<p>1.Случайная величина <math>X</math> имеет функцию плотности вероятности <math>f(x) = 2-2x</math> при <math>0 \leq x \leq 1</math> и <math>f(x) = 0</math> при остальных <math>x</math>. Найти функцию распределения <math>F(x)</math>, математическое ожидание, дисперсию и вероятности <math>P(0,4 &lt; X)</math>, <math>P(X &lt; 1/5)</math> и <math>P(1/3 &lt; X &lt; 1/2)</math>.</p> <p>2.Написать закон распределения числа мальчиков в семьях с тремя детьми. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,5.</p> <p>3.Случайная величина имеет нормальный закон распределения <math>N(0, \sigma)</math>. Найти закон распределения случайной величины <math>Y = X</math>.</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-3. Контрольная работа №3. Предельные теоремы и оценка параметров**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 25**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**



<p>Уметь: применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности</p>	<p>1. Оценить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по результатам ее независимых наблюдений: 10, 4, 6, 4, 3, 8, 6, 4.  2. В ящике находятся 10 шаров белого и черного цветов. Из него наудачу 8 раз вынимают по одному шару, фиксируют их цвет и возвращают назад в ящик. В результате белые шары были извлечены 2-м, 5-м, 6-м, 7-м, 8-м номером. Методом максимального правдоподобия оценить количество белых шаров в ящике.</p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Контрольная работа №4. Проверка статистических гипотез**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа проводится в письменной форме. В шапке контрольной работы указывается: наименование предмета; номер группы, Ф.И.О. студента. Для выполнения контрольной работы предусматривается несколько вопросов. Время выполнения 2 академических часа. После проверки контрольной работы оглашаются результаты.

**Краткое содержание задания:**

Ответить на вопросы контрольной работы

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Уметь: проводить эксперименты по заданной методике, обработку результатов, оценку погрешности и достоверности их результатов</p>	<p>1. Результаты 200 наблюдений случайной величины <math>X</math> приведены в виде статистического ряда:</p> <table border="1" data-bbox="735 1722 1476 1861"> <tr> <td>Интервалы значений</td> <td>(-10,-5)</td> <td>(-5,0)</td> <td>(0,5)</td> <td>(5,10)</td> <td>(10,15)</td> </tr> <tr> <td>Число наблюдений</td> <td>24</td> <td>65</td> <td>67</td> <td>35</td> <td>11</td> </tr> </table> <p>По критерию «хи – квадрат» при уровне значимости 0,05 проверить, согласуются ли эти результаты с предположением о том, что наблюдалась случайная величина с нормальным законом распределения?</p>	Интервалы значений	(-10,-5)	(-5,0)	(0,5)	(5,10)	(10,15)	Число наблюдений	24	65	67	35	11
Интервалы значений	(-10,-5)	(-5,0)	(0,5)	(5,10)	(10,15)								
Число наблюдений	24	65	67	35	11								

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

<b>НИУ МЭИ</b>	<b>БИЛЕТ №1</b> Кафедра <i>Безопасности и информационных технологий</i> Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»	<i>Утверждаю:</i> <i>Зав. каф. БИТ</i>  подпись
<p>1. Случайные события. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Сигма-алгебра событий.</p> <p>2. В двух урнах находятся шары отличающиеся только цветом причем в первой урне 5 белых, 11 черных и 6 красных шаров, а во второй соответственно 10, 8, 6. Из каждой урны извлекли по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара одного цвета?</p> <p>3. В ящике 10 шаров белого и черного цветов. Эксперимент состоит в том, что из ящика наудачу извлекают шары с возвращением до тех пор, пока впервые не появится белый шар. Провели 5 независимых экспериментов, в результате которых пришлось извлечь 4, 3, 6, 5, 2 шара соответственно. Методом максимального правдоподобия оценить количество белых шаров в ящике.</p>		

## Процедура проведения

Зачет проводится в письменной форме по билетам согласно программе зачета

### ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

#### **1. Компетенция/Индикатор: ОПК-2(Компетенция)**

#### **Вопросы, задания**

1. Предмет теории вероятностей.
2. Случайные события и действия над ними. Пространство элементарных исходов. Сигма-алгебра событий.
3. Классическая вероятностная модель. Вычисление вероятностей с помощью формул комбинаторики.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Аксиомы непрерывности.
5. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей.
6. Независимые события. Формула вероятности суммы независимых случайных событий.
7. Полная система событий. Формула полной вероятности.
8. Априорные и апостериорные вероятности. Формула Байеса.
9. Испытания Бернулли. Формула Бернулли.
10. Терма Пуассона.
11. Простейший поток. Распределение числа событий.
12. Случайные величины. Функция распределения и ее свойства.
13. Дисперсия суммы случайных величин.
14. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
15. Начальные и центральные моменты случайной величины.

16. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
17. Случайные векторы. Функция распределения и её свойства.
18. Непрерывный случайный вектор. Плотность вероятности и ее свойства. Примеры.
19. Коэффициент корреляции случайных величин и его свойства.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. На отрезок  $OA$  длиной  $L$  брошены “наугад” две точки  $B$  и  $C$ , причем точка  $C$  расположена правее точки  $B$ . Найти вероятность того, что длина отрезка  $BC$  меньше длины отрезка  $OB$ .

Ответы:

-

Верный ответ:  $1/2$

2. Десять книг, из них три красные, в случайном порядке поставлены на полку. Какова вероятность того, что три красные книги в любом порядке стоят рядом?

Ответы:

-

Верный ответ:  $1/15$

3. Десять команд случайным образом (по жребию) разбиваются на две равные подгруппы. Какова вероятность того, что две сильнейшие команды попадут в разные подгруппы? ... в одну подгруппу? ... в первую подгруппу?

Ответы:

-

Верный ответ:  $5/9, 4/9, 2/9$

4. Десять билетов с номерами от 1 до 10 перемешаны на столе экзаменатора. Какова вероятность того, что эти билеты будут вытянуты студентами в порядке их номеров?

Ответы:

-

Верный ответ:  $1/10$

## 2. Компетенция/Индикатор: ПК-11(Компетенция)

### Вопросы, задания

1. Статистическое определение вероятности.
2. Предмет математической статистики.
3. Генеральная совокупность. Выборка. Выборочные характеристики и их свойства.
4. Свойства выборочных характеристик.
5. Виды статистических оценок и случаи их применения. Примеры.
6. Состоятельные, несмещенные и эффективные оценки. Примеры.
7. Метод максимального правдоподобия, дискретный случай.
8. Метод максимального правдоподобия. Непрерывный случай.
9. Построение интервальных оценок.
10. Доверительные интервалы в случае больших выборок.
11. Доверительные интервалы в случае нормальных выборок.
12. Распределения «хи-квадрат», Стьюдента и Фишера.
13. Проверка статистических гипотез. Статистика критерия. Критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости.
14. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной выборки.
15. Проверка гипотезы о значении дисперсии нормальной выборки.
16. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормальных выборок.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок.

## Материалы для проверки остаточных знаний

1. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Ответы:

-

Верный ответ: 1/18

2. В шкафе лежат попеременно пять пар ботинок. Наугад выбираются два ботинка. Какова вероятность того, что они образуют пару?

Ответы:

-

Верный ответ: 1/9

3. В кошельке было пять монет по 10 копеек и три монеты по 50 копеек. Из кошелька вынули наугад четыре монеты. Найдите закон распределения случайной величины  $X$ , которая равна сумме вынутых копеек.

Ответы:

-

Верный ответ:  $P(X=40) = 1/14$ ,  $P(X=80) = 3/7$ ,  $P(X=120) = 3/7$ ,  $P(X=160) = 1/14$ ,

4. Монету подбросили 900 раз. Герб выпал 403 раза. Можно ли считать, что подбрасывали симметричную монету?

Ответы:

-

Верный ответ: Нет

5. Отказ устройства произошел на пятом по счету испытании. Найдите оценку наибольшего правдоподобия для отказа устройства при одном испытании.

Ответы:

-

Верный ответ: 0,2

6. Для проверки всхожести посеяли 900 семян. Из них проросло 810. Постройте доверительный интервал для доли всхожих семян с надежностью 0,95.

Ответы:

-

Верный ответ: ( 0,88; 0,92)

## II. Описание шкалы оценивания

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.