

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.03.01 Машиностроение

Наименование образовательной программы: Машины и технология высокоэффективных процессов обработки материалов

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная


**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, Ч.3**

|  |   |
|--|---|
| <b>Блок:</b>   | <b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>                 |
| <b>Часть образовательной программы:</b>  | <b>Обязательная</b>                                 |
| <b>№ дисциплины по учебному плану:</b>   | <b>Б1.О.13.04</b>                                   |
| <b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>   | <b>3 семестр - 5;</b>                               |
| <b>Часов (всего) по учебному плану:</b>  | <b>180 часов</b>                                    |
| <b>Лекции</b>  | <b>3 семестр - 32 часа;</b>                         |
| <b>Практические занятия</b>  | <b>3 семестр - 48 часа;</b>                         |
| <b>Лабораторные работы</b>   | <b>не предусмотрено учебным планом</b>              |
| <b>Консультации</b>  | <b>3 семестр - 2 часа;</b>                          |
| <b>Самостоятельная работа</b>  | <b>3 семестр - 97,5 часа;</b>                       |
| <b>в том числе на КП/КР</b>  | <b>не предусмотрено учебным планом</b>              |
| <b>Иная контактная работа</b>  | <b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b> |
| <b>включая:</b><br><b>Контрольная работа</b><br><b>Расчетно-графическая работа</b> |   |
| <b>Промежуточная аттестация:</b>   |   |
| <b>Экзамен</b>   | <b>3 семестр - 0,5 часа;</b>                        |

**Москва 2024**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

|   |  |                               |
|---|--|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|   | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|   | Владелец   | Капицына Т.В.                 |
|   | Идентификатор                                      | R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e |

Т.В. Капицына

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

|   |  |                             |
|---|--|-----------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                             |
|   | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                             |
|   | Владелец   | Петров П.Ю.                 |
|   | Идентификатор                                      | R653adc76-PetrovPY-f1c0c784 |

П.Ю. Петров

Заведующий выпускающей  
кафедрой

|   |  |                               |
|---|--|-------------------------------|
|  | Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» |                               |
|   | Сведения о владельце ЦЭП МЭИ                       |                               |
|   | Владелец   | Гончаров А.Л.                 |
|   | Идентификатор                                      | R1e4b7e3c-GoncharovAL-b043abe |

А.Л. Гончаров

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение основ интегрирования функций нескольких переменных, основных понятий и теорем векторного анализа и теории функций комплексного переменного

### Задачи дисциплины

- освоение базовых понятий интегрального исчисления функции нескольких переменных;;
- освоение базовых понятий векторного анализа;
- освоение основных понятий теории функций комплексного переменного;
- освоение математических методов, лежащих в основе решения инженерных задач;
- формирование математической базы, необходимой для последующего изучения дисциплин образовательной программы.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

| Код и наименование компетенции  | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Запланированные результаты обучения  |
|---|--|--|
| ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности | ИД-12 <sub>ОПК-1</sub> Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений | знать:<br>- понятие функции комплексного переменного, ее предел и непрерывность;<br>- основные определения и теоремы для вычисления кратных интегралов.<br><br>уметь:<br>- вычислять поток и циркуляцию векторного поля непосредственно и с помощью основных формул теории поля;<br>- применять кратные интегралы к вычислению площадей и объемов. |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Машины и технология высокоэффективных процессов обработки материалов (далее – ОПОП), направления подготовки 15.03.01 Машиностроение, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать понятия неопределенного интеграла, основные методы вычисления
- знать основные понятия и теоремы теории предельного перехода
- знать основные понятия и теоремы теории функции нескольких переменных
- уметь вычислять производные, дифференциалы и решать стандартные задачи с непосредственным применением этих понятий
- уметь исследовать на сходимость числовые ряды, представлять функции в виде степенного ряда
- уметь решать основные виды обыкновенных дифференциальных уравнений
- уметь использовать определенный интеграл в прикладных задачах

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

| № п/п | Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации             | Всего часов на раздел | Семестр | Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   | Содержание самостоятельной работы/ методические указания   |   |
|-------|--|-----------------------|---------|--|-----|----|--------------|---|-----|----|----|-------------------|-----------------------------------|--|---|
|       |  |                       |         | Контактная работа  |     |    |              |   |     |    | СР |                   |                                   |  |   |
|       |  |                       |         | Лек  | Лаб | Пр | Консультация |   | ИКР |    | ПА | Работа в семестре | Подготовка к аттестации /контроль |  |   |
| КПР   | ГК   | ИККП                  | ТК      |  |     |    |              |   |     |    |    |                   |                                   |  |   |
| 1     | 2  | 3                     | 4       | 5  | 6   | 7  | 8            | 9 | 10  | 11 | 12 | 13                | 14                                | 15   |   |
| 1     | Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ | 84                    | 3       | 22   | -   | 22 | -            | - | -   | -  | -  | 40                | -                                 | <p><b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизаданий по разделу ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы.</p> <p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ"</p> <p><b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b> Проработка лекции</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b></p> |   |
| 1.1   | Кратные интегралы  | 84                    |         | 22   | -   | 22 | -            | - | -   | -  | -  | 40                | -                                 |  |   |
| 1.2   | Тройные интегралы  | -                     |         | -  | -   | -  | -            | - | -   | -  | -  | -                 | -                                 |  | - |
| 1.3   | Векторный анализ   | -                     |         | -  | -   | -  | -            | - | -   | -  | -  | -                 | -                                 |  | - |

|     |  |    |    |   |    |   |   |   |   |   |    |   |  |
|-----|--|----|----|---|----|---|---|---|---|---|----|---|--|
|     |  |    |    |   |    |   |   |   |   |   |    |   | Изучение материалов по разделу . Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ и подготовка к контрольной работе<br><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b><br>Изучение материала по разделу ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях<br><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ"<br><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br>[1], с. 154-285<br>[3], с. 152-215<br>[4], VII: № 1.7-2.4, 2.16-3.5,3.17-4.4, 4.11-4.13, 5.3-5.6, 6.4-6.7, VIII: №. 1.17-1.24, 2.4-2.12. |
| 2   | Функции комплексного переменного.<br>Разложение в ряды | 60 | 10 | - | 26 | - | - | - | - | - | 24 | - | <b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b><br>Повторение материала по разделу "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды"   |
| 2.1 | Функции комплексного переменного.<br>Разложение в ряды | 60 | 10 | - | 26 | - | - | - | - | - | 24 | - | <b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b><br>Проработка лекции<br><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b><br>Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по   |

|  |                  |       |    |   |    |   |   |   |   |     |    |      |  |   |
|--|------------------|-------|----|---|----|---|---|---|---|-----|----|------|--|---|
|  |                  |       |    |   |    |   |   |   |   |     |    |      |  | представленным письменным работам.<br><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b><br>Изучение материалов по разделу Функции комплексного переменного. Разложение в ряды и подготовка к контрольной работе<br><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b><br>Изучение материала по разделу "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях<br><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды"<br><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b><br>[1], с. 401-487<br>[2], Раздел 1 |
|  | Экзамен          | 36.0  | -  | - | -  | - | 2 | - | - | 0.5 | -  | 33.5 |  |   |
|  | Всего за семестр | 180.0 | 32 | - | 48 | - | 2 | - | - | 0.5 | 64 | 33.5 |  |   |
|  | Итого за семестр | 180.0 | 32 | - | 48 |   | 2 | - |   | 0.5 |    | 97.5 |  |   |

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### 3.2 Краткое содержание разделов

#### 1. Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ

##### 1.1. Кратные интегралы

Кратные (двойные) интегралы. Вычисление площадей. Двойной интеграл в полярных координатах. Площадь поверхности..

##### 1.2. Тройные интегралы

Кратные (тройные) интегралы. Вычисление объемов, приложения кратных интегралов в механике. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах..

##### 1.3. Векторный анализ

Формула Остроградского–Гаусса. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Криволинейный интеграл второго рода. Свойства. Формула Грина. Циркуляция. Формула Стокса. Ротор векторного поля и его физический смысл. Потенциальное поле, условия потенциальности. Интеграл в потенциальном поле..

#### 2. Функции комплексного переменного. Разложение в ряды

##### 2.1. Функции комплексного переменного. Разложение в ряды

Понятие функции комплексного переменного. Предел, непрерывность. Основные функции комплексного переменного. Производная функции комплексного переменного. Аналитическая функция и ее свойства. Ряд Лорана. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

### 3.3. Темы практических занятий

1. Поток векторного поля через поверхность, его физический смысл. Формула Остроградского–Гаусса. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл;
2. Криволинейный интеграл второго рода. Свойства. Формула Грина;
3. Ряд Лорана;
4. Потенциальное поле, условия потенциальности. Интеграл в потенциальном поле;
5. Кратные (двойные и тройные) интегралы;
6. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Аналитическая функция и ее свойства;
7. Двойной интеграл в полярных координатах;
8. Классификация изолированных особых точек. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов;
9. Циркуляция. Формула Стокса. Ротор векторного поля и его физический смысл;
10. Вычисление площадей, объемов, приложения кратных интегралов в механике;
11. Понятие функции комплексного переменного. Предел, непрерывность. Основные функции комплексного переменного;
12. Поверхностный интеграл 1-го рода. Площадь поверхности;
13. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

### 3.4. Темы лабораторных работ

не предусмотрено

### 3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов по кейсам раздела ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ"
2. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды"

*Текущий контроль (ТК)*

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу ". Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ"
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Функции комплексного переменного. Разложение в ряды"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены



### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

| Запланированные результаты обучения по дисциплине<br>(в соответствии с разделом 1)                   | Коды индикаторов       | Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1) |   | Оценочное средство (тип и наименование)                    |
|--|------------------------|---|---|--|
|  |                        | 1   | 2 |  |
| <b>Знать:</b>  |                        |   |   |  |
| основные определения и теоремы для вычисления кратных интегралов                                     | ИД-12 <sub>ОПК-1</sub> | +   |   | Контрольная работа/Тройные интегралы                       |
| понятие функции комплексного переменного, ее предел и непрерывность                                  | ИД-12 <sub>ОПК-1</sub> |   | + | Контрольная работа/Вычисление интегралов с помощью вычетов |
| <b>Уметь:</b>  |                        |   |   |  |
| применять кратные интегралы к вычислению площадей и объемов  | ИД-12 <sub>ОПК-1</sub> | +   |   | Контрольная работа/Двойные интегралы. Замена переменных    |
| вычислять поток и циркуляцию векторного поля непосредственно и с помощью основных формул теории поля | ИД-12 <sub>ОПК-1</sub> | +   |   | Расчетно-графическая работа/Векторный анализ               |

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**3 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Векторный анализ (Расчетно-графическая работа)
2. Вычисление интегралов с помощью вычетов (Контрольная работа)
3. Двойные интегралы. Замена переменных (Контрольная работа)
4. Тройные интегралы (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Экзамен (Семестр №3)*

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 3 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Бугров, Я. С. Высшая математика. В 3-х т. Том 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата по естественнонаучным направлениям и специальностям / Я. С. Бугров, С. М. Никольский . – 7-е изд., стереотип . – М. : Юрайт, 2016 . – 219 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-9916-6340-3 .;
2. Чудесенко, В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. Типовые расчеты : учебное пособие / В. Ф. Чудесенко . – 3-е изд., стер . – СПб. : Лань-Пресс, 2005 . – 128 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 5-8114-0661-4 .;
3. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л. А. Кузнецов . – 10-е изд., стер . – СПб. : Лань-Пресс, 2008 . – 240 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-0574-9 .;
4. Богомолова Е. П., Бараненков А. И., Петрушко И. М.- "Сборник задач и типовых расчетов по общему и специальным курсам высшей математики", Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2015 - (464 с.)  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=61356](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=61356).

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др).

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Тип помещения   | Номер аудитории, наименование                                  | Оснащение   |
|---|--|---|
| Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля | Б-412, Учебная аудитория                                       | стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная  |
| Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП          | Б-411, Учебная аудитория                                       | стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная  |
| Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий                   | Б-412, Учебная аудитория                                       | стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная  |
| Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации               | Б-412, Учебная аудитория                                       | стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная  |
| Помещения для самостоятельной работы                                    | НТБ-302, Читальный зал отдела обслуживания учебной литературой | стул, стол письменный, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный   |
| Помещения для консультирования  | Б-308/1, Преподавательская каф. "ВМ"                           | кресло рабочее, стол, стол компьютерный, стул, шкаф, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, доска магнитная, компьютер персональный, холодильник, кондиционер |
| Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря                | В-404/1а, Кладовая   |   |

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Математический анализ, ч.3

(название дисциплины)

#### 3 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Двойные интегралы. Замена переменных (Контрольная работа)

КМ-2 Тройные интегралы (Контрольная работа)

КМ-3 Векторный анализ (Расчетно-графическая работа)

КМ-4 Вычисление интегралов с помощью вычетов (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

| Номер раздела | Раздел дисциплины  | Индекс КМ: | КМ-1 | КМ-2 | КМ-3 | КМ-4 |
|---------------|--|------------|------|------|------|------|
|               |  | Неделя КМ: | 3    | 6    | 11   | 15   |
| 1             | Кратные, поверхностные, криволинейные интегралы и векторный анализ |            |      |      |      |      |
| 1.1           | Кратные интегралы  |            | +    |      |      |      |
| 1.2           | Тройные интегралы  |            |      | +    |      |      |
| 1.3           | Векторный анализ   |            |      |      | +    |      |
| 2             | Функции комплексного переменного. Разложение в ряды                |            |      |      |      |      |
| 2.1           | Функции комплексного переменного. Разложение в ряды                |            |      |      |      | +    |
| Вес КМ, %:    |  |            | 25   | 25   | 25   | 25   |