

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

Т.В.
Капицына

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Цой В.Э.
	Идентификатор	Rd9d3a9dd-TsoyVE-b05eb4b4

В.Э. Цой

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883d

И.В.
Меркурьев

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ИД-1 Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, теории матриц

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Защита задания

1. Аналитическая геометрия (Расчетно-графическая работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. «Матрицы. Системы линейных уравнений» (Контрольная работа)

2. «Умножение матриц и определители» (Контрольная работа)

3. «Элементарная математика» (Контрольная работа)

БРС дисциплины

1 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 «Элементарная математика» (Контрольная работа)

КМ-2 «Умножение матриц и определители» (Контрольная работа)

КМ-3 «Матрицы. Системы линейных уравнений» (Контрольная работа)

КМ-4 Аналитическая геометрия (Расчетно-графическая работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	16
Элементарная математика					
Элементарная математика		+			
Линейная алгебра					

Матрицы и определители		+		
Системы линейных уравнений			+	
Аналитическая геометрия				
Аналитическая геометрия				+
Вес КМ:	15	30	30	25

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 _{ОПК-1} Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, теории матриц	Знать: основные термины, понятия и определения линейной алгебры ; Уметь: исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений; Применять основные формулы элементарной математики к решению задач. Применять свойства элементарных функций к построению графиков, решению уравнений и неравенств использовать векторный и координатный методы решения геометрических задач.	КМ-1 «Элементарная математика» (Контрольная работа) КМ-2 «Умножение матриц и определители» (Контрольная работа) КМ-3 «Матрицы. Системы линейных уравнений» (Контрольная работа) КМ-4 Аналитическая геометрия (Расчетно-графическая работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. «Элементарная математика»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 15

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Элементарная математика» студенты пишут на практическом занятии 1 час.

Краткое содержание задания:

Уметь решать уравнения и неравенства

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: Применять основные формулы элементарной математики к решению задач. Применять свойства элементарных функций к построению графиков, решению уравнений и неравенств	1. Решить неравенство $ x + 2 < 4$ 2. Решить уравнение $3^{x+1} + 3^x = 108$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Неудовлетворительно», если допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

КМ-2. «Умножение матриц и определители»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Матрицы» студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Операции с матрицами. Вычисление определителей.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: основные термины, понятия и определения линейной алгебры ;	1.виды матриц 2.правило умножения матриц 3.а) Найти обратную матрицу (с проверкой). б) Решить методом Крамера систему $AX=B$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -4 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 4.Чему равно произведение AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Неудовлетворительно», если допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

КМ-3. «Матрицы. Системы линейных уравнений»

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Системы линейных уравнений» студенты пишут на практическом занятии 2 часа.

Краткое содержание задания:

Решение однородных и неоднородных систем. Вычислить оператор матрицы

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений;	1. Решить систему $AX=0$ $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 2 & 2 \\ -2 & -8 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ 2. уметь находить общее решение системы 3. Решить систему $AX=B$ $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 2 & 2 \\ -2 & -8 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad \ B = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix}$ 4. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ 5. Является ли данное преобразование линейным. Если да, то записать матрицу линейного оператора $Ax=(2x_1^1 + x_2^2 2_2 ; x_2^2 - 2x_3^3 3_3 ; 0?)$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Неудовлетворительно», если допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

КМ-4. Аналитическая геометрия

Формы реализации: Защита задания

Тип контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Типовой расчет выдается за 2 недели до срока сдачи КМ, студенты защищают его в форме письменного опроса на 1 час.

Краткое содержание задания:

решить предложенные задания по аналитической геометрии

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: использовать векторный и координатный методы решения геометрических задач.	1.вычислять скалярное, векторное, смешанное произведение геометрических векторов 2.решать стандартные задачи с непосредственным применением этих понятий; определять положение прямой и плоскости в пространстве 3.Являются ли ортогональными вектора $\vec{a} = (2,1,-1)$ и $\vec{b} = (1,0,2)$ 4.Найти координаты точки М пересечения стороны ВС и медианы АМ треугольника ABC $A(0,0,0)$ и $B(1,2,2)$ и $C(-1,0,2)$ 5.Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{3}$ и плоскости $2x + 3y - z + 1 = 0$ 6.Найти уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(-2,2,1)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x = 0 \\ y = -t + 2 \\ z = 0 \end{cases}$

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
	7.Вычислить площадь треугольника ABC A(1,2,0) B(3,0,-3) C(5,2,6) 8.Укажите что задает уравнение $x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$ 9.Укажите что задает уравнение $x^2 + 2y^2 = 3$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Неудовлетворительно», если допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Дать определение: собственные значения и собственные векторы линейного оператора
2. Уравнения прямой в пространстве.
3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений (доказать совместность, записать фундаментальную систему решений, общее решение системы):

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-1} Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, теории матриц

Вопросы, задания

1. Матрицы, типы матриц, арифметические действия над матрицами и их свойства, транспонирование матриц
2. Определители. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
4. Пространство. Линейная зависимость – независимость векторов.
5. Базисы. Теоремы о базисах.
6. Системы линейных уравнений: основные определения. Решение линейной системы методом исключения неизвестных (метод Гаусса). Формулы Крамера.
7. неоднородные системы, структура общего решения, теорема Кронекера - Капелли.
8. ФСР как базис в пространстве решений ОС; структура общего решения ОС, построение конкретной ФСР
9. Векторы и арифметические действия над векторами. Реперы на плоскости и в пространстве, системы декартовых координат. Координаты векторов и точек. Проекция вектора на прямую вдоль плоскости, ортогональные проекции.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Их выражения в координатной форме в прямоугольной системе координат. Критерии перпендикулярности, коллинеарности и компланарности векторов.
11. Прямые и плоскости в пространстве, основные определения.
12. Линейные пространства (линеалы). Примеры. Размерность и базис. Критерий размерности. Подпространства.
13. Понятие оператора. Линейный оператор (ЛО). Матрица ЛО в фиксированном базисе. Действия над линейными операторами. Алгебры матриц и операторов, связь между ними. Ядро и дефект, образ и ранг ЛО.

14. Формулы преобразования координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
15. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов и их свойства. Инвариантные подпространства. Собственные базисы. Характеристический многочлен и его инвариантность.
16. Евклидово пространство. Примеры. Длина (норма) вектора и неравенство Коши – Буняковского. Ортогональность.
17. Сопряженные и самосопряженные операторы.
18. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.
19. Кривые и поверхности 2-го порядка. Каноническая форма записи в канонических системах координат.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Можно ли умножить матрицу размерности 2×3 на матрицу размерности 3×5
 Ответы:
 1) Нет 2) Да 3) Не всегда
 Верный ответ: 2
2. Существуют ли в пространстве 4 вектора, попарно перпендикулярных между собой?
 Ответы:
 1) Нет 2) Да
 Верный ответ: 1
3. Лежат ли точки $A(1,2,3)$, $B(0,1,0)$, $C(2,1,1)$, $D(-1,1,0)$ в одной плоскости?
 Ответы:
 1) Нет 2) Да
 Верный ответ: 1
4. У квадратной матрицы две строки состоят из единиц. Чему равен определитель матрицы?
 Ответы:
 1) 1 2) 0 3) Требуется дополнительная информация
 Верный ответ: 2
5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;2;3)$ параллельно вектору $\vec{a} = (-2;3;0)$.
 Ответы:
 1) $x/-2 = (y-1)/3 = z$ 2) $(x-1)/-2 = (y-2)/3 = (z-3)/0$ 3) $x/-2 = (y-1)/3 = z/0$ 4) $x = y = z$
 Верный ответ: 1
6. Чему равен элемент a_{21} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
 Ответы:
 1) 3 2) 2 3) 1 4) 5
 Верный ответ: 1
7. Найти определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 9 \\ 4 & 12 & 11 \end{pmatrix}$
 Ответы:
 1) 0 2) 8 3) 127 4) 232
 Верный ответ: 1

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических

ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».