

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 38.03.01 Экономика**

**Наименование образовательной программы: Экономика и экономическая безопасность предприятия  
(организации)**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очно-заочная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Линейная алгебра**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Евтеев Б.В.
	Идентификатор	Rbb7ca24a-YevteevBV-e22a6fbb

(подпись)

Б.В. Евтеев

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Баронов О.Р.
	Идентификатор	R90d76356-BaronovOR-7bf8fd7e

(подпись)

О.Р. Баронов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Невский А.Ю.
	Идентификатор	R4bc65573-NevskyAY-0b6e493d

(подпись)

А.Ю.

Невский

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

ИД-1 Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Аналитическая геометрия (Контрольная работа)
2. Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)
3. Матрицы и определители (Контрольная работа)
4. Системы линейных уравнений (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	15
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве					
Векторы		+			
Уравнения прямых и плоскостей		+			
Матрицы и определители					
Арифметические операции с матрицами			+		
Определители			+		
Обратная матрица			+		
Системы линейных уравнений					
Однородные и неоднородные системы линейных уравнений				+	
Линейные пространства и квадратичные формы					

Конечномерные линейные пространства				+
Кривые и поверхности второго порядка				+
Вес КМ:	25	35	15	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ИД-1 <sub>ОПК-2</sub> Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления	Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка Способы решения систем линейных уравнений	Аналитическая геометрия (Контрольная работа) Матрицы и определители (Контрольная работа) Системы линейных уравнений (Контрольная работа) Линейные операторы и квадратичные формы (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Аналитическая геометрия

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: векторы, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве	<p>1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>A(1;2;3)</math> параллельно вектору <math>\vec{a} = (-2;3;0)</math>.</p> <p>1) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z</math> 2) <math>(x - 1)/-2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/0</math> 3) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z/0</math> 4) <math>x = y = z</math> ответ: 2</p> <p>2. Написать уравнение плоскости, содержащей оси <math>Ox, Oz</math>:</p> <p>1) <math>y = 0</math> 2) <math>y + x = 3</math> 3) <math>z = 4</math> 4) <math>x = 0</math> ответ: 1</p> <p>3. Своими координатами даны точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>C(3;2;1)</math>, <math>D(1;3;-1)</math>, <math>E(2;2;0)</math>. Лежат ли эти точки на одной плоскости?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 2</p> <p>4. Векторы <math>\vec{a}, \vec{b}</math> заданы своими координатами (в правой декартовой системе координат): <math>\vec{a} = (1;2;1)</math>, <math>\vec{b} = (0;-1;3)</math>. Найти координаты вектора <math>\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}</math>.</p> <p>1) <math>(3;7;0)</math> 2) <math>(-3;2;0)</math> 3) <math>(0;0;3)</math> 4) <math>(2;1;0)</math> ответ: 1</p> <p>5. Лежат ли точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>B(3;3;1)</math>, <math>C(5;4;2)</math> на одной прямой?</p> <p>1) да 2) нет</p>
---	---

	<p>ответ: 1</p> <p>6. Дано: <math>\vec{a} = (1; 2; 0)</math>, <math>\vec{b} = (3; 0; 1)</math>. Найти длину вектора <math>\vec{a} \times \vec{b}</math></p> <p>1) 5 2) <math>(39)^{1/2}</math> 3) 3 4) <math>(41)^{1/2}</math> ответ: 4</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

**КМ-2. Матрицы и определители**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 35

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Матрицы и определители"

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p>	<p>1. Чему равен элемент <math>a_{21}</math> для матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></p> <p>1. 1) 3 2. 2) 2 3. 3) 1 4. 4) 5 5. ответ: 1</p> <p>2. Можно ли умножить матрицу <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> на матрицу <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> ?</p>
---	---

1. 1) да
2. 2) нет
3. ответ: 2

3. Чему равно произведение АВ, если  $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}?$$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
2. 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
3. 3) (1 2 5)
4. 4) (3)
5. ответ: 1

4. Найти определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 9 \\ 4 & 12 & 11 \end{pmatrix}$

1. 1) 0
- 2) 8
- 3) 127
- 4) 232
- ответ: 1

5. Найти обратную матрицу для матрицы  $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
- 3)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

ответ: 1

6. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. 3)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
4. 4) нет решений
5. ответ: 1

**Описание шкалы оценивания:**



Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

### КМ-3. Системы линейных уравнений

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 15

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по теории решения систем линейных уравнений

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Способы решения систем линейных уравнений	<p>1. Решить систему уравнений <math display="block">\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - y - z = -1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}</math> методом Крамера</p> <p>2. Решить систему уравнений <math display="block">\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases}</math></p> <p>3. Решить матричное уравнение <math display="block">\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 &amp; 5 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>4. Решить систему уравнений <math display="block">\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}</math> методом Гаусса</p> <p>5. Найдите ранг матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 2 &amp; 4 &amp; 6 &amp; 8 \end{pmatrix}</math></p> <p>6. Решить систему уравнений <math display="block">\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}</math> с помощью обратной матрицы</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

**КМ-4. Линейные операторы и квадратичные формы**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу студенты пишут на практическом занятии 2 час.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: линейное пространство, линейные операторы, кривые и поверхности

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка</p>	<p>1. Найти размерность линейного пространства <math>L = \{ax^2 + 2abx + (a + b), a, b \in R\}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 2</li> <li>2) 1</li> <li>3) 0</li> <li>4. ответ: 1</li> </ol> <p>2. Собственными векторами линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе есть <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, являются:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\{(1;0); (1;1)\}</math></li> <li>2) <math>\{(0;0); (1;2)\}</math></li> <li>3) <math>\{(1;-1); (2;1)\}</math></li> </ol> <p>ответ: 1</p> <p>3. Линейный оператор <math>\varphi: R^3 \rightarrow R^3</math> определентак: <math>\varphi(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x} (\vec{a} = (1; 2; 3))</math>. Каковы собственные числа <math>\varphi</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 0</li> </ol>
--	---

	<p>2) 1, 2  3) -1, 2, 1  ответ: 1</p> <p>4. Найдите размерность (над <math>\mathbb{R}</math>) пространства решений уравнений <math>\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}</math></p> <p>1. 1) 2  2. 2) 4  3. 3) 0  4. ответ: 1</p>
Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе	<p>1. Укажите что задает уравнение <math>x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0</math></p> <p>2. Укажите что задает уравнение <math>x^2 - y^2 - z^2 = 1</math></p> <p>3. Укажите что задает уравнение <math>x^2 + 2y^2 = 3</math></p>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Экзамен

### Пример билета

1. Дать определение: собственные значения и собственные векторы линейного оператора
2. Вычислить объем тетраэдра  $OABC$ ,  $O(0,0,0)$ ,  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(0,0,1)$ .
3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений (доказать совместность, записать фундаментальную систему решений, общее решение системы):
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-2</sub> Применяет аппарат математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления

### Вопросы, задания

1. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису
2. Правило Крамера
3. Линейные операторы, Их матрицы в разных базисах. Собственные числа и векторы линейных операторов
4. Матрицы и действия с ними
5. Вычисление определителей
6. Обратная матрица
7. Кривые и поверхности второго порядка
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
9. Векторы, операции над векторами
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов
11. Различные виды уравнений плоскостей и прямых

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Линейный оператор в трёхмерном пространстве ставит в соответствие каждому вектору  $X$  вектор  $3X$ . Найти собственные числа этого вектора

Ответы:

1) -3; 3; 0 2) 3 3) -3; 3

Верный ответ: 2

2. Найти размерность линейного пространства многочленов второй степени от одной переменной

Ответы:

1) 0 2) 2 3) 3

Верный ответ: 3

3. Лежат ли точки  $A(1,2,3)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(2,1,1)$ ,  $D(-1,1,0)$  в одной плоскости

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

4. Верно ли, что две несовпадающие прямые в пространстве лежат в одной плоскости

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

5. Может ли скалярное произведение двух векторов равняться их векторному произведению

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 2

6. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?

Ответы:

1) Нет 2) Да

Верный ответ: 1

7. Определитель матрицы размерности  $3 \times 3$  равен 2. Есть ли у данной матрицы обратная

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 2

8. Определитель матрицы системы 10 уравнений с десятью неизвестными равен 3, столбец свободных членов - нулевой. Может ли система иметь два различных решения?

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 1

9. Можно ли умножить матрицу размерности  $2 \times 3$  на матрицу размерности  $3 \times 5$

Ответы:

1) Нет 2) Да 3) Не всегда

Верный ответ: 2

10. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?

Ответы:

1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация

Верный ответ: 2

11. Определить вид кривой, заданной в некоторой декартовой системе координат уравнением  $X^2 + Y^2 = 1$

Ответы:

1) Прямая 2) Парабола 3) Гипербола

Верный ответ: 3

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня*

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»