

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 38.03.02 Менеджмент**

**Наименование образовательной программы: Государственная и муниципальная служба**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**


**Форма обучения: Очно-заочная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Линейная алгебра**

**Москва  
2021**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель  
(должность)


	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Бободжанов А.
	Идентификатор	R3d8a5495-BobojanovA-c08b6948

(подпись)

А. Бободжанов  
(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Заведующий  
выпускающей кафедры  
(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Кетоева Н.Л.
	Идентификатор	R56dba1ba-KetoyevaNL-5403d8c3

(подпись)

Н.Л. Кетоева  
(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-6 владением методами принятия решений в управлении операционной (производственной) деятельностью организаций

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Аналитическая геометрия (Тестирование)

Форма реализации: Письменная работа

1. Кривые и поверхности (Тестирование)

2. Линейные пространства (Тестирование)

3. Матрицы (Тестирование)

4. Системы линейных уравнений (Контрольная работа)

### БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	4	8	12	14	15
Матрицы и определители						
Арифметические операции с матрицами		+				
Определители		+				
Обратная матрица		+				
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве						
Векторы			+			
Уравнения прямых и плоскостей			+			
Системы линейных уравнений						
Однородные и неоднородные системы линейных уравнений				+		

Линейные пространства					
Конечномерные линейные пространства				+	
Кривые и поверхности					
Кривые и поверхности второго порядка					+
Вес КМ:	20	20	20	20	20

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-6	ОПК-6(Компетенция)	<p>Знать:</p> <p>Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе</p> <p>Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве</p> <p>Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p> <p>Способы решения систем линейных уравнений</p> <p>Уметь:</p> <p>Находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора</p> <p>Определять вид кривой/поверхности второго порядка</p>	<p>Матрицы (Тестирование)</p> <p>Аналитическая геометрия (Тестирование)</p> <p>Системы линейных уравнений (Контрольная работа)</p> <p>Линейные пространства (Тестирование)</p> <p>Кривые и поверхности (Тестирование)</p>

		Вычислять обратные матрицы Определять ранги матриц. Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Матрицы

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Время отведенное на выполнение задания не более 90 минут.

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Матрицы и определители"

#### Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: Формулы для вычисления определителей матриц, действия с матрицами</p>	<p>1. Чему равен элемент <math>a_{21}</math> для матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) 3</li><li>2) 2</li><li>3) 1</li><li>4) 5</li><li>5. ответ: 1</li></ol> <p>2. Можно ли умножить матрицу <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> на матрицу <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> ?</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) да</li><li>2) нет</li><li>3. ответ: 2</li></ol> <p>3. Чему равно произведение <math>AB</math>, если <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> ?</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>\begin{pmatrix} 4 &amp; 5 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></li><li>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></li><li>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 5 \end{pmatrix}</math></li><li>4) <math>\begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}</math></li><li>5. ответ: 1</li></ol>
<p>Уметь: Вычислять обратные матрицы</p>	<p>1. Найти определитель матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 5 &amp; 2 \\ 1 &amp; 7 &amp; 9 \\ 4 &amp; 12 &amp; 11 \end{pmatrix}</math></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) 0</li><li>2) 8</li><li>3) 127</li><li>4) 232</li><li>ответ: 1</li></ol>

	<p>2. Найти обратную матрицу для матрицы <math>A =</math></p> $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ <p>1. 1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; -5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 6 \\ 5 &amp; 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>ответ: 1</p> <p>3. Решить матричное уравнение <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>4) нет решений</p> <p>ответ: 1</p>
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста*

**КМ-2. Аналитическая геометрия**

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Время отведенное на выполнение задания не более 90 минут.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: векторы, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве



**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: Формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве</p>	<p>1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>A(1;2;3)</math> параллельно вектору <math>\vec{a} = (-2;3;0)</math>.</p> <p>1) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z</math> 2) <math>(x - 1)/-2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/0</math> 3) <math>x/-2 = (y - 1)/3 = z/0</math> 4) <math>x = y = z</math> ответ: 2</p> <p>2. Написать уравнение плоскости, содержащей оси <math>Ox, Oz</math>:</p> <p>1) <math>y = 0</math> 2) <math>y + x = 3</math> 3) <math>z = 4</math> 4) <math>x = 0</math> ответ: 1</p> <p>3. Своими координатами даны точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>C(3;2;1)</math>, <math>D(1;3;-1)</math>, <math>E(2;2;0)</math>. Лежат ли эти точки на одной плоскости?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 2</p>
<p>Уметь: Находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора</p>	<p>1. Векторы <math>\vec{a}, \vec{b}</math> заданы своими координатами (в правой декартовой системе координат): <math>\vec{a} = (1;2;1)</math>, <math>\vec{b} = (0;-1;3)</math>. Найти координаты вектора <math>\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}</math>.</p> <p>1) <math>(3;7;0)</math> 2) <math>(-3;2;0)</math> 3) <math>(0;0;3)</math> 4) <math>(2;1;0)</math> ответ: 1</p> <p>2. Лежат ли точки <math>A(1;2;0)</math>, <math>B(3;3;1)</math>, <math>C(5;4;2)</math> на одной прямой?</p> <p>1) да 2) нет ответ: 1</p> <p>3. Дано: <math>\vec{a} = (1;2;0)</math>, <math>\vec{b} = (3;0;1)</math>. Найти длину вектора <math>\vec{a} \times \vec{b}</math></p> <p>1) 5 2) <math>(39)^{1/2}</math> 3) 3 4) <math>(41)^{1/2}</math> ответ: 4</p>

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста

### КМ-3. Системы линейных уравнений

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Письменный контроль

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по теории решения систем линейных уравнений

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Способы решения систем линейных уравнений	1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - y - z = -1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$ методом Крамера 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$ 3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
Уметь: Определять ранги матриц. Решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений	1. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ методом Гаусса 1. 2. Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ 1. 3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ с помощью обратной матрицы 1.

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

Оценка: не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

#### КМ-4. Линейные пространства

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Время отведенное на выполнение задания не более 60 минут.

#### Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: линейное пространство, линейные операторы

#### Контрольные вопросы/задания:

<p>Знать: Формулы для вычисления собственных значений линейных преобразований, заданных матрицами в фиксированном базисе</p>	<p>1. Найти размерность линейного пространства <math>L = \{ax^2 + 2abx + (a + b), a, b \in R\}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 1) 2</li> <li>2. 2) 1</li> <li>3. 3) 0</li> <li>4. ответ: 1</li> </ol> <p>2. Собственными векторами линейного оператора, матрица которого в каноническом базисе есть <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, являются:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 1) <math>\{(1;0); (1;1)\}</math></li> <li>2) <math>\{(0;0); (1;2)\}</math></li> <li>3) <math>\{(1;-1); (2;1)\}</math></li> <li>ответ: 1</li> </ol> <p>3. Линейный оператор <math>\varphi: R^3 \rightarrow R^3</math> определентак: <math>\varphi(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x} (\vec{a} = (1; 2; 3))</math>. Каковы собственные числа <math>\varphi</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 1) 0</li> <li>2) 1, 2</li> <li>3) -1, 2, 1</li> <li>ответ: 1</li> </ol>
--	--

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено верно на 92 %

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если верно выполнено не менее 75% заданий теста

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если верно выполнено не менее 50% заданий теста

### **КМ-5. Кривые и поверхности**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Тестирование

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Время отведенное на выполнение задания не более 60 минут.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам "Кривые и поверхности"

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: Определять вид кривой/поверхности второго порядка	1. Укажите что задает уравнение $x^2 + 2y^2 = 3$ 2. Укажите что задает уравнение $x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$ 3. Укажите что задает уравнение $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 4. Укажите что задает уравнение $x^2 + y^2 - z^2 = 0$
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "зачтено" выставляется если задание выполнено правильно или с незначительными недочетами

*Оценка:* не зачтено

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "не зачтено" выставляется если задание не выполнено в отведенный срок или результат не соответствует заданию

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

НИУ «МЭИ»	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1 Кафедра ВМ	Утверждаю Зав. кафедрой
		« » 20 г. Дисциплина «Линейная алгебра»
1. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов 3. Практическое задание.		

## Процедура проведения

Проводится в письменной форме по билетам в виде подготовки и изложения развернутого ответа. Время на выполнение и подготовку ответа – 40 минут

## I. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

### 1. Компетенция/Индикатор: ОПК-6(Компетенция)

#### Вопросы, задания

1. Линейное пространство. Базис. Размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису
2. Правило Крамера
3. Линейные операторы, Их матрицы в разных базисах. Собственные числа и векторы линейных операторов
4. Матрицы и действия с ними
5. Вычисление определителей
6. Обратная матрица
7. Кривые и поверхности второго порядка
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
9. Векторы, операции над векторами
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов
11. Различные виды уравнений плоскостей и прямых

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Линейный оператор в трёхмерном пространстве ставит в соответствие каждому вектору  $X$  вектор  $3X$ . Найти собственные числа этого вектора

Ответы:

- 1) -3; 3; 0 2) 3 3) -3; 3

Верный ответ: 2

2. Найти размерность линейного пространства многочленов второй степени от одной переменной  
 Ответы:  
 1) 0 2) 2 3) 3  
 Верный ответ: 3
3. Лежат ли точки  $A(1,2,3)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(2,1,1)$ ,  $D(-1,1,0)$  в одной плоскости  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да  
 Верный ответ: 1
4. Верно ли, что две несовпадающие прямые в пространстве лежат в одной плоскости  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
 Верный ответ: 1
5. Может ли скалярное произведение двух векторов равняться их векторному произведению  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да  
 Верный ответ: 2
6. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да  
 Верный ответ: 1
7. Определитель матрицы размерности  $3 \times 3$  равен 2. Есть ли у данной матрицы обратная  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
 Верный ответ: 2
8. Определитель матрицы системы 10 уравнений с десятью неизвестными равен 3, столбец свободных членов - нулевой. Может ли система иметь два различных решения?  
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
 Верный ответ: 1
9. Можно ли умножить матрицу размерности  $2 \times 3$  на матрицу размерности  $3 \times 5$   
 Ответы:  
 1) Нет 2) Да 3) Не всегда  
 Верный ответ: 2
10. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?  
 Ответы:  
 1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация  
 Верный ответ: 2
11. Определить вид кривой, заданной в некоторой декартовой системе координат уравнением  $XU=1$   
 Ответы:  
 1) Прямая 2) Парабола 3) Гипербола  
 Верный ответ: 3

## ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня*

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»