

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 38.03.01 Экономика

Наименование образовательной программы: Цифровая экономика

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Линейная алгебра**

**Москва
2023**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

(подпись)

Т.В.
Капицына

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Крыленко Е.Е.
	Идентификатор	R753cd28c-GudkovaYU-c67582a9

(подпись)

Е.Е.
Крыленко

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Курдюкова Г.Н.
	Идентификатор	R6ab6dd0d-KurdiukovaGN-ca01d8c

(подпись)

Г.Н.
Курдюкова

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

ИД-1 Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Аналитическая геометрия (Контрольная работа)
2. Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)
3. Матрицы и определители (Контрольная работа)
4. Системы линейных уравнений (Контрольная работа)

БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	15
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве					
Векторы		+			
Уравнения прямых и плоскостей		+			
Матрицы и определители					
Арифметические операции с матрицами			+		
Определители			+		
Обратная матрица			+		
Системы линейных уравнений					
Однородные и неоднородные системы линейных уравнений				+	
Линейные пространства и квадратичные формы					

Конечномерные линейные пространства				+
Кривые и поверхности второго порядка				+
Вес КМ:	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ИД-1 _{ОПК-2} Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления	Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка Способы решения систем линейных уравнений	Аналитическая геометрия (Контрольная работа) Матрицы и определители (Контрольная работа) Системы линейных уравнений (Контрольная работа) Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Аналитическая геометрия

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: векторы, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве	<p>1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;2;3)$ параллельно вектору $\vec{a} = (-2;3;0)$.</p> <p>1) $x/-2 = (y - 1)/3 = z$ 2) $(x - 1)/-2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/0$ 3) $x/-2 = (y - 1)/3 = z/0$ 4) $x = y = z$ ответ: 2</p> <p>2. Написать уравнение плоскости, содержащей оси Ox, Oz:</p> <p>1) $y = 0$ 2) $y + x = 3$ 3) $z = 4$ 4) $x = 0$ ответ: 1</p> <p>3. Своими координатами даны точки $A(1;2;0)$, $C(3;2;1)$, $D(1;3;-1)$, $E(2;2;0)$. Лежат ли эти точки на одной плоскости?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 2</p> <p>4. Векторы \vec{a}, \vec{b} заданы своими координатами (в правой декартовой системе координат): $\vec{a} = (1;2;1)$, $\vec{b} = (0;-1;3)$. Найти координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$.</p> <p>1) $(3;7;0)$ 2) $(-3;2;0)$ 3) $(0;0;3)$ 4) $(2;1;0)$ ответ: 1</p> <p>5. Лежат ли точки $A(1;2;0)$, $B(3;3;1)$, $C(5;4;2)$ на одной прямой?</p> <p>1) да 2) нет</p>
---	---

	<p>ответ: 1</p> <p>6. Дано: $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (3; 0; 1)$. Найти длину вектора $\vec{a} \times \vec{b}$</p> <p>1) 5 2) $(39)^{1/2}$ 3) 3 4) $(41)^{1/2}$ ответ: 4</p>
--	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-2. Матрицы и определители

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Матрицы и определители"

Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p>	<p>1. Чему равен элемент a_{21} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>1. 1) 3 2. 2) 2 3. 3) 1 4. 4) 5 5. ответ: 1</p> <p>2. Можно ли умножить матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ на матрицу $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$?</p>
---	---

1. 1) да
2. 2) нет
3. ответ: 2

3. Чему равно произведение АВ, если $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}?$$

1. 1) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
2. 2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
3. 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
4. 4) (3)
5. ответ: 1

4. Найти определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 9 \\ 4 & 12 & 11 \end{pmatrix}$

1. 1) 0
- 2) 8
- 3) 127
- 4) 232
- ответ: 1

5. Найти обратную матрицу для матрицы $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

ответ: 1

6. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. 1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. 3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
4. 4) нет решений
5. ответ: 1

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-3. Системы линейных уравнений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по теории решения систем линейных уравнений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Способы решения систем линейных уравнений	<ol style="list-style-type: none">1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - y - z = -1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$ методом Крамера2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$4. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ методом Гаусса5. Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$6. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ с помощью обратной матрицы
--	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-4. Линейные операторы и квадратичные формы

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: линейное пространство, линейные операторы, кривые и поверхности

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка	1. Укажите что задает уравнение $x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$ 2. Укажите что задает уравнение $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 3. Укажите что задает уравнение $x^2 + 2y^2 = 3$ 4. Укажите что задает уравнение $x^2 - y^2 = 0$
Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе	1. Найти размерность линейного пространства $L = \{ax^2 + 2abx + (a + b), \dots; a, b \in R\}$ 2. Найти собственные векторы линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе есть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 3. Линейный оператор $\varphi: R^3 \rightarrow R^3$ определен так: $\varphi(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x}$ ($\vec{a} = (1, 2, 3)$). Каковы собственные числа φ

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Дать определение: собственные значения и собственные векторы линейного оператора
2. Вычислить объем тетраэдра $OABC$, $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.
3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений (доказать совместность, записать фундаментальную систему решений, общее решение системы):
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-2} Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления

Вопросы, задания

1. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису
2. Правило Крамера
3. Линейные операторы, Их матрицы в разных базисах. Собственные числа и векторы линейных операторов
4. Матрицы и действия с ними
5. Вычисление определителей
6. Обратная матрица
7. Кривые и поверхности второго порядка
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
9. Векторы, операции над векторами
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов
11. Различные виды уравнений плоскостей и прямых

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Линейный оператор в трёхмерном пространстве ставит в соответствие каждому вектору X вектор $3X$. Найти собственные числа этого вектора

Ответы:

1) -3; 3; 0 2) 3 3) -3; 3

Верный ответ: 2

2. Найти размерность линейного пространства многочленов второй степени от одной переменной

Ответы:

1) 0 2) 2 3) 3

Верный ответ: 3

3. Лежат ли точки $A(1,2,3)$, $B(0,1,0)$, $C(2,1,1)$, $D(-1,1,0)$ в одной плоскости

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

4. Верно ли, что две несовпадающие прямые в пространстве лежат в одной плоскости

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

5. Может ли скалярное произведение двух векторов равняться их векторному произведению

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 2

6. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

7. Определитель матрицы размерности 3×3 равен 2. Есть ли у данной матрицы обратная

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 2

8. Определитель матрицы системы 10 уравнений с десятью неизвестными равен 3, столбец свободных членов - нулевой. Может ли система иметь два различных решения?

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

9. Можно ли умножить матрицу размерности 2×3 на матрицу размерности 3×5

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 2

10. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?

Ответы:

1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация

Верный ответ: 2

11. Определить вид кривой, заданной в некоторой декартовой системе координат уравнением $X^2 + Y^2 = 1$

Ответы:

1) Прямая 2) Парабола 3) Гипербола

Верный ответ: 3

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»