

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 38.03.01 Экономика

Наименование образовательной программы: Цифровая экономика

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИКЕ**

|   |  |
|---|--|
| <b>Блок:</b>  | <b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>          |
| <b>Часть образовательной программы:</b>               | Обязательная                                 |
| <b>№ дисциплины по учебному плану:</b>                | Б1.О.24                                      |
| <b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>              | 4 семестр - 4;                               |
| <b>Часов (всего) по учебному плану:</b>               | 144 часа                                     |
| <b>Лекции</b>   | 4 семестр - 32 часа;                         |
| <b>Практические занятия</b>                           | 4 семестр - 32 часа;                         |
| <b>Лабораторные работы</b>                            | не предусмотрено учебным планом              |
| <b>Консультации</b>                                   | проводится в рамках часов аудиторных занятий |
| <b>Самостоятельная работа</b>                         | 4 семестр - 79,7 часа;                       |
| <b>в том числе на КП/КР</b>                           | не предусмотрено учебным планом              |
| <b>Иная контактная работа</b>                         | проводится в рамках часов аудиторных занятий |
| <b>включая:</b><br>Тестирование<br>Контрольная работа |  |
| <b>Промежуточная аттестация:</b>                      |  |
| <b>Зачет с оценкой</b>                                | 4 семестр - 0,3 часа;                        |

**Москва 2024**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

|  |  |                            |
|--|--|----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                            |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                            |
|  | Владелец   | Лисин Е. М.                |
|  | Идентификатор                                      | R634188c9-LisinYM-e76d6525 |

Е.М. Лисин

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

|  |  |                              |
|--|--|------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                              |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                              |
|  | Владелец   | Крыленко Е.Е.                |
|  | Идентификатор                                      | R753cd28c-GudkovaYU-c67582a9 |

Е.Е. Крыленко

Заведующий выпускающей  
кафедрой

|  |  |                                |
|--|--|--------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                |
|  | Владелец   | Курдюкова Г.Н.                 |
|  | Идентификатор                                      | R6ab6dd0d-KurdiukovaGN-ca01d8c |

Г.Н. Курдюкова

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение основ математического моделирования экономических процессов и систем, а также решения экономических задач, формализованных в виде математических моделей

### Задачи дисциплины

- овладение основами построения математических моделей экономических процессов и систем;
- овладение основами представления экономической задачи в виде задачи принятия решения и математическими инструментами поиска оптимального решения;
- овладение математическими и инструментальными методами решения экономических задач, формализованных в виде математических моделей;
- формирование умений и навыков количественного обоснования принимаемых экономических решений по организации эффективного управления хозяйственной деятельностью предприятий.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

| Код и наименование компетенции   | Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Запланированные результаты обучения   |
|--|---|---|
| ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач | ИД-3 <sub>ОПК-2</sub> Применяет методы математического моделирования экономических явлений и систем на основе статистических данных | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- технологии компьютерного решения задач исследования операций;</li><li>- основы моделирования, принципы построения математических моделей, условия применения математических методов для формализации экономических процессов;</li><li>- основные методы обработки экономических данных.</li></ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- разрабатывать модели и находить решения задач управления запасами со случайными величинами уровня спроса и сроков доставки продукции;</li><li>- применять методы линейного программирования для нахождения оптимального решения типовых экономических задач и осуществлять анализ их чувствительности к факторам внешнего и внутреннего окружения;</li><li>- разрабатывать транспортные модели для решения традиционных транспортных задач, а также нетрадиционных, таких как задачи управления запасами и распределения оборудования на предприятии;</li><li>- разрабатывать экономико-математические модели для решения задач распределительного типа в</li></ul> |

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Запланированные результаты обучения   |
|--------------------------------|--|---|
|                                |  | условиях неделимости ресурсов между различными видами работ на предприятии. |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Цифровая экономика (далее – ОПОП), направления подготовки 38.03.01 Экономика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

| № п/п | Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации  | Всего часов на раздел | Семестр | Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   | Содержание самостоятельной работы/ методические указания   |  |
|-------|---|-----------------------|---------|--|-----|----|--------------|---|-----|----|----|-------------------|-----------------------------------|--|--|
|       |   |                       |         | Контактная работа  |     |    |              |   |     |    | СР |                   |                                   |  |  |
|       |   |                       |         | Лек  | Лаб | Пр | Консультация |   | ИКР |    | ПА | Работа в семестре | Подготовка к аттестации /контроль |  |  |
| КПР   | ГК  | ИККП                  | ТК      |  |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   |  |  |
| 1     | 2   | 3                     | 4       | 5  | 6   | 7  | 8            | 9 | 10  | 11 | 12 | 13                | 14                                | 15   |  |
| 1     | Математическое и имитационное моделирование в экономике | 38                    | 4       | 6  | -   | 8  | -            | - | -   | -  | -  | 24                | -                                 | <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Введение в математическое и имитационное моделирование в экономике"<br><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br>[2], стр. 5-11  |  |
| 1.1   | Моделирование   | 14                    |         | 2  | -   | 4  | -            | - | -   | -  | -  | 8                 | -                                 |  |  |
| 1.2   | Математическая модель                                   | 12                    |         | 2  | -   | 2  | -            | - | -   | -  | -  | 8                 | -                                 |  |  |
| 1.3   | Исследование операций                                   | 12                    |         | 2  | -   | 2  | -            | - | -   | -  | -  | 8                 | -                                 |  |  |
| 2     | Задачи линейного и нелинейного программирования         | 80                    |         | 20   | -   | 18 | -            | - | -   | -  | -  | -                 | 42                                | -  | <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b><br>Изучение материалов по теме "Задача о назначениях" |
| 2.1   | Линейное программирование                               | 24                    |         | 6  | -   | 6  | -            | - | -   | -  | -  | -                 | 12                                | -  | <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b><br>Изучение материалов по теме "Транспортная задача"  |
| 2.2   | Транспортные модели                                     | 34                    |         | 8  | -   | 8  | -            | - | -   | -  | -  | -                 | 18                                | -  |  |
| 2.3   | Задача о назначениях                                    | 22                    | 6       | -  | 4   | -  | -            | - | -   | -  | -  | 12                | -                                 | <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b><br>Изучение материалов по теме "Линейное программирование"<br><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b><br>Изучение материала по разделу "Задачи линейного и нелинейного программирования" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях<br><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br>[1], стр. 40-58<br>[2], стр. 15-39 |  |

|     |  |       |    |   |    |   |   |   |   |     |      |   |  |   |
|-----|--|-------|----|---|----|---|---|---|---|-----|------|---|--|---|
|     |  |       |    |   |    |   |   |   |   |     |      |   |  | [3], стр. 88-96<br>[4], стр. 13-74  |
| 3   | Вероятностные модели управления запасами | 25.7  | 6  | - | 6  | - | - | - | - | -   | 13.7 | - |  | <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Вероятностные модели управления запасами" |
| 3.1 | Вероятностные модели управления запасами | 25.7  | 6  | - | 6  | - | - | - | - | -   | 13.7 | - |  | <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br>[3], стр. 96-102  |
|     | Зачет с оценкой                          | 0.3   | -  | - | -  | - | - | - | - | 0.3 | -    | - |  |   |
|     | Всего за семестр                         | 144.0 | 32 | - | 32 | - | - | - | - | 0.3 | 79.7 | - |  |   |
|     | Итого за семестр                         | 144.0 | 32 | - | 32 | - | - | - | - | 0.3 | 79.7 | - |  |   |

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Математическое и имитационное моделирование в экономике

##### 1.1. Моделирование

Понятие моделирования. Цели и задачи моделирования. Классификация видов моделирования. Использование различных видов моделирования в экономических исследованиях.

##### 1.2. Математическая модель

Понятие математической модели. Принципы построения математической модели. Понятие имитационной модели. Принципы построения имитационной модели.

##### 1.3. Исследование операций

Постановка задачи принятия решения. Основные понятия исследования операций. Модель и эффективность операции. Общая постановка задачи исследования операций. Оптимальные и условно оптимальные решения. Классификация задач математического программирования.

#### 2. Задачи линейного и нелинейного программирования

##### 2.1. Линейное программирование

Модели линейного программирования с двумя переменными. Графическое решение задачи линейного программирования. Переход от графического решения модели к алгебраическому. Итерационная природа симплекс-метода. Вычислительный алгоритм симплекс-метода.

##### 2.2. Транспортные модели

Определение транспортной задачи. Классическая экономико-математическая модель транспортной задачи. Нетрадиционные транспортные модели: управление запасами, распределение оборудования. Итерационный алгоритм решения транспортной задачи. Метод потенциалов. Интерпретация метода потенциалов как симплекс-метода. Постановка задачи нелинейного программирования.

##### 2.3. Задача о назначениях

Постановка задачи о назначениях. Экономико-математическая модель задачи о назначениях. Решение задачи о назначениях венгерским методом. Интерпретация венгерского метода как симплекс-метода.

#### 3. Вероятностные модели управления запасами

##### 3.1. Вероятностные модели управления запасами

Постановка задачи управления запасами в условиях неопределенности спроса. Экономико-математическая модель задачи управления запасами при случайной величине спроса.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Компьютерное решение задач линейного программирования;
2. Введение в целочисленное программирование. Задача коммивояжера. Применение метода ветвей и границ и отсекающих плоскостей для решения задачи;
3. Проблема запасов. Управление запасами в условиях неопределенности спроса;

4. Задача о назначениях. Оптимальное размещение бригад. Венгерский метод;
5. Компьютерное решение транспортных задач;
6. Транспортная задача. Традиционные и нетрадиционные транспортные модели. Оптимальная организация ежедневных перевозок. Итерационные алгоритмы решения задачи;
7. Введение в линейное программирование. Задача о распределении производственных мощностей. Графический метод решения. Правила вычислений в симплекс-метод.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Введение в математическое и имитационное моделирование в экономике"
2. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Задачи линейного и нелинейного программирования"
3. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Вероятностные модели управления запасами"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

| Запланированные результаты обучения по дисциплине<br>(в соответствии с разделом 1)  | Коды индикаторов | Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1) |   |   | Оценочное средство (тип и наименование)                                  |
|---|------------------|---|---|---|--|
|   |                  | 1   | 2 | 3 |  |
| <b>Знать:</b>   |                  |   |   |   |  |
| основные методы обработки экономических данных  | ИД-3опк-2        | +   |   |   | Тестирование/Математическое и имитационное моделирование в экономике     |
| основы моделирования, принципы построения математических моделей, условия применения математических методов для формализации экономических процессов  | ИД-3опк-2        | +   |   |   | Тестирование/Математическое и имитационное моделирование в экономике     |
| технологии компьютерного решения задач исследования операций  | ИД-3опк-2        |   | + |   | Контрольная работа/Транспортная задача                                   |
| <b>Уметь:</b>   |                  |   |   |   |  |
| разрабатывать экономико-математические модели для решения задач распределительного типа в условиях неделимости ресурсов между различными видами работ на предприятии                              | ИД-3опк-2        | +   | + |   | Контрольная работа/Задача о назначениях                                  |
| разрабатывать транспортные модели для решения традиционных транспортных задач, а также нетрадиционных, таких как задачи управления запасами и распределения оборудования на предприятии           | ИД-3опк-2        | +   | + |   | Контрольная работа/Транспортная задача                                   |
| применять методы линейного программирования для нахождения оптимального решения типовых экономических задач и осуществлять анализ их чувствительности к факторам внешнего и внутреннего окружения | ИД-3опк-2        | +   | + |   | Контрольная работа/Графическое решение задачи линейного программирования |
| разрабатывать модели и находить решения задач управления запасами со случайными величинами уровня спроса и сроков доставки продукции  | ИД-3опк-2        |   |   | + | Контрольная работа/Управление запасами                                   |

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**4 семестр**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Математическое и имитационное моделирование в экономике (Тестирование)

Форма реализации: Письменная работа

1. Графическое решение задачи линейного программирования (Контрольная работа)
2. Задача о назначениях (Контрольная работа)
3. Транспортная задача (Контрольная работа)
4. Управление запасами (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет с оценкой (Семестр №4)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 4 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Гетманчук, А. В. Экономико-математические методы и модели : учебное пособие / А. В. Гетманчук, М. М. Ермилов . – М. : Дашков и К°, 2013 . – 188 с. – (Учебные издания для бакалавров) . - ISBN 978-5-394-01575-5 .;
2. В. В. Федосеев- "Математическое моделирование в экономике и социологии труда: методы, модели, задачи", Издательство: "Юнити-Дана", Москва, 2015 - (167 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114723>;
3. Гусева Е. Н.- "Экономико-математическое моделирование", (3-е изд., стер.), Издательство: "ФЛИНТА", Москва, 2016 - (216 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=85886](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=85886);
4. А. И. Новиков- "Экономико-математические методы и модели", Издательство: "Дашков и К°", Москва, 2020 - (532 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573375>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др).

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Тип помещения   | Номер аудитории, наименование                 | Оснащение  |
|---|---|--|
| Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля | С-301, Учебная аудитория                      | стол преподавателя, стул, стол письменный, вешалка для одежды, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, колонки, ноутбук                                 |
| Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП          | С-303, Учебная аудитория                      | стол преподавателя, стул, стол письменный, вешалка для одежды, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, ноутбук  |
| Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий                   | С-303, Учебная аудитория                      | стол преподавателя, стул, стол письменный, вешалка для одежды, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, ноутбук  |
| Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации               | С-303, Учебная аудитория                      | стол преподавателя, стул, стол письменный, вешалка для одежды, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, ноутбук  |
| Помещения для самостоятельной работы                                    | С-304/1, Научно-исследовательская лаборатория | стол, стул, шкаф для одежды, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная, ноутбук, компьютер персональный                              |
|   | С-311, Компьютерный класс каф. "ЭЭП"          | кресло рабочее, стол, стул, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная, ноутбук, компьютер персональный, инвентарь специализированный |
| Помещения для консультирования  | С-306, Преподавательская                      | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, шкаф для документов, шкаф для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный   |
|   | С-308, Преподавательская                      | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, многофункциональный центр, компьютер персональный                  |
|   | С-310/1, Преподавательская                    | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для  |

|  |                               |   |
|--|-------------------------------|---|
|  |                               | одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, многофункциональный центр, компьютер персональный   |
|  | С-310/2,<br>Преподавательская | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, стул, шкаф для документов, компьютерная сеть с выходом в Интернет, многофункциональный центр, компьютер персональный                                      |
|  | С-316,<br>Преподавательская   | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер                                       |
|  | С-318,<br>Преподавательская   | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, шкаф для документов, шкаф для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, многофункциональный центр, компьютер персональный, книги, учебники, пособия |
|  | С-313,<br>Преподавательская   | кресло рабочее, рабочее место сотрудника, стол, стул, шкаф для документов, шкаф для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, многофункциональный центр, компьютер персональный                     |
| Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря | С-304/2, Архив                | стеллаж, стеллаж для хранения книг, книги, учебники, пособия, архивные документы  |

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Математическое моделирование в экономике

(название дисциплины)

## 4 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Математическое и имитационное моделирование в экономике (Тестирование)

КМ-2 Графическое решение задачи линейного программирования (Контрольная работа)

КМ-3 Транспортная задача (Контрольная работа)

КМ-4 Задача о назначениях (Контрольная работа)

КМ-5 Управление запасами (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

| Номер раздела | Раздел дисциплины                                       | Индекс КМ: | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 | КМ-5 |
|---------------|---|------------|------|------|------|------|------|
|               |   | Неделя КМ: | 4    | 6    | 10   | 12   | 14   |
| 1             | Математическое и имитационное моделирование в экономике |            |      |      |      |      |      |
| 1.1           | Моделирование   |            | +    | +    | +    | +    |      |
| 1.2           | Математическая модель                                   |            | +    | +    | +    | +    |      |
| 1.3           | Исследование операций                                   |            | +    |      |      |      |      |
| 2             | Задачи линейного и нелинейного программирования         |            |      |      |      |      |      |
| 2.1           | Линейное программирование                               |            |      | +    |      |      |      |
| 2.2           | Транспортные модели                                     |            |      |      | +    |      |      |
| 2.3           | Задача о назначениях                                    |            |      |      |      | +    |      |
| 3             | Вероятностные модели управления запасами                |            |      |      |      |      |      |
| 3.1           | Вероятностные модели управления запасами                |            |      |      |      |      | +    |
| Вес КМ, %:    |   |            | 15   | 20   | 30   | 20   | 15   |