

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 13.03.03 Энергетическое машиностроение**

**Наименование образовательной программы: Интеллектуальные производственные технологии**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Математическое моделирование**

**Москва  
2024**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

|  |                                                    |                             |
|--|----------------------------------------------------|-----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                             |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                             |
|  | Владелец                                           | Крупин Г.В.                 |
|  | Идентификатор                                      | R4188c978-KrupinGV-f4595e2b |

Г.В. Крупин

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

|  |                                                    |                                |
|--|----------------------------------------------------|--------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                                |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                                |
|  | Владелец                                           | Овечников С.А.                 |
|  | Идентификатор                                      | R8f25bf1e-OvechnikovSA-a943abe |

С.А.  
Овечников

Заведующий  
выпускающей кафедрой

|  |                                                    |                               |
|--|----------------------------------------------------|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|  | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|  | Владелец                                           | Гончаров А.Л.                 |
|  | Идентификатор                                      | R1e4b7e3c-GoncharovAL-b043abe |

А.Л.  
Гончаров

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

ИД-4 Применяет математический аппарат численных методов

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Защита задания

1. Особенности машинной арифметики. Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)
2. Приближение функций (Лабораторная работа)
3. Решение СЛАУ (Лабораторная работа)
4. Численное решение задачи Коши (Лабораторная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ (Расчетно-графическая работа)
2. Приближение функций. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши. (Расчетно-графическая работа)

## БРС дисциплины

### 5 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Особенности машинной арифметики. Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)
- КМ-2 Решение СЛАУ (Лабораторная работа)
- КМ-3 Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ (Расчетно-графическая работа)
- КМ-4 Приближение функций (Лабораторная работа)
- КМ-5 Приближение функций. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши. (Расчетно-графическая работа)
- КМ-6 Численное решение задачи Коши (Лабораторная работа)

**Вид промежуточной аттестации** – Зачет с оценкой.

| Раздел дисциплины | Веса контрольных мероприятий, % |
|-------------------|---------------------------------|
|-------------------|---------------------------------|

|                                                                          | Индекс<br>КМ: | КМ-<br>1 | КМ-<br>2 | КМ-<br>3 | КМ-<br>4 | КМ-<br>5 | КМ-<br>6 |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                                                                          | Срок КМ:      | 4        | 8        | 10       | 12       | 14       | 15       |
| Основы теории погрешностей и машинной арифметики                         |               |          |          |          |          |          |          |
| Основы теории погрешностей и машинной арифметики                         | +             |          |          | +        |          |          |          |
| Решение нелинейных уравнений                                             |               |          |          |          |          |          |          |
| Решение нелинейных уравнений                                             | +             |          |          | +        |          |          |          |
| Решение систем линейных алгебраических уравнений                         |               |          |          |          |          |          |          |
| Решение систем линейных алгебраических уравнений                         |               |          | +        | +        |          |          |          |
| Приближение функций по методу наименьших квадратов. Интерполяция функций |               |          |          |          |          |          |          |
| Приближение функций по методу наименьших квадратов. Интерполяция функций |               |          |          |          | +        | +        |          |
| Численное интегрирование и дифференцирование                             |               |          |          |          |          |          |          |
| Численное интегрирование и дифференцирование                             |               |          |          |          |          | +        |          |
| Численное решение задачи Коши                                            |               |          |          |          |          |          |          |
| Численное решение задачи Коши                                            |               |          |          |          |          | +        | +        |
| Вес КМ:                                                                  |               | 20       | 20       | 10       | 20       | 10       | 20       |

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

| Индекс компетенции | Индикатор                                                                | Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Контрольная точка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-3              | ИД-4 <sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат численных методов | <p>Знать:</p> <p>расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей методов</p> <p>среднеквадратичного приближения и интерполяции функций, методов численного интегрирования и дифференцирования</p> <p>расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей численных методов</p> <p>решения ОДУ</p> <p>расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей численных методов</p> <p>решения скалярных уравнений, решения СЛАУ</p> <p>Уметь:</p> <p>грамотно реализовывать расчетные формулы</p> | <p>КМ-1 Особенности машинной арифметики. Решение нелинейных уравнений (Лабораторная работа)</p> <p>КМ-2 Решение СЛАУ (Лабораторная работа)</p> <p>КМ-3 Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ (Расчетно-графическая работа)</p> <p>КМ-4 Приближение функций (Лабораторная работа)</p> <p>КМ-5 Приближение функций. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши. (Расчетно-графическая работа)</p> <p>КМ-6 Численное решение задачи Коши (Лабораторная работа)</p> |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |  | <p>методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности</p> |  |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Особенности машинной арифметики. Решение нелинейных уравнений

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

#### Краткое содержание задания:

Защита ориентирована на проверку умения анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности.

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                        | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уметь: анализировать точность (погрешность) полученного численного решения, в том числе давать рекомендации по возможности достижения требуемой точности | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Приближенное число задано с известной относительной погрешностью. Указать количество верных цифр в записи этого числа.</li><li>2. Выписать результат округления усечением и по дополнению заданного числа до четырех значащих цифр.</li><li>3. Вычисляется объем куба со стороной <math>a</math>, заданной с погрешностью 12%. Во сколько раз уменьшится погрешность результата, если погрешность стороны уменьшить в 6 раз?</li><li>4. Определить, какое из равенств более точное.</li><li>5. Пусть имеется 10-ти разрядная десятичная ЭВМ с округлением усечением. Указать машинное <math>\epsilon</math> для такой ЭВМ.</li><li>6. Привести примеры, иллюстрирующие ответ на вопрос: любые ли корни можно локализовать с помощью табулирования функции?</li><li>7. Проверить условия применимости метода бисекции для решения уравнения.</li><li>8. Выписать априорную / апостериорную оценку погрешности для метода простой итерации.</li><li>9. Привести примеры, иллюстрирующие ответ на вопрос: всегда ли метод Ньютона сходится квадратично?</li><li>10. Привести примеры, иллюстрирующие ответ на вопрос: какой метод обладает квадратичной сходимостью для простых</li></ol> |

|                                                   |                              |
|---------------------------------------------------|------------------------------|
| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки |
|                                                   | корней?                      |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

#### КМ-2. Решение СЛАУ

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

#### Краткое содержание задания:

Защита ориентирована на проверку умения грамотно реализовывать расчетные формулы методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ

#### Контрольные вопросы/задания:

|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                                             | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Уметь: грамотно реализовывать расчетные формулы методов, используя алгоритмические языки программирования или специальные средства математических пакетов прикладных программ | <p>1. Указать в каких единицах измеряется трудоемкость прямых методов решения СЛАУ?</p> <p>2. Пусть СЛАУ <math>Ax=b</math> преобразовано к виду <math>x=Bx+c</math> с помощью выражения из каждого уравнения диагональной переменной <math>x_i</math>. Всегда ли такое преобразование СЛАУ позволяет построить сходящийся процесс Метода простой итерации? Привести примеры, иллюстрирующие ответ на вопрос:</p> <p>3. Выполнить три итерации по методу Якоби / Зейделя для решения заданной СЛАУ. Оценить относительную погрешность полученного на третьей итерации приближения.</p> <p>4. Вычислить заданную норму матрицы.</p> |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                               |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | 5. Теоретически оценить, во сколько раз уменьшится начальная ошибка при решении заданной СЛАУ с помощью МПИ в форме Якоби за три итерации. |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-3. Погрешности. Решение нелинейных уравнений. Решение СЛАУ

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты сдают на проверку выполненные задания.

#### Краткое содержание задания:

Выполнение задания проверяет знание расчетных формул, условий применения и оценки погрешностей численных методов решения скалярных уравнений, решения СЛАУ.

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                              | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей численных методов решения скалярных уравнений, решения СЛАУ | 1. Как найти абсолютную и относительную погрешность заданной функции трех переменных?<br>2. Как локализовать корень заданного нелинейного уравнения и найди его методом бисекции с заданной точностью?<br>3. Как локализовать корень заданного нелинейного уравнения и найди его методом простой итерации с заданной точностью?<br>4. Как найти корень заданного нелинейного уравнения на заданном отрезке методом Ньютона с заданной точностью? |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>5.Как решить заданную СЛАУ методом Гаусса?</p> <p>6.Как вычислить нормы заданных матрицы и вектора. Найти относительную погрешность вектора, считая, что его компоненты получены округлением?</p> <p>7.Как осуществить три итерации методами простой итерации и Зейделя для заданной СЛАУ и выписать апостериорные оценки погрешности. Оценить уменьшение нормы невязки за три итерации?</p> |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания: Задания выполнены.*

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания: Задания не выполнены.*

#### КМ-4. Приближение функций

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

#### Краткое содержание задания:

Защита ориентирована на проверку умения правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов.

#### Контрольные вопросы/задания:

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                              | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уметь: правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов | <p>1.Функция задана таблицей своих значений в заданных точках. Построить многочлен Лагранжа максимальной степени по этой таблице, используя все значения функции.</p> <p>2.Оценить погрешность интерполирования заданной функции на заданном отрезке многочленом Ньютона 5-ой степени по точкам с заданным шагом <math>h</math>.</p> <p>3.Функция задана таблицей значений. Найти приближенно значение функции в точке, не являющейся табличной.</p> <p>4.Определить, является ли заданный многочлен интерполяционным для заданной функции.</p> <p>5.Сравнить по значениям среднеквадратичных отклонений приближение функции, заданной таблицей значений, многочленами 1 и 2</p> |

|                                                   |                                                              |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                 |
|                                                   | степеней с помощью МНК по заданной системе базисных функций. |

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

#### **КМ-5. Приближение функций. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение задачи Коши.**

**Формы реализации:** Проверка задания

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 10

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты сдают на проверку выполненные задания.

#### **Краткое содержание задания:**

Выполнение задания проверяет знание расчетных формул, условий применения и оценок погрешностей методов среднеквадратичного приближения и интерполяции функций, методов численного интегрирования и дифференцирования.

#### **Контрольные вопросы/задания:**

|                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                        | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Знать: расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей методов среднеквадратичного приближения и интерполяции функций, методов численного интегрирования и дифференцирования | 1. Как приблизить таблично заданную функцию МНК многочленами 1 и 2 степеней?<br>2. Как приблизить таблично заданную функцию МНК заданным обобщенным многочленом?<br>3. Как для функции, заданной таблицей, построить интерполяционный многочлен в формах Лагранжа и Ньютона?<br>4. Как для функции, заданной таблицей, построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона, оценить практически |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>погрешность приближения в заданной точке?</p> <p>5.Как вычислить приближенно заданный определенный интеграл формулами центральных прямоугольников, трапеций, Симпсона, оценить погрешность с помощью априорных оценок и по правилу Рунге?</p> <p>6.Как найти шаг, достаточный для вычисления заданного интеграла с заданной точностью формулой трапеций?</p> <p>7.Как вычислить приближенно значение производной заданной функции в заданной точке по заданным формулам?</p> <p>8.Как решить заданную задачу Коши явным методом Эйлера, методом Рунге-Кутты 2 порядка точности и выписать оценки погрешности по правилу Рунге?</p> |

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: «зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания: Задания выполнены.*

*Оценка: «не зачтено»*

*Описание характеристики выполнения знания: Задания не выполнены.*

**КМ-6. Численное решение задачи Коши**

**Формы реализации:** Защита задания

**Тип контрольного мероприятия:** Лабораторная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Студенты проходят тестирование на ЭВМ. Студенты, набравшие на тестировании отличный результат, проходят устный опрос.

**Краткое содержание задания:**

Защита ориентирована на проверку знания расчетных формул, условий применения и оценок погрешностей численных методов решения ОДУ.

**Контрольные вопросы/задания:**

| Запланированные результаты обучения по дисциплине                                                | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Знать: расчетные формулы, условия применения и оценки погрешностей численных методов решения ОДУ | <p>1.Указать глобальную оценку погрешности метода Эйлера.</p> <p>2.Как найти приближенное значение решения в заданной точке <math>t</math> по усовершенствованному методу Эйлера-Коши с заданным шагом <math>h</math> для заданной задачи Коши?</p> <p>3.Указать вид правила Рунге оценки локальной погрешности для метода Рунге-Кутты 4 порядка точности.</p> <p>4.Указать вид метода Эйлера-Коши, примененного</p> |

| Запланированные результаты обучения по дисциплине | Вопросы/задания для проверки                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                   | <p>к заданной задаче Коши.</p> <p>5.Какой порядок точности по <math>h</math> имеет указанный численный метод?</p> <p>6.Как решить заданную задачу Коши явным методом Эйлера, методом Рунге-Кутты 2 порядка точности и выписать оценки погрешности по правилу Рунге?</p> |

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 5 семестр

**Форма промежуточной аттестации:** Зачет с оценкой

### Процедура проведения

Зачет по совокупности результатов текущего контроля.

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-4<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат численных методов

### Вопросы, задания

1. Основные источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность приближенного числа. Значащие и верные цифры. Погрешности арифметических операций (без вывода).
2. Оценка погрешности вычисления функции одной переменной в зависимости от погрешности аргумента (без доказательства формулы). Постановка задачи. Погрешность вычисления функции нескольких переменных (без доказательства формулы).
3. Представление вещественных чисел в ЭВМ. Понятия машинной бесконечности, машинного нуля, машинного эпсилон.
4. Постановка задачи приближенного решения нелинейного уравнения. Основные этапы решения: локализация корней, итерационное уточнение корней. Понятие итерационного метода.
5. Метод бисекции решения нелинейного уравнения: алгоритм, геометрическая интерпретация, условия применения, оценка погрешности (без доказательства).
6. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения: алгоритм, теорема о сходимости (без доказательства), достаточное условие сходимости, априорная оценка погрешности, критерий окончания итераций, апостериорная оценка погрешности (без доказательства), критерий окончания итераций.
7. Метод простой итерации с параметром для решения нелинейного уравнения: построение расчетной формулы, вывод формул для параметра  $\alpha$  и соответствующего ему значения  $q$ .
8. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Геометрическая интерпретация, вывод расчетной формулы. Теорема о сходимости (без доказательства), критерий окончания итераций (без доказательства). Достоинства и недостатки метода. Модификации метода (упрощенный метод Ньютона, метод секущих).
9. Постановка задачи решения СЛАУ. Понятие о прямых и итерационных методах ее решения
10. Метод Гаусса для решения СЛАУ (схемы единственного деления и частичного выбора ведущего элемента). Трудоемкость (без вывода).
11. Нормы векторов и матриц. Определение абсолютной и относительной погрешности приближенно заданных вектора и матрицы. Постановка задачи приближенного решения СЛАУ.
12. Метод простой итерации в форме Якоби для решения СЛАУ. Расчетные формулы. Теорема о сходимости (без доказательства), достаточное условие сходимости, априорная

оценка погрешности. Апостериорная оценки погрешности (без доказательства), критерий окончания итераций.

13.Метод Зейделя решения СЛАУ. Расчетные формулы. Достаточные условия сходимости (без доказательства), апостериорная оценка погрешности (без доказательства), критерий окончания итераций. «Практический» критерий окончания итераций (уменьшение нормы невязки).

14.Приближение функций алгебраическими многочленами по методу наименьших квадратов. Постановка задачи. Вывод нормальной системы метода.

15.Постановка задачи интерполяции многочленами. Существование и единственность интерполяционного многочлена (без доказательства). Теорема о погрешности интерполяции гладких функций (без доказательства), ее следствия. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона с конечными разностями.

16.Постановка задачи численного интегрирования. Формулы левых, правых и центральных прямоугольников. Геометрическая интерпретация, вывод элементарных и составных формул, оценка погрешности (без доказательств). Порядок точности.

17.Постановка задачи численного интегрирования. Формула трапеций. Геометрическая интерпретация, вывод элементарной и составной формул, оценка погрешности (без доказательства). Порядок точности.

18.Постановка задачи численного интегрирования. Формула Симпсона. Геометрическая интерпретация, элементарная и составная формулы (без вывода), оценка погрешности (без доказательства). Порядок точности.

19.Постановка задачи численного интегрирования. Правило Рунге апостериорной оценки погрешности численного интегрирования (без вывода). Уточнение по Рунге. Вычисление интеграла с заданной точностью.

20.Формулы левой, правой и центральной разностных производных. Геометрическая интерпретация. Оценки погрешности для перечисленных формул (с выводом), порядок точности.

21.Формула второй разностной производной. Оценка погрешности (без вывода), порядок точности.

22.Постановка задачи Коши для ОДУ 1-го порядка. Дискретизация задачи (схема для применения одношагового метода). Явные и неявные методы. Погрешность аппроксимации, понятие о локальной и глобальной погрешностях, сходимость. Порядок аппроксимации и порядок точности метода.

23.Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: явный метод Эйлера, расчетная формула, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации, порядок точности (без доказательств).

24.Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: метод Эйлера – Коши: расчетные формулы, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации и порядок точности (без доказательств).

25.Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: усовершенствованный метод Эйлера: расчетные формулы, геометрическая интерпретация, порядок аппроксимации и порядок точности (без доказательств).

26.Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: правило Рунге оценки погрешности численного решения задачи (без вывода). Решение задачи Коши с заданной точностью.

27.Численное решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка: расчетные формулы метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности (без вывода).

28.Вычислить приближенное значение интеграла по формуле центральных прямоугольников / трапеций с заданным шагом  $h$ .

29.Решить систему  $Ax=b$  методом Гаусса (схема единственного деления).

30. Проверить, что уравнение имеет на заданном отрезке корень. Выполнить один шаг по методу простой итерации / Ньютона / бисекции для поиска этого корня. Выписать апостериорную оценку погрешности полученного приближения.
31. Известно, что  $a = 10.0 \pm 0.1$ ,  $b = 1.0 \pm 0.1$ . Оценить относительную погрешность вычисления выражения  $a \times b^2$ .
32. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа / Ньютона по таблице значений функции
33. Используя метод наименьших квадратов, аппроксимировать таблично заданную функцию многочленом первой степени.
34. Оценить погрешность применения формулы левой разностной производной к заданной функции в заданной точке с заданным шагом.
35. Найти значение производной заданной функции в заданной точке, применяя правую разностную производную с заданным шагом.
36. Найти решение задачи Коши явным методом Эйлера / Эйлера-Коши в заданных точках. Оценить погрешность полученного решения по правилу Рунге.
37. В заданном уравнении коэффициент, отмеченный знаком (\*), получен в результате округления дополнением. Остальные коэффициенты заданы точно. Оценить абсолютную погрешность решения уравнения.
38. Функция задана таблицей значений. Аппроксимировать ее по методу наименьших квадратов заданным соотношением.
39. Оценить абсолютную погрешность вычисления значения заданной функции, если известны приближенные значения и погрешности ее аргументов.
40. Функция задана таблицей. Вычислить приближенно определенный интеграл по квадратурной формуле второго порядка точности.
41. Оценить погрешность интерполяции заданной функции многочленом Лагранжа заданной степени с заданным шагом.
42. Определить количество корней заданного уравнения и локализовать их. Для положительного корня выписать расчетные формулы метода простой итерации с параметром, обеспечив выполнение достаточного условия сходимости.
43. Определить шаг, достаточный для вычисления заданного интеграла по квадратурной формуле трапеций с заданной точностью.
44. Оценить погрешность интегрирования заданной функции по формуле трапеций / центральных прямоугольников на заданном отрезке с заданным шагом.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. По какой формуле можно вычислить абсолютную погрешность функции  $f(x) = \sqrt{x}$  при известной погрешности аргумента  $\Delta x$ ?

Ответы:

1. 1)  $\Delta f \approx (1/2) * \Delta x$
2.  $\Delta f \approx \text{модуль}(1/(2 * \sqrt{x})) * \Delta x$
3.  $\Delta f \approx \text{модуль}(\sqrt{\Delta x})$
4.  $\Delta f \approx \text{модуль}(\sqrt{x}) * \Delta x$

Верный ответ: 2

2. Какой из следующих итерационных процессов имеет наибольшую скорость сходимости?

Ответы:

1. 1)  $x(i+1) = 1/4x(i) + 2$

2)  $x(i+1)=1/3x(i)+14$

3)  $x(i+1)=1/2x(i)+1$

4)  $x(i+1)=3x(i)+2$

Верный ответ: 1

3. Для приближенного вычисления определенных интегралов выбрана формула второго порядка точности с шагом  $h = 0.01$ . Как изменится погрешность расчета при уменьшении шага в 2 раза?

Ответы:

1. 1) Станет равна  $0.01^2$

2) Уменьшится в 2 раза

3) Уменьшится в 4 раза

4) Станет равна  $0.005^2$

Верный ответ: 3

4. С помощью какой итерационной формулы можно найти корень уравнения  $x-x^3+4=0$ ?

Ответы:

1. 1)  $x(i+1)=x(i)+(x(i)-x(i)^3+4)/(1-3x(i)^2)$

2)  $x(i+1)=x(i)-(1-3x(i)^2)/(x(i)-x(i)^3+4)$

3)  $x(i+1)=x(i)+(1-3x(i)^2)/(x(i)-x(i)^3+4)$

4)  $x(i+1)=x(i)-(x(i)-x(i)^3+4)/(1-3x(i)^2)$

Верный ответ: 4

5. Пусть для точного значения вектора  $x=(5 \ 3)^T$  получено приближенное значение  $x^*=(4.8 \ 3.1)^T$ . Чему равна погрешность  $x-x^*$  в бесконечной норме?

Ответы:

1. 1) 0.1

2. 2) 0.2

3. 3) 0.3

4. 4) 0.4

Верный ответ: 2

6. Будет ли сходиться итерационный процесс  $x(k+1)=B \cdot x(k)+c$  с матрицей  $B=\begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.7 & 0.2 \end{pmatrix}$  и вектором  $c=\begin{pmatrix} 0.3 & 0.8 \end{pmatrix}^T$ ?

Ответы:

1. 1) Да, т.к. бесконечная норма  $B < 1$

2) Нет, т.к. первая норма  $B \nless 1$

3) Да, т.к. бесконечная норма  $c < 1$

4) Нет, т.к. первая норма  $c \leq 1$

Верный ответ: 1

7. Какой из многочленов интерполирует функцию, заданную таблицей  $(x, y) = (0, 2), (2, 0)$ ?

Ответы:

1. 1)  $P(x) = 2x$

2)  $P(x) = 2 - x$

3)  $P(x) = 2 - 2x$

4)  $P(x) = 2 + x$

Верный ответ: 2

8. Какое количество точек (значений функции) необходимо использовать для построения интерполяционного многочлена степени  $N$ ?

Ответы:

1. 1) Ровно  $N$

2) Любое меньшее  $N$

3) Ровно  $N+1$

4) Любое большее  $N+1$

Верный ответ: 3

9. Функция, заданная таблицей значений, аппроксимируется по методу наименьших квадратов многочленом  $\Phi(x) = a + bx$ . Какую систему нужно решить для поиска коэффициентов этого многочлена?

Ответы:

1. 1)  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

2.  $\sum_{i=0, n} (x_i) a + (\sum_{i=0, n} (x_i))^2 b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

2.  $(n+1)b + \sum_{i=0, n} (x_i) a = \sum_{i=0, n} (y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) b + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 a = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

3.  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) a + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

4.  $(n+1)a + \sum_{i=0, n} (x_i) b = \sum_{i=0, n} (x_i * y_i)$

$\sum_{i=0, n} (x_i) a + \sum_{i=0, n} (x_i)^2 b = \sum_{i=0, n} (y_i)$

Верный ответ: 3

10. По какой из следующих формул можно вычислить приближенное значение производной?

Ответы:

1. 1)  $(f(x) - f(x-2h)) / h$

2)  $(f(x) - f(x-3h)) / (2h)$

3)  $(f(x) - f(x-3h)) / h$

4)  $(f(x) - f(x-2h)) / (2h)$

Верный ответ: 4

11. Как выглядит элементарная формула центральных прямоугольников для приближенного вычисления определенного интеграла на отрезке от 0 до 2 от функции  $f(x)$ ?

Ответы:

1)  $2 f(0)$

2)  $2 f(1)$

3)  $f(1)$

4)  $2f(2)$

Верный ответ: 2

12. По какой из формул можно вычислить абсолютную погрешность выражения  $a \cdot b^2$  ?

Ответы:

1)  $b^2 \Delta a + 2 \text{модуль}(ab) \Delta b$

2)  $\Delta a \Delta b^2$

3)  $\Delta a + 2 \Delta b$

4)  $\text{модуль}(b^2) \Delta a + \text{модуль}(a) \Delta b$

Верный ответ: 1

13. Пусть интеграл от функции  $f(x)$  вычислен по формуле трапеций с шагом  $h = 0.4$ . Полученное значение обозначим  $I(0.4)$ . Что следует сделать для оценки погрешности этого значения по правилу Рунге?

Ответы:

1. 1) Вычислить величину  $I(0.8)$  с шагом  $h = 0.8$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.4) - I(0.8))/15$

2) Вычислить величину  $I(0.8)$  с шагом  $h = 0.8$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.4) - I(0.8))/3$

3) Вычислить величину  $I(0.2)$  с шагом  $h = 0.2$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.2) - I(0.4))/15$

4) Вычислить величину  $I(0.2)$  с шагом  $h = 0.2$  и затем погрешность  $\Delta \approx (I(0.2) - I(0.4))/3$

Верный ответ: 2

14. Какой из следующих формул можно воспользоваться для приближенного решения задачи Коши  $y' = (t+y)^2$ ,  $y(2) = 4$ ?

Ответы:

1)  $y(0) = 4, \quad y(i+1) = y(i) + h(t(i) + y(i))^2, \quad i = 0, 1, \dots$

2)  $y(0) = 4, \quad y(i+1) = y(i) + (h/2)(t(i) + y(i))^2, \quad i = 0, 1, \dots$

3)  $y(0) = 4, \quad y(i+1) = y(i) + h(t(i+1) + y(i))^2, \quad i = 0, 1, \dots$

4)  $y(0) = 4, \quad y(i+1) = y(i) + h(t(i) + y(i+1))^2, \quad i = 0, 1, \dots$

Верный ответ: 1

15. Как можно охарактеризовать метод Эйлера-Коши для решения задачи Коши  $y' = f(t, y)$ ,  $y(2) = 4$ ?

Ответы:

1. 1) Явный многошаговый метод

2) Неявный многошаговый метод

3) Неявный одношаговый метод

4) Явный одношаговый метод

Верный ответ: 4

## ***II. Описание шкалы оценивания***

*Оценка: 5 («отлично»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

*Оценка: 4 («хорошо»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

*Оценка: 3 («удовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

*Оценка: 2 («неудовлетворительно»)*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

## ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».