

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Уравнения математической физики**

**Москва
2023**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

(подпись)

Т.В.
Капицына

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Позняк Е.В.
	Идентификатор	Rd1b94958-PozniakYV-2647307e

(подпись)

Е.В. Позняк

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

(подпись)

И.В.
Меркурьев

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ИД-11 Применяет аппарат математической физики для решения дифференциальных уравнений в частных производных

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. ДУ 1-го порядка с частными производными (Контрольная работа)
2. Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода (Расчетно-графическая работа)
3. Конформные отображения (Контрольная работа)
4. Обтекание профилей Жуковского (Расчетно-графическая работа)
5. Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений (Контрольная работа)
6. Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения (Контрольная работа)
7. Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений (Контрольная работа)
8. Устойчивые многочлены (Контрольная работа)

БРС дисциплины

5 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	15
Дифференциальные уравнения в частных производных					
Дифференциальные уравнения в частных производных		+	+	+	
Интегральные уравнения Фредгольма					
Интегральные уравнения Фредгольма					+
	Вес КМ:	25	25	25	25

6 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %			
	Индекс	КМ-5	КМ-6	КМ-7

	КМ:				
	Срок КМ:	3	7	11	15
Принцип аргумента					
Принцип аргумента	+				
Конформные отображения. Задача Дирихле.					
Конформные отображения. Задача Дирихле.			+	+	
Комплексный потенциал Задача обтекания профилей Жуковского					
Комплексный потенциал Задача обтекания профилей Жуковского					+
Вес КМ:	25	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-11 _{ОПК-1} Применяет аппарат математической физики для решения дифференциальных уравнений в частных производных	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> определение резольвентного ядра постановку краевых задач для эллиптических уравнений критерии Михайлова определение 1-го интеграла системы ОДУ свойства элементарных функций комплексного переменного формулу интеграла Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> решать задачу Штурма-Лиувилля решать задачи обтекания гладких профилей 	<ul style="list-style-type: none"> ДУ 1-го порядка с частными производными (Контрольная работа) Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения (Контрольная работа) Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений (Контрольная работа) Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода (Расчетно-графическая работа) Устойчивые многочлены (Контрольная работа) Конформные отображения (Контрольная работа) Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений (Контрольная работа) Обтекание профилей Жуковского (Расчетно-графическая работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

5 семестр

КМ-1. ДУ 1-го порядка с частными производными

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «ДУ 1-го порядка с частными производными» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение ДУ 1-го порядка с частными производными

Контрольные вопросы/задания:

Знать: определение 1-го интеграла системы ОДУ	1. Найти общее решение дифференциального уравнения: 1. $(2y - u) \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u.$ 2. $x(z - y) \frac{\partial u}{\partial x} + y(y - x) \frac{\partial u}{\partial y} + (y^2 - xz) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$ 3. $x(y + u) \frac{\partial u}{\partial x} + u(u - y) \frac{\partial u}{\partial y} = y(y - u).$
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-2. Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение начально-краевых задач для уравнения теплопроводности и волнового уравнения

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: решать задачу Штурма-Лиувилля	<p>1. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения</p> $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad D = \{x: 0 < x < l\}, \quad 0 < t$ <p>с однородными граничными и заданными начальными условиями</p> $u _{t=0} = g(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t} _{t=0} = p(x) \quad (0 \leq x \leq l).$ <p>1. $u _{x=0} = u_x _{x=\pi/2} = 0,$ $f(x, t) = e^{-t} t \sin 5x, \quad g(x) = 0, \quad p(x) = \sin x - 2 \sin 3x.$</p> <p>2. $u_x _{x=0} = u _{x=\pi/2} = 0,$ $f(x, t) = t^2 2 \cos 5x, \quad g(x) = 0, \quad p(x) = \cos x - 3 \cos 3x.$</p> <p>3. $u_x _{x=0} = u_x _{x=\pi} = 0,$</p>
--------------------------------------	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-3. Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение краевых задач для эллиптических уравнений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: постановку краевых задач для эллиптических уравнений	<p>1. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона</p> $\Delta u = -f(r, \varphi) \text{ внутри кольца } D = \{1 < r < 2\} \text{ с граничными условиями.}$ <p>1. $f(r, \varphi) = r \cos 2\varphi, u _{r=1} = 0, u_r _{r=2} = 3 \sin \varphi.$</p> <p>2. $f(r, \varphi) = r^2 \sin \varphi, u_r _{r=1} = 0, u _{r=2} = 2 \cos 2\varphi$</p> <p>3. $f(r, \varphi) = r^{-1} \cos \varphi, u _{r=1} = 0, u _{r=2} = 2 \sin 2\varphi$</p>
--	---

Описание шкалы оценивания:*Оценка: 5**Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4**Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3**Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-4. Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода**Формы реализации:** Письменная работа**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Защита ТР проводится на занятии в виде письменной работы на 2 часа**Краткое содержание задания:**

решение интегрального уравнения Фредгольма II-го рода

Контрольные вопросы/задания:

Знать: определение	1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II рода
-----------------------	---

резольвентного ядра

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t) dt + f(x),$$

а) Найти характеристические числа ядра $K(x, t)$ и соответствующие им собственные функции.

б) При λ , не равном характеристическому значению, найти решение.

в) При λ , равном характеристическому значению, найти решение, если оно разрешимо. Найти решения, если разрешимо.

1. 1) $K(x, t) = x^2 \cos 2t, a = 0, b = \pi, f_1(x) = \sin x$

2) $K(x, t) = \cos(x + t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$

2. 1) $K(x, t) = \sin(\pi x) \cdot t, a = -1, b = 1, f_1(x) = 3x$

2) $K(x, t) = \sin(x + t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$

3. 1) $K(x, t) = \sin(\pi x) \cdot t, a = -1, b = 1, f_1(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

2) $K(x, t) = \cos(x - t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$

а) Найти итерированные ядра для ядра $K(x, t)$.

б) Найти резольвентное ядро $R(x, t; \lambda)$ с помощью ряда Нислера. Найти λ , при которых этот ряд сходится.

в) С помощью резольвентного ядра $R(x, t; \lambda)$ найти решение.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

6 семестр

КМ-5. Устойчивые многочлены

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Устойчивые многочлены» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

исследование на устойчивость решения уравнения

Контрольные вопросы/задания:

Знать: критери и Михайл ова	1. С помощью кривой Михайлова найти число нулей в правой $\operatorname{Re} z > 0$ и левой $\operatorname{Re} z < 0$ полуплоскостях д 1. $z^6 + 3z^4 + 8z^3 + 7z^2 + 8z + 5.$ 2. $z^4 + z^3 + 2z^2 + 9z - 3.$ 3. $z^4 + 2z^2 + z + 1.$
---	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-6. Конформные отображения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Конформные отображения» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:
изучение конформных изображений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: свойства элемента рных функций комплекс ного переменн ого	<p>1. Найти дробно-линейную функцию $w = w(z)$, конформно отображающую область D на область G и дополнительным условиям.</p> <p>1. 1) $D = \{z : z \in \mathbb{C} \quad \text{Im } z > 1\}$, $G = \{w : w \in \mathbb{C} \quad \text{Im } w > 0\}$ $w(i) = 2, \quad w(2i) = 0.$</p>
--	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-7. Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: формулу интеграла	<p>1. С помощью интеграла Пуассона найти решение</p>
--------------------------------	--

Пуассона на решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа	<p>задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D</p> $\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D:$ <p>1) $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -\infty < x < +\infty, y > 0\}, \quad u$</p> <p>2) $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0, y > 0\}, \quad u _{y=0} = \theta(x) - \theta$</p> <p>3) $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -\infty < x < +\infty, 0 < y < 1\}$</p> $u _{y=1} = \theta(x) - \theta(x - 1);$
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-8. Обтекание профилей Жуковского

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита ТР проводится на занятии в виде письменной работы на 2 часа

Краткое содержание задания:

Обтекание профилей Жуковского

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: решать задачи обтекания гладких профилей

1. Рассмотреть задачу обтекания эллиптического ци-

		цилиндра с параметрами $a, b, \Gamma_\infty, V_\infty$, либо пластины с параметрами $a = c, b = 0, V_\infty$, либо руля Жуковского с параметрами c, d, V_∞ , либо крыла Жуковского с параметрами c, d, h, V_∞ . Найти комплексный потенциал, скорости потока в точках z_i , разность давлений жидкости $p(z_2) - p(z_1)$ и подъемную силу.						
Вар.	a	b	c	d	h	Γ_∞	V_∞	z_i
1	3	0	3				$4e^{-i\pi/4}$	$z_1 = 0 + i0, z_2 = 0 - i0$
2	3	1				$-\pi$	$2e^{-i\pi/3}$	$z_1 = i, z_2 = -i, z_3 = -3$
3			$\sqrt{3}$	1	1		$2e^{i\pi/4}$	z_1 — прообраз точки $w = 3i$, z_2 — прообраз точки $w = -3i$, z_3 — прообраз точки $w = -3$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Сведение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению.
2. Теоремы Фредгольма для СЛАУ.
3. Определить тип ДУ, привести к каноническому виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-11_{ОПК-1} Применяет аппарат математической физики для решения дифференциальных уравнений в частных производных

Вопросы, задания

1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши
2. Общая схема метода разделения переменных решения начально-краевых задач с однородным уравнением и однородными граничными условиями. Общая схема метода разделения переменных решения начально-краевых задач с неоднородным уравнением и однородными граничными условиями. Представление функции Грина задачи с помощью собственных функций. Решение задачи с помощью функции Грина.
3. Общая схема метода разделения переменных решения краевых задач для эллиптического уравнения с неоднородным уравнением и неоднородными граничными условиями. Представление функции Грина задачи с помощью собственных функций. Решение задачи с помощью функции Грина.
4. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Внутренние краевые задачи Дирихле, Неймана и Робена (1-ая, 2-ая и 3-я краевые задачи) для уравнения Лапласа. Единственность и устойчивость классических решений. Понятие корректной постановки задачи.
5. Функция Грина внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа и её свойства. Представление решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью функции Грина.
6. Сведение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению. Сведение задачи Неймана для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению. Сведение 3-ей краевой задачи с помощью потенциалов к интегральному уравнению.
7. Теоремы Фредгольма для СЛАУ.

8. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.
9. Существование решения интегрального уравнения Фредгольма II-го рода. Достаточные условия для малых параметров. Представление резольвентного ядра с помощью итерированных ядер.
10. Существование единственного решения интегрального уравнения Вольтера II-го рода.
11. Интегральные уравнения с непрерывными ядрами. Теоремы Фредгольма.
12. Интегральные уравнения с симметричными ядрами. Свойства собственных функций и характеристических значений симметричного ядра.
13. Теорема Гильберта-Шмидта
14. Разложение решения неоднородного интегрального уравнения с симметричным ядром по собственным функциям.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти общее решение

$$(u - y) \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u.$$

Ответы:

- 1.

$$\Phi \left(\frac{u}{y}, x + y - u \right) = 0;$$

2. $\Phi(u, x + y - u) = 0$

Верный ответ: 1

$$2x \frac{\partial u}{\partial x} + (y - x) \frac{\partial u}{\partial y} = x^2.$$

- 2.

Найти общее решение

Ответы:

1. $\Phi \left(\frac{u}{y}, \frac{(x+y)}{2} \right) = 0$

- 2.

$$\Phi \left(\frac{(x+y)^2}{x}, x^2 - 4u \right) = 0.$$

Верный ответ: 2

$$\sin^2 x \frac{\partial u}{\partial x} + \operatorname{tg} z \frac{\partial u}{\partial y} + \cos^2 z \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

- 3.

Найти общее решение

Ответы:

1. $u = \Phi(\operatorname{tg}^2 z - 2y, \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} z) = 0$

2.

$$u = \Phi(\operatorname{tg}^2 z - 2y, \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} z).$$

Верный ответ: 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Ответ на вопросы билета изложен полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Ответ на вопросы билета изложен полностью, но в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

6 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Сформулировать критерий устойчивости Михайлова. Исследовать на устойчивость

2. Свойства функции Жуковского. Найти образ области D при отображении $w = chz$.

3. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D , где функция Хевисайда.

$$D = \{0 < r < 1, 0 < j < p\}, u|_{r=1} = 0, u|_{j=0} = u|_{j=p} = 1.$$

Процедура проведения

Зачет проводится в форме письменной работы 2 часа.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-11_{ОПК-1} Применяет аппарат математической физики для решения дифференциальных уравнений в частных производных

Вопросы, задания

1. Логарифмический вычет функции в точке. Логарифмический вычет функции относительно контура. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Применение принципа аргумента к вопросам устойчивости. Необходимое условие Стодоль. Критерий Михайлова.
3. Конформные отображения. Теорема Римана о существовании и единственности конформного отображения. Свойства линейной функции и обратной.
4. Свойства дробно-линейной и степенной функций.
5. Свойства показательной и логарифмической функций.
6. Функция Жуковского, тригонометрические и гиперболические функции.
7. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Теорема о среднем.
8. Решение задачи Дирихле в круге.
9. Решение задачи Дирихле в полуплоскости.
10. Интеграл Кристоффеля-Шварца. Случай вырождения: образ вершины и вершина в бесконечно удаленной точке.
11. Плоские векторные поля. Поток и дивергенция, циркуляция и ротор. Соленоидальные и потенциальные векторные поля. Функция тока и потенциал гармонического поля. Комплексный потенциал.
12. Примеры плоских векторных полей: источник, вихрь, вихреисточник, диполь.
13. Задача определения комплексного потенциала по его гидродинамическим характеристикам. Задача обтекания замкнутого контура плоскопараллельным потоком несжимаемой жидкости.
14. Формулы Чаплыгина и Жуковского для подъемной силы.
15. Задача обтекания кругового цилиндра.
16. Задача обтекания произвольного замкнутого контура.

Материалы для проверки остаточных знаний

Пример 2.7.8. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D

1.
$$\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D.$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\infty < x < +\infty, y > 0\}, \quad u|_{y=0} = \frac{x}{1 + 4x^2}.$$

Ответы:

1.

$$u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + (2y + 1)^2}.$$

2.
$$u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + (y+1)^2}$$

3.
$$u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + y^2}$$

Верный ответ: 1

Пример 2.7.8. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D

2.
$$\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D.$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u|_{x=0} = \theta(y) - \theta(y-1).$$

Ответы:

1.

$$u(x, y) = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{1+x^2-y^2}{2xy} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{x^2-y^2}{2xy} \right) \right).$$

$$2. u(x, y) = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{1-x^2-y^2}{2xy^2} - \operatorname{arctg} \frac{x^2-y^2}{xy} \right)$$

Верный ответ: 1

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»